EC330
Tratamento da Informação

Prof. Dr. Maurício U. Kleinke

PECIM – PPG em Ensino de Ciências e Matemática

Grupo de Ensino e Avaliação

DFA/IFGW/Unicamp

A Curva Normal, de Moivre, de Gauss, Bell Curve...

Teoria dos jogos

As origens históricas da teoria das probabilidades estão diretamente vinculadas á teoria dos jogos e aos nomes de Fermat e Pascal, que na metade do século XVII formalizaram pela primeira vez o conceito de probabilidade.

Grande importância dos jogos

- Eram passatempos da realeza e da burguesia da época, e provavelmente com altas apostas;

- Vários pesquisadores estiveram envolvidos com questões de estatística associadas à probabilidade de combinações de dados;

Fenômenos aleatórios

No transcurso do tempo a teoria das probabilidades foi superando o marco original da teoria dos jogos para constituir na atualidade um ramo da matemática pura com aplicações nas ciências naturais, técnicas e sociais

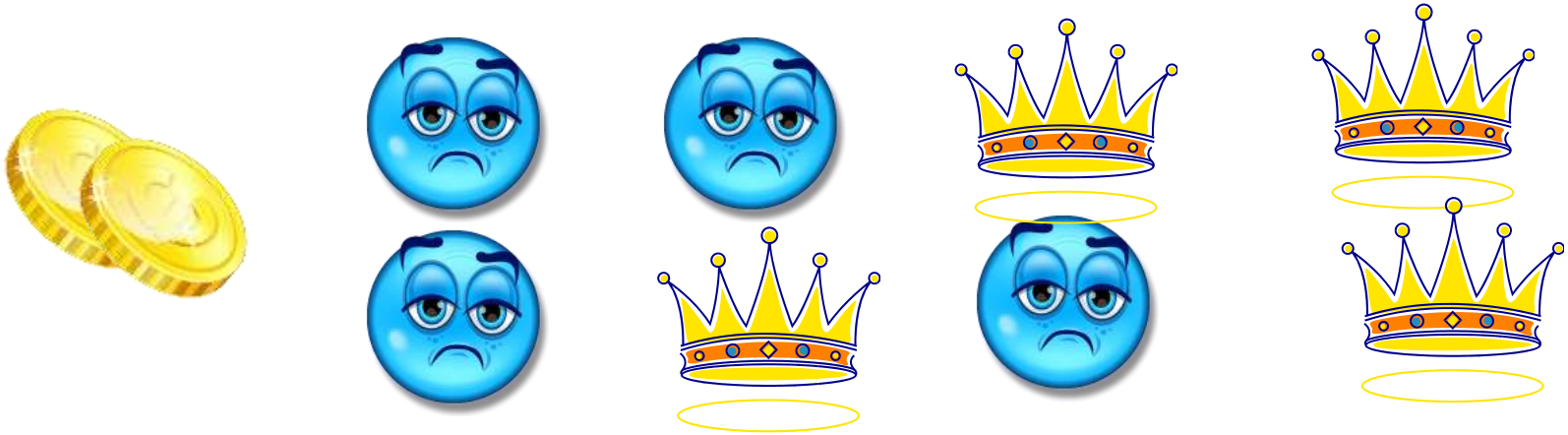
Moedas

