F589 - SEGUNDA LISTA DE EXCERCÍCIOS

1. Em qual comprimento de onda uma cavidade a $6000^o K$ irradia com maior intensidade?

2. Considere duas cavidades de forma e materiais arbitrários, mantidas à mesma temperatura T e conectadas por um tubo fino no qual podem ser colocados filtros, de forma que só passe radiação de uma frequência específica. (a) Suponha que numa certa frequência ν' a quantidade $\rho(\nu')d\nu'$ seja maior na cavidade 1 do que na cavidade 2. Coloca-se então um filtro que só deixa passar essa frequência ν' no tubo de conecção. Discuta o que acontece em termos de fluxo de energia. (b) O que a contece com as respectivas temperaturas? (c) Mostre que isso violaria a segunda lei da termodinâmica e, portanto, que $\rho(\nu)d\nu$ deve ser o mesmo nas duas cavidades, independente do seu material ou forma.

3. (a) Assumindo que a temperatura na superfície do Sol seja de 5700 K, use a Lei de Stefan para determinar a massa (de repouso) transformada por segundo em radiação pelo Sol. Considere o diâmetro do Sol com 1.4×10^9m. (b) Qual a fração da massa do Sol perdida a cada ano nesse processo? Considere a massa do Sol com 2.0×10^{30}Kg.

4. Numa explosão termonuclear a temperatura na bola de fogo é momentaneamente de 10^7 K. Encontre o comprimento de onda no qual a radiação emitida é máxima.

5. Nós obtemos ν_{max} do espectro de radiação de corpo negro fazendo $d\rho(\nu)/d\nu = 0$ e λ_{max} fazendo $d\rho(\lambda)/d\lambda = 0$. Porque não é possível ir de $\lambda_{max}T = const$ to $\nu_{max} = const\, T$ usando $\lambda_{max} = c/\nu_{max}$? Ou seja, porque é errado assumir que $\lambda_{max}\nu_{max} = c$?

6. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10}(10-x)^2 & 0 < x < 10 \\ 0 & \text{todos os outros x} \end{cases}$$

(a) Da expressão

$$\langle x \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx}$$

encontre o valor médio de x. (b) Suponha que a variável x seja discreta e vez de contínua. Assuma que $\Delta x = 1$ de forma que x assuma apenas valores inteiros

0,1,2...,10. Calcule o valor médio de x e compare com o calculo do ítem (a). (c) Calculo o valor médio de x para $\Delta x = 5$ e x=0,5,10 e compare novamente com o ítem (a). (d) Faça uma analogia desse cálculo com os papéis de $\mathcal{E}$, $\Delta\mathcal{E}$ e $P(\mathcal{E})$.

7. Use as relações $P(\mathcal{E}) = e^{-\mathcal{E}/kT}/kT$ e $\int P(\mathcal{E})d\mathcal{E} = 1$ para calcular a energia média $\bar{\mathcal{E}}$. Mostre que $\bar{\mathcal{E}} = kT$.

8. Use a relação $R_T(\nu)d\nu = (c/4)\rho_T(\nu)d\nu$ para obter a lei de Stefan. Ou seja, mostre que

$$R_T = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} = \sigma T^4$$

onde $\sigma = 2\pi^5 k^4/15c^2h^3$. Use para isso o resultado

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q^3 dq}{e^q - 1} = \pi^4/15.$$

9. Obtenha a lei de deslocamento de Wien, $\lambda_{max}T = 0.2014hc/k$, resolvendo a equação $d\rho(\lambda)/d\lambda = 0$. Mostre que isso leva à relação $e^{-x} + x/5 = 1$, cuja solução é $x \approx 4.965$.

10. Mostre que, para $\lambda = \lambda_{max}$, $\rho(\lambda) = 170\pi(kT)^5/(hc)^4$.

11. (a) Mostre que cerca de 25% da energia radiante em uma cavidade está concentrada entre os comprimentos de onda 0 e λ_{max}.