Capítulo IV

Cálculo de Sistemas de Vácuo

Fontes de gás em sistemas de vácuo

Um sistema de vácuo é um conjunto de componentes usados para obter, para medir e para manter o vácuo em uma câmara ou dispositivo. Qualquer sistema de vácuo consiste de uma ou mais bombas de vácuo, de medidores de vácuo e de tubos conectando-os. O sistema também deverá conter válvulas, armadilhas e/ou anteparos, selos diversos, passantes elétricos e mecânicos, e outros elementos. A Fig. 4 mostra um sistema típico para alto vácuo, como já esquematizado na Fig. 1.1, mas mostrando seus componentes em maior detalhe.

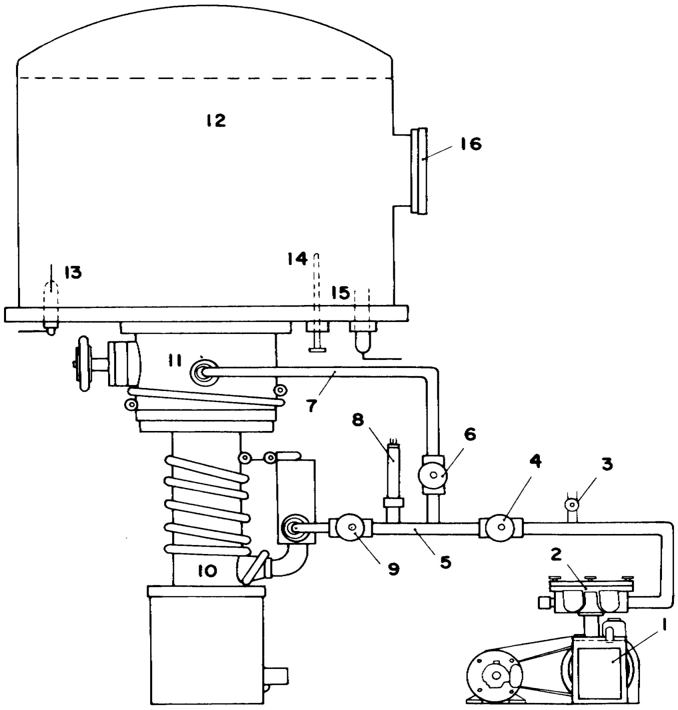

Fig. 4.1: esquema de sistema de alto vácuo. 1 – bomba rotativa (primária); 2 – armadilha para umidade; 3 – válvula para entrada de ar ("quebrar o vácuo"); 4 – válvula (para isolação da bomba primária; 5 – linha para vácuo de apoio à difusora; 6 – válvula para vácuo primário; 7 – linha de vácuo primário; 8 – medidor de vácuo tipo Pirani; 9 – válvula para isolar a bomba difusora; 10 – bomba difusora; 11 – válvula para isolar a bomba difusora da câmara de vácuo; 12 – câmara de vácuo; 13 – passante elétrico; 14 – eixo selado; 15 – medidor de vácuo tipo Penning; 16 – janela óptica. (Fig. 3.35, pg. 124 Roth)

Para poder descrever o comportamento de um sistema de vácuo, é necessário considerar todas as possíveis fontes de gás que, a qualquer momento, poderão estar em equilíbrio com a ação das bombas de vácuo. As fontes de gás são:

- as moléculas de gás da atmosfera inicial dentro do sistema, ou seja, a fase gasosa no volume do sistema (Q)
- o gás que penetra no sistema como resultado de vazamentos (Q_L).

- o gás proveniente de dessorção das paredes, ou seja, a fase adsorvida (Q_d).
- os gases ou vapores originários da pressão de vapor dos diferentes materiais dentro do sistema (Q_{ev}).
- o gás que penetra no sistema por permeação através das paredes, janelas e selos (Q_D).

Com excessão da primeira, as demais fontes de gás são função da construção do sistema. O tópico de vazamentos é especialmente importante, e será tratado no final deste capítulo. Para a discussão a seguir, vamos considerar que a totalidade das vazões de massa Q_T destas fontes é constante para o intervalo de tempo que considerarmos, ou seja: $Q_T = Q_L + Q_d + Q_{ev} + Q_D = \text{cte}$ (1).