Chances de cara & coroa

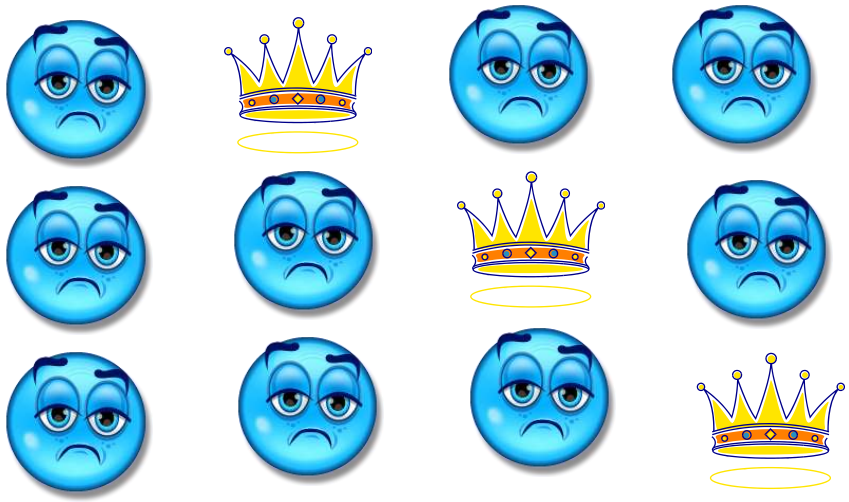
Moedas e acaso

Arremessando moedas

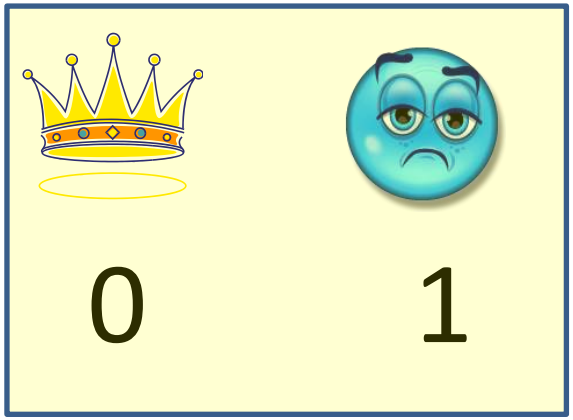
Arremessando moedas



Arremessando moedas

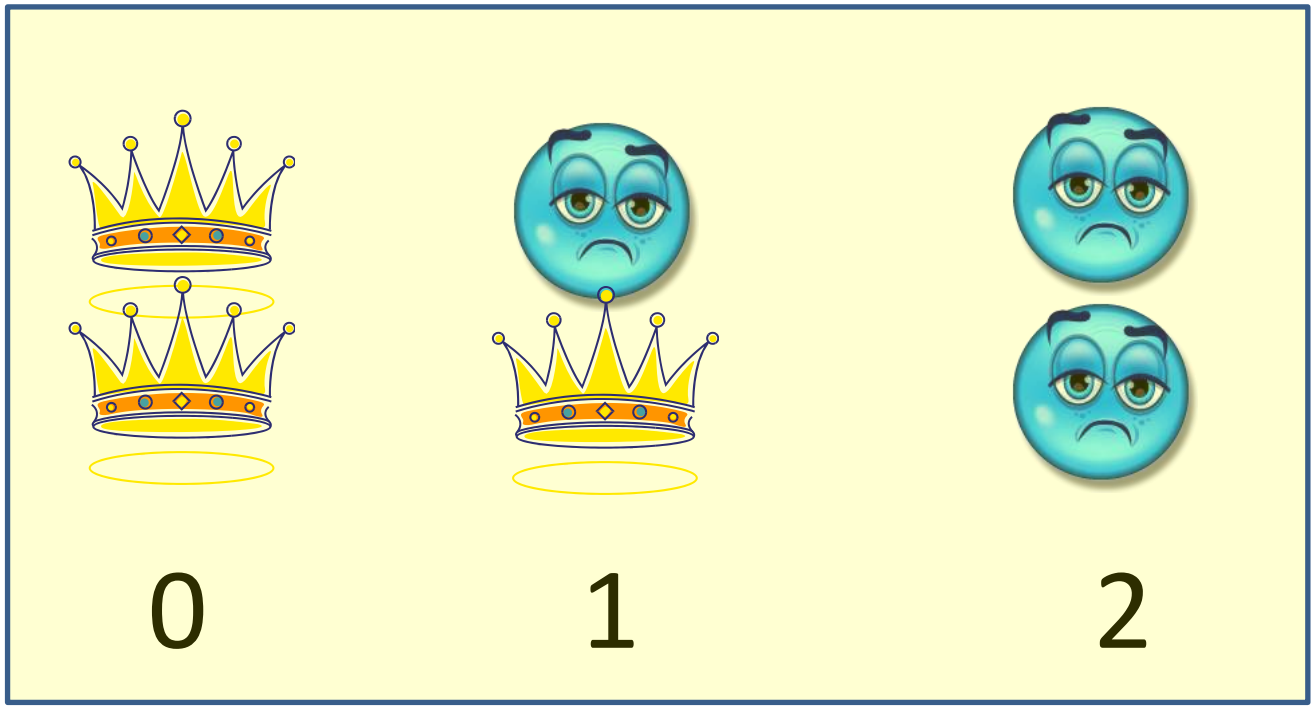


Frequência nos lançamentos



1	1

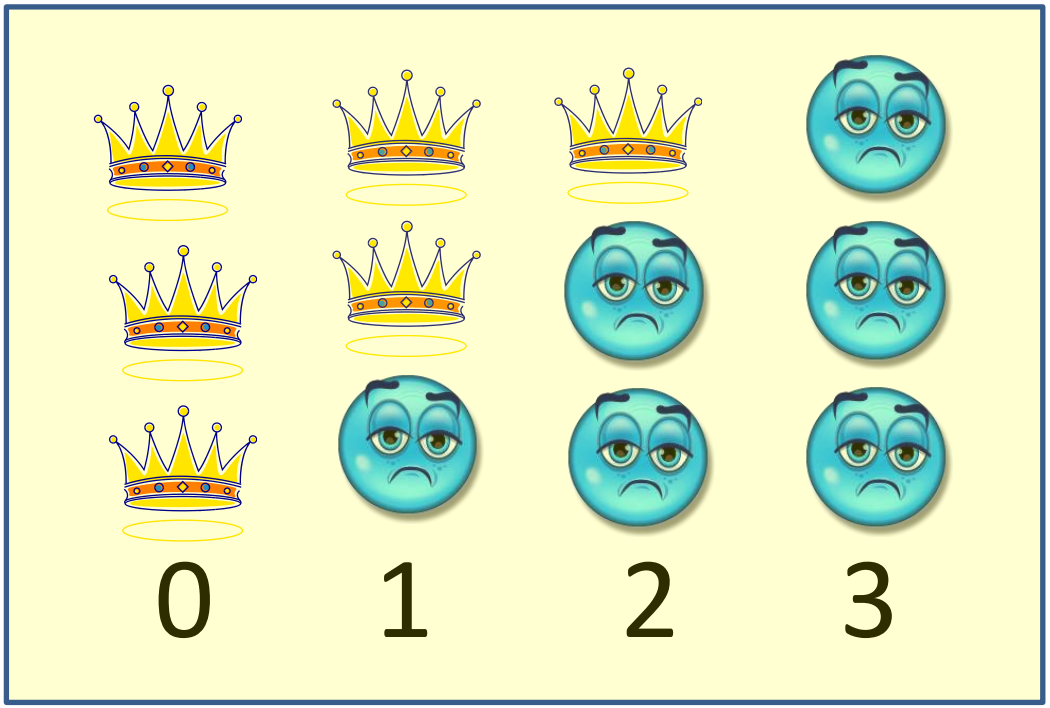
Frequência nos lançamentos



1	2	1

IFGW
Instituto de Física Gleb Wataghin

Frequência nos lançamentos



1	2	2	1

IFGW
Instituto de Física Gleb Wataghin

Arremessando moedas

					1		1					
				1		2		1				
			1		3		3		1			

Triângulo de Pascal

						1						
					1		1					
				1		2		1				
			1		3		3		1			
		1		4		6		4		1		
	1		5		10		10		5		1	

Triângulo de Pascal

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

1 8 28 56 70 56 28 8 1

1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1

1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1

Jogando moedas reais

- Vocês devem arremessar 12 moedas (se possível) muitas vezes, e anotar o resultado.

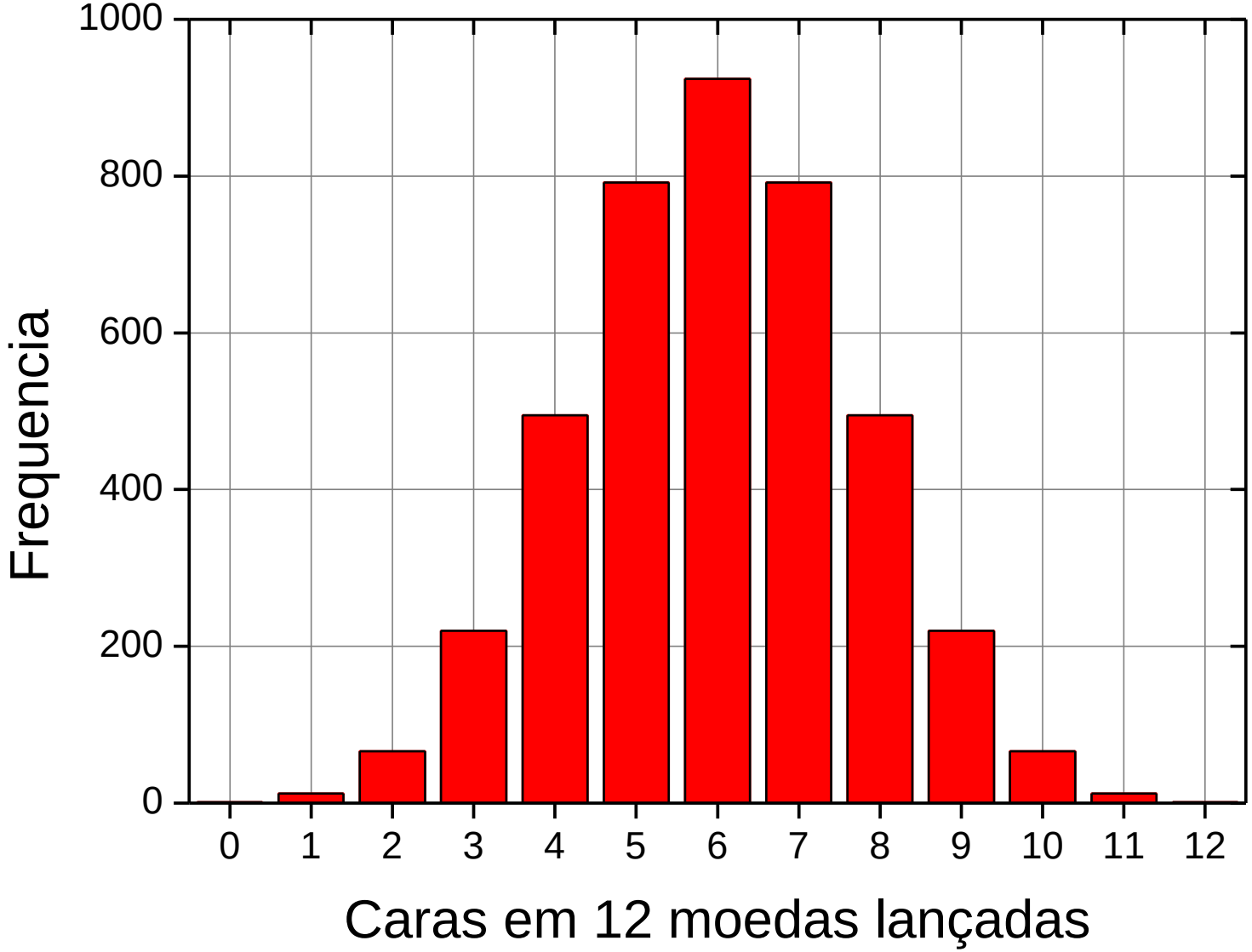
- Comparar o que acontece com o modelo de distribuição proposto por Pascal;

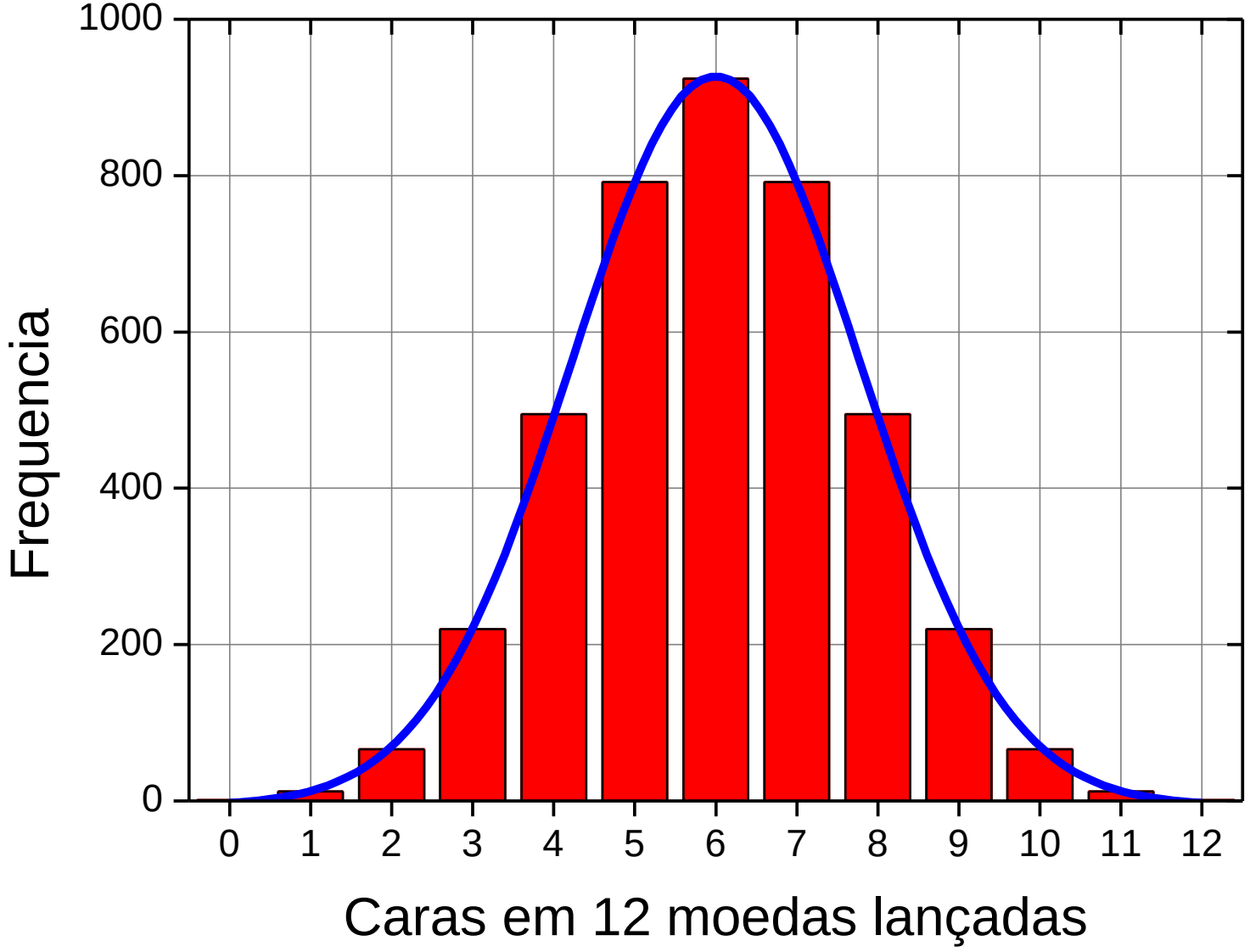
- Como tarefa adicional, compreender (em grupos) como funciona o programa de tratamento de dados e como saber se uma amostra é normal ou não...