Bombeamento no regime viscoso

Vamos supor que a velocidade de bombeamento S_b das bombas (ou bomba) é constante no intervalo de pressões de interesse. Como estamos tratando do regime viscoso, a menor pressão a ser atingida deverá estar ao redor de 10^{-2} torr, o que usualmente pode ser conseguido utilizando-se uma bomba mecânica. De acordo com a eq. 13 do Cap. 2, a velocidade de bombeamento S obtida na boca da câmara através da condutância C ligando-a à bomba é dada por $S = \dfrac{S_b \cdot C}{S_b + C}$ (2). Se a pressão é suficientemente alta para termos fluxo viscoso, a condutância do tubo ligando a bomba à câmara é dada

pela eq. 33 do Cap. 2, ou seja: $C = \dfrac{\pi}{128}\dfrac{D^4}{\eta\, L}\bar{P} = E \cdot \bar{P} = E\,\dfrac{(P + P_b)}{2}$ (3), com $E = \dfrac{\pi}{128}\dfrac{D^4}{\eta\, L}$,

P a pressão na câmara e P_b a pressão na entrada da bomba. Substituindo a eq. 3 na eq. 2, obtemos $S = \dfrac{S_b\, E\left(\dfrac{P + P_b}{2}\right)}{S_b + E\left(\dfrac{P + P_b}{2}\right)}$ (4), da qual obtemos a vazão de massa

$$Q = PS = \frac{P\, S_b\, E\left(\dfrac{P + P_b}{2}\right)}{S_b + E\left(\dfrac{P + P_b}{2}\right)} = -V\,\frac{dP}{dt}$$

(5). Nesta equação V é o volume da câmara, e estamos desprezando Q_T por ser desprezível frente a Q. Como P_b também é uma função de P, escrevemos $Q = P_b\, S_b = -V\,\dfrac{dP}{dt}$ (6), uma vez que a vazão de massa é a mesma em todas as partes do sistema de vácuo (sistema em série). Ou seja, $P_b = \dfrac{-V}{S_b}\dfrac{dP}{dt}$ (7), e levando esta expressão à eq. 5, obtemos $-\left(\dfrac{V}{S_b}\right)^2\left(\dfrac{dP}{dt}\right)^2 + \dfrac{2\,V}{E}\left(\dfrac{dP}{dt}\right) + P^2 = 0$ (8).Colocando $A = \dfrac{2\,V}{E}$, e $B = \left(\dfrac{V}{S_b}\right)^2$ e resolvendo a equação 8, obtemos $\frac{dP}{dt} = \frac{-A \pm \sqrt{(A^2 + 4\ B\ P^2)}}{-2\ B}$ (9). Uma vez que a pressão decresce com o tempo, apenas a solução com $\frac{dP}{dt} < 0$ é real, temos

$2\ B \frac{dP}{A - \sqrt{(A^2 + 4\ B\ P^2)}} = dt$ (10),ou seja, $-2B \frac{A + \sqrt{(A^2 + 4\ B\ P^2)}}{-4\ B\ P^2}\ dP = dt$ (11).

Integrando esta equação, obtemos

$$t = \frac{A}{2P} + \sqrt{B}\left[\frac{\sqrt{(\frac{A^2}{4B} + P^2)}}{P} - \ln\left[P + \sqrt{\frac{A^2}{4B} + P^2}\right]\right] + K \qquad (12),$$

com K = constante de integração. Usando a condição de contorno que para t = 0 P = P_i (a pressão inicial), obtemos

$$K = \sqrt{B}\left[\ln\left[P_i + \sqrt{\frac{A^2}{4B} + P_i^2}\right] - \frac{\sqrt{(\frac{A^2}{4B} + P_i^2)}}{P_i}\right] - \frac{A}{2P_i} \qquad (13).$$

Como

$$\frac{A^2}{4B} = \frac{\left(\frac{2V}{E}\right)^2}{\left(\frac{2V}{S_b}\right)^2} = \left(\frac{S_b}{E}\right)^2 \qquad (14),$$

temos

$$\frac{t}{V} = \frac{1}{E}\left[\frac{1}{P} - \frac{1}{P_i}\right] + \frac{1}{S_b}\left[\frac{\sqrt{\left(\frac{S_b}{E}\right)^2 + P^2}}{P} - \frac{\sqrt{\left(\frac{S_b}{E}\right)^2 + P_i^2}}{P_i}\right] + \frac