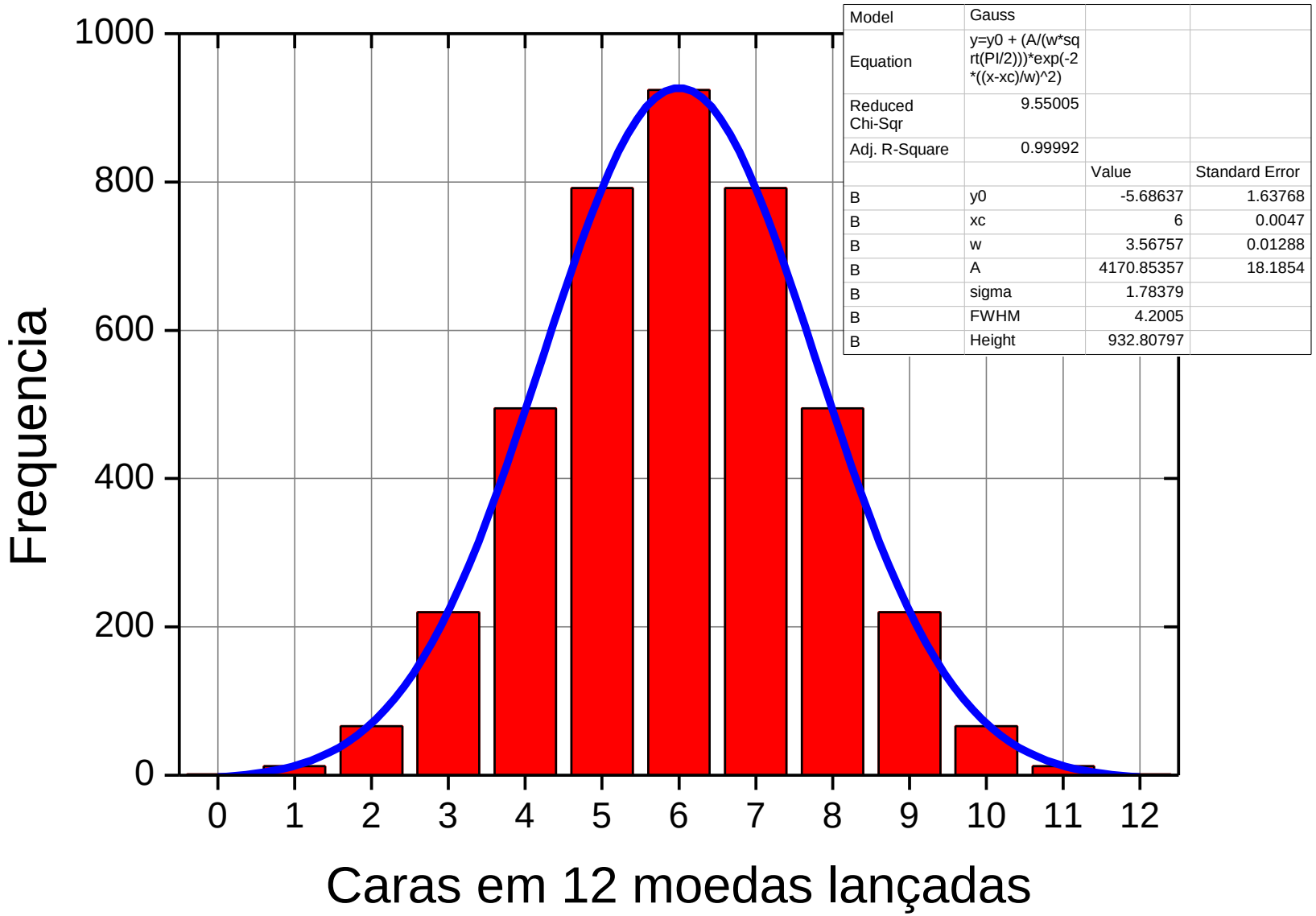
LANÇANDO MOEDAS!

Jogando moedas virtuais

- Você pode arremessar muitas moedas, e esperar o número de caras e coroas em cada arremesso;
- Esses arremessos pode ser simulados no computador;
- Os gráficos a seguir referem-se a centenas de arremessos.


1000
800
600
400
200
0
Frequencia
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Caras em 12 moedas lançadas

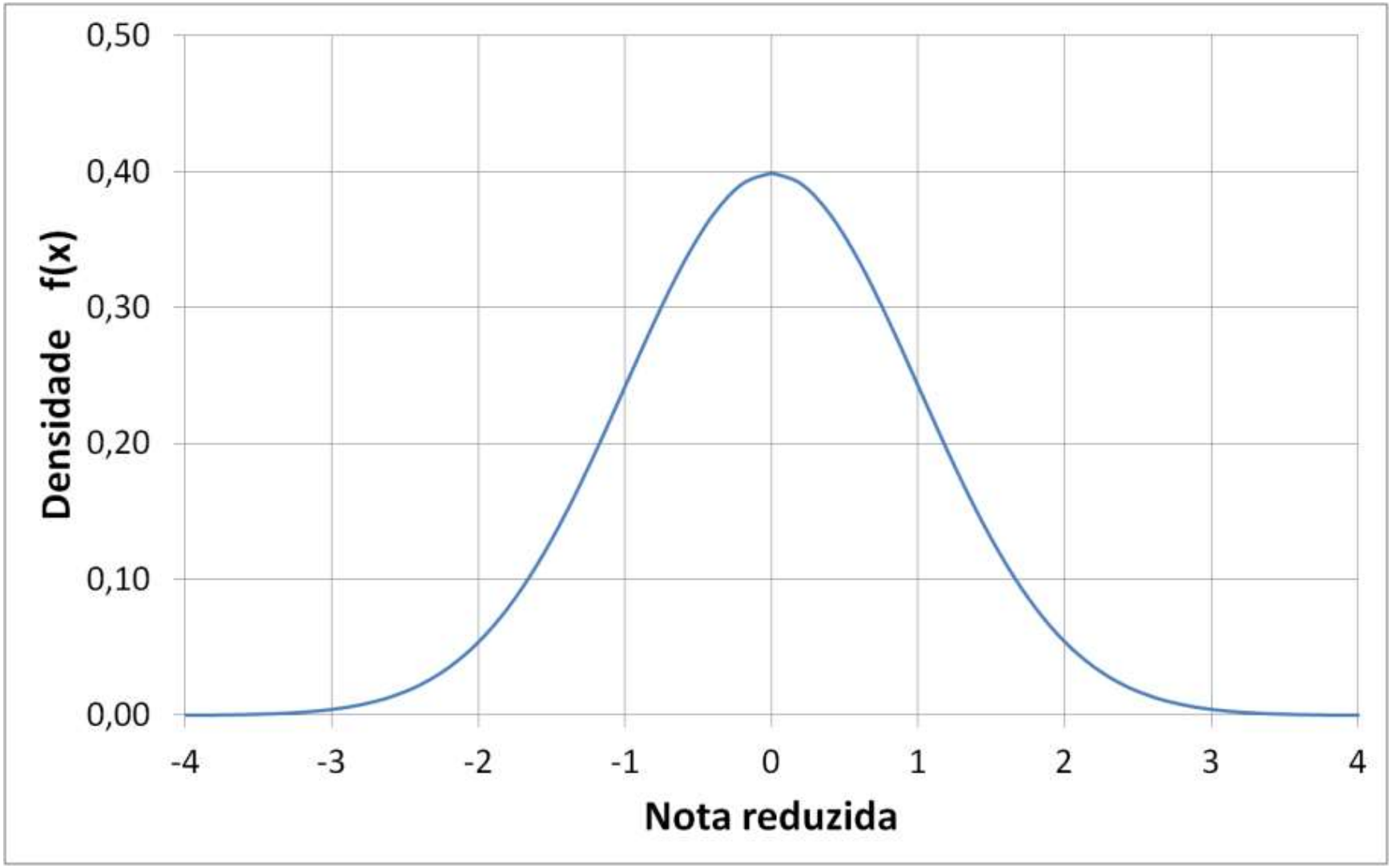

1000
800
600
400
200
0
Frequencia
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Caras em 12 moedas lançadas



Model	Gauss		
Equation	y=y0 + (A/(w*sqrt(PI/2)))*exp(-2*((x-xc)/w)^2)		
Reduced Chi-Sqr	9.55005		
Adj. R-Square	0.99992		
		Value	Standard Error
B	y0	-5.68637	1.63768
B	xc	6	0.0047
B	w	3.56757	0.01288
B	A	4170.85357	18.1854
B	sigma	1.78379	
B	FWHM	4.2005	
B	Height	932.80797	

IFGW
Instituto de Física Gleb Wataghin

Curva Normal ou Gaussiana



Triângulo de Pascal

- Uma resposta matemática à um problema (medieval) de distribuição de moedas conduziu também, no limite, à uma aproximação para a curva normal.

- A curva normal (também) descreve as probabilidades de que um número (muito grande) de moedas arremessadas apresentarem uma dada probabilidade de saírem “caras”.

A Curva de Gauss

- A expressão para a curva de Gauss é dada por:

- $y(x) = y_0 + \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right)$

- y_o
- A
- σ
- $\bar{x}$

A Curva de Gauss

- A expressão para a curva de Gauss é dada por:

- $y(x) = y_0 + \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right)$

- y_o
- A
- σ
- $\bar{x}$

Medidas básicas

- Média

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

- Desvio padrão

$$\sigma = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2\right]^{1/2}}{n}$$

A Curva de Gauss

- A expressão para a curva de Gauss é dada por:

- $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right)$

- σ
- $\bar{x}$
- Simplificando tudo!: $\sigma = 1 \cdot x$ e $\bar{x} = 0$

Calcular na lousa!

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x)^2}{2}\right)$$

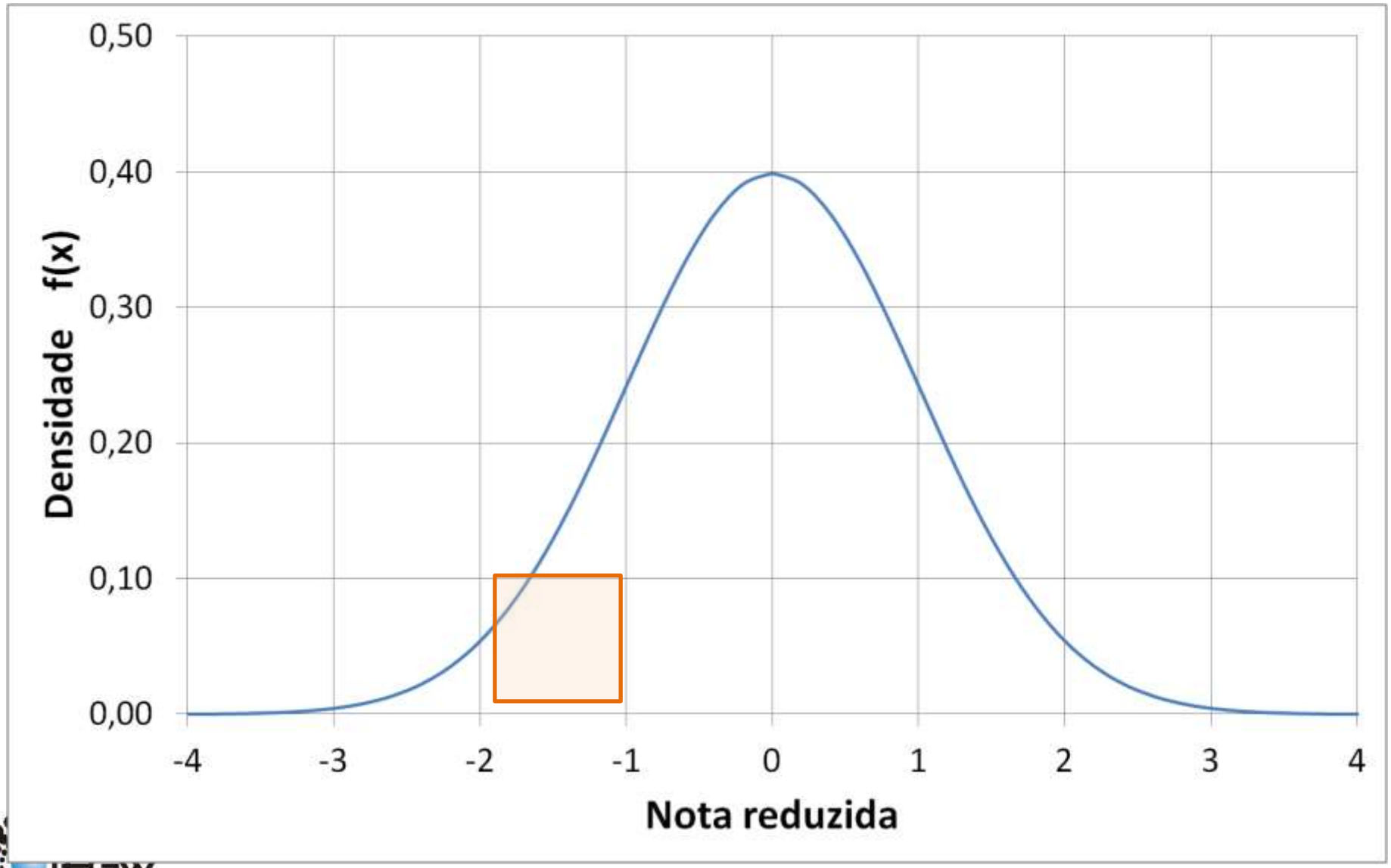
Memória auxiliar

2 Pi	Raiz	1/Raiz
6.28	2.505993	0.399043

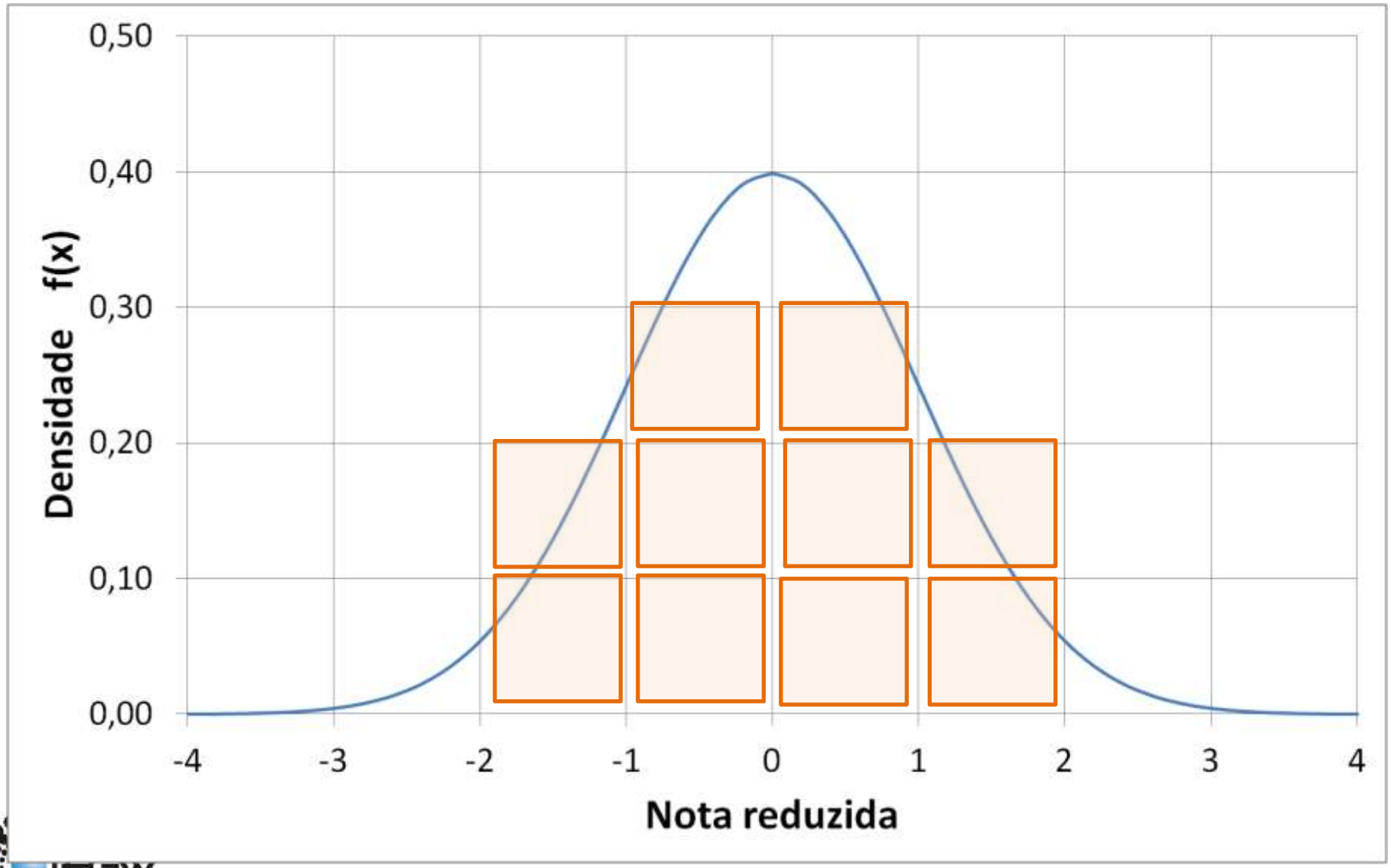
x	exp
-4	0.000335
-3	0.011109
-2	0.135335
-1	0.606531
0	1
1	0.606531
2	0.135335
3	0.011109
4	0.000335

X	FINAL
-4	0.000134
-3	0.004433
-2	0.054005
-1	0.242032
0	0.399043
1	0.242032
2	0.054005
3	0.004433
4	0.000134

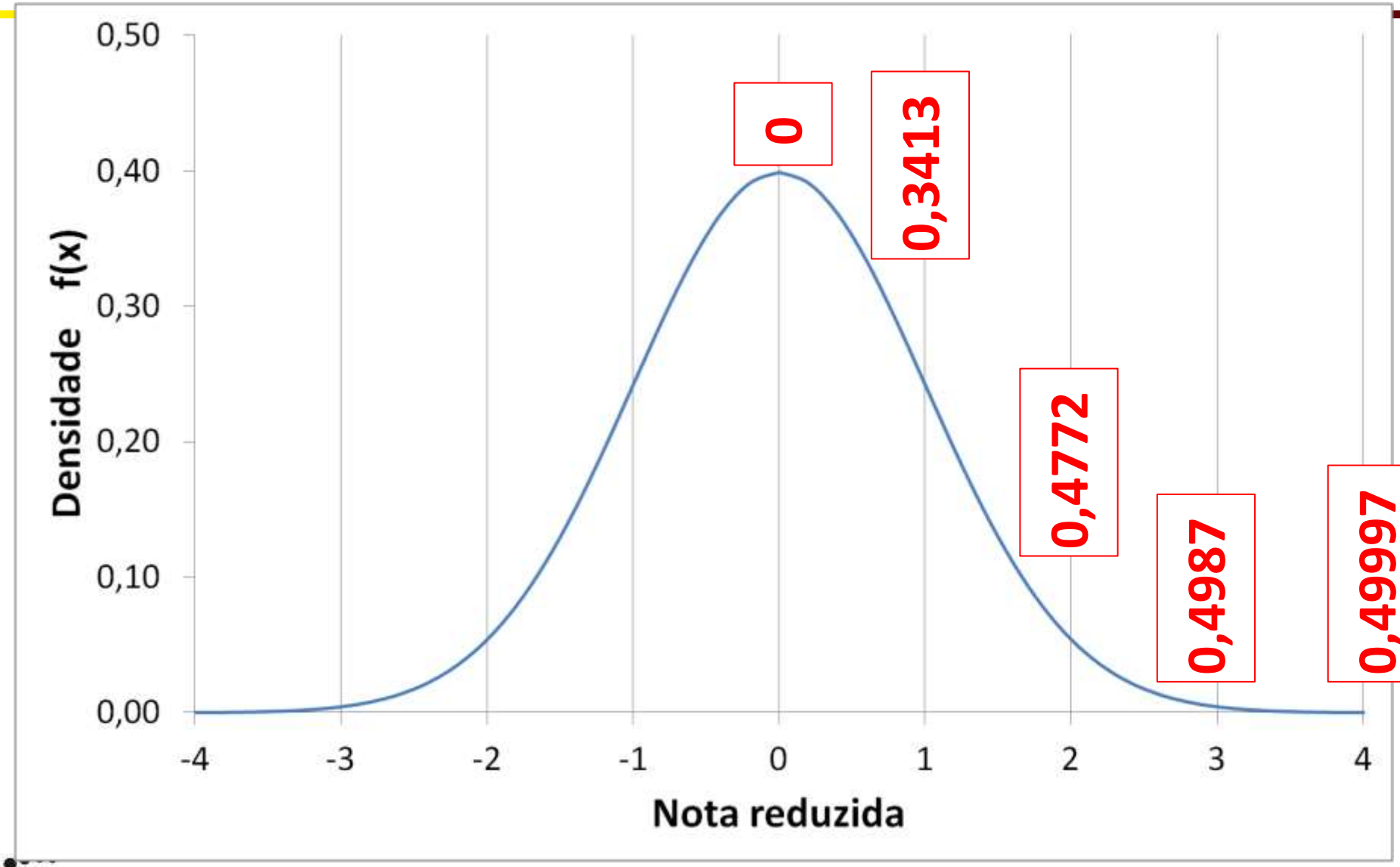
Curva Normal ou Gaussiana

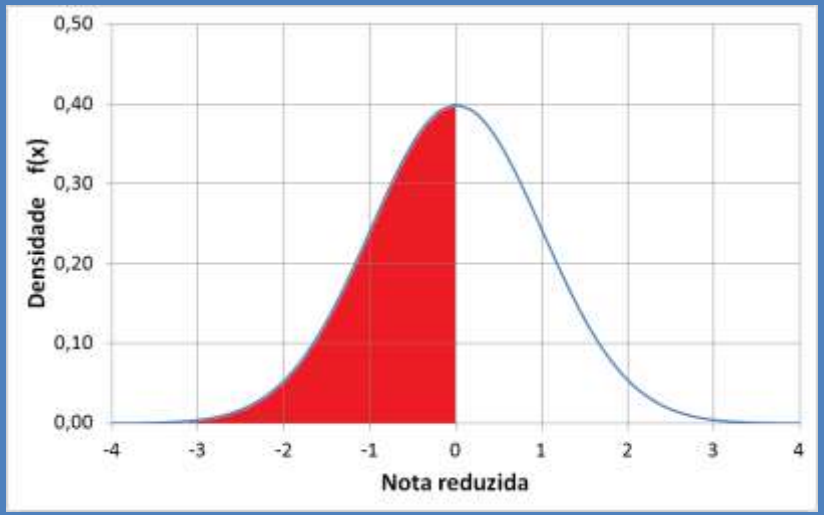


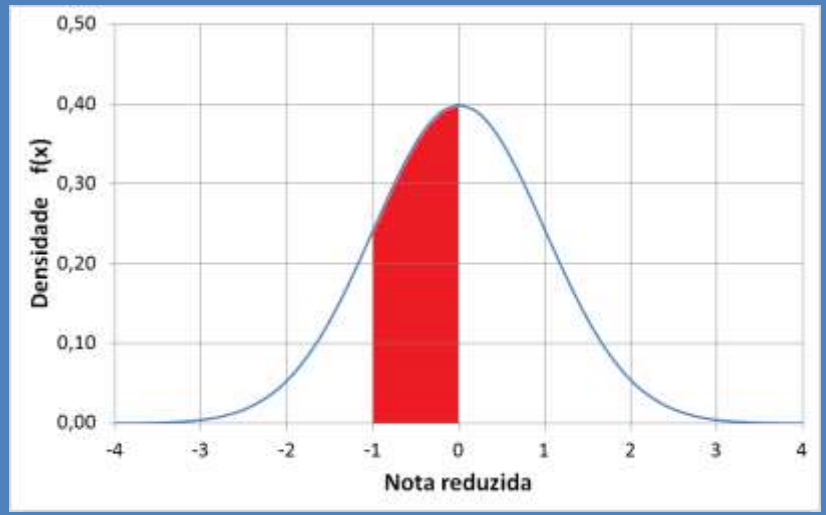
Curva Normal ou Gaussiana

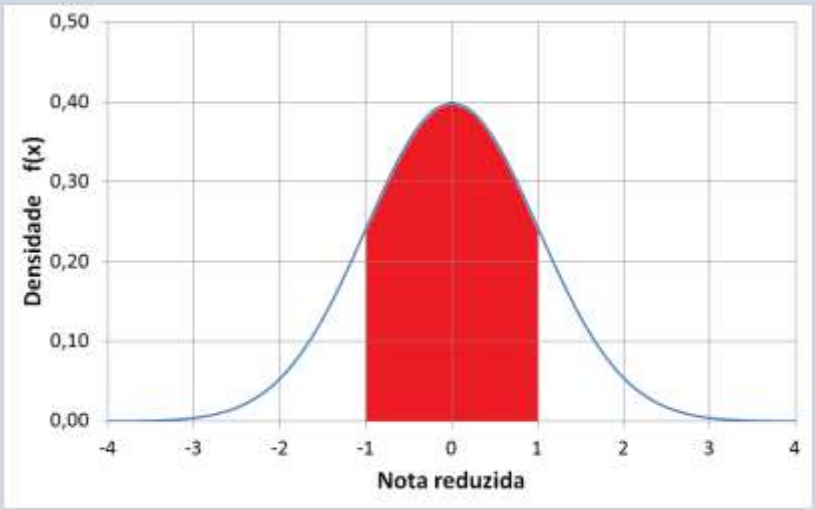


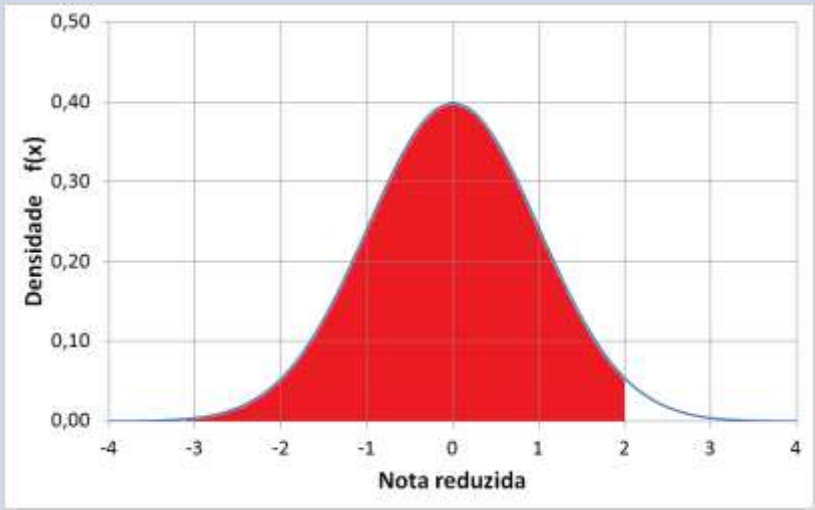
Curva normal ou gaussiana




0,50
0,40
0,30
0,20
0,10
0,00
Densidade f(x)
-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4
Nota reduzida


0,50
0,40
0,30
0,20
0,10
0,00
Densidade f(x)
-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4
Nota reduzida

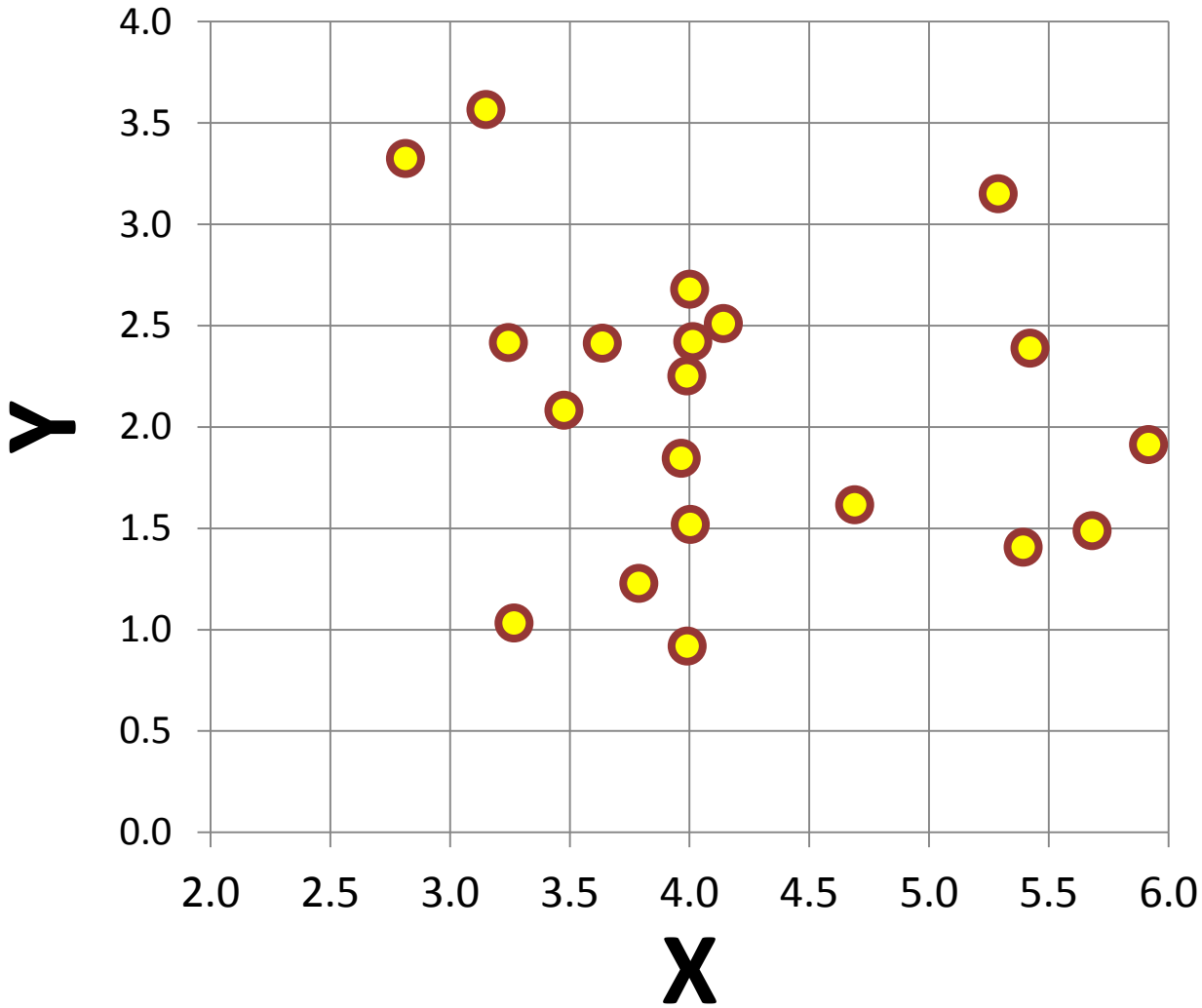

0,50
0,40
0,30
0,20
0,10
0,00
Densidade f(x)
-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4
Nota reduzida

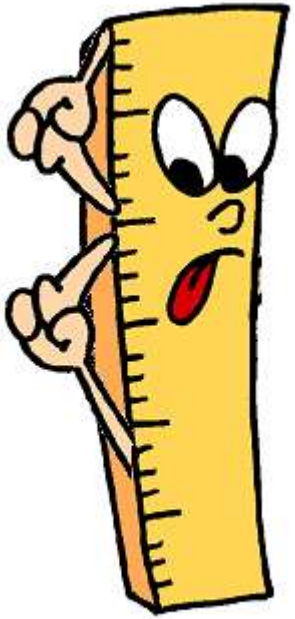

0,50
0,40
0,30
0,20
0,10
0,00
Densidade f(x)
-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4
Nota reduzida

Erros e Gaussiana

- Todas as medidas experimentais implicam em algum erro, alguma falha de precisão;
- Boa parte do tempo dos cientistas é investida em diminuir essas imprecisões;

Lançamento de esferas





Lançamento de esferas

Lançamento	X	y
1	4.0	2.4
2	3.3	1.0
3	3.8	1.2
4	4.0	2.7
5	4.7	1.6
6	4.0	1.5
7	5.4	2.4
8	4.0	2.3
9	5.7	1.5
10	4.0	0.9
11	5.3	3.2
12	3.2	3.6
13	3.6	2.4
14	3.2	2.4
15	4.0	1.8
16	2.8	3.3
17	3.5	2.1
18	4.1	2.5
19	5.4	1.4
20	5.9	1.9

Caracterizando o lançamento

- Caracterize a média e o desvio padrão de cada um dos eixos do lançamento.
- Caracterize a dispersão espacial (raio em relação ao centro dos lançamentos).
- ***Tarefa de grupo:***
  - Esses dados apresentam alguma característica gaussiana?
  - Utilize (procure utilizar) o programa indicado;
  - Justifique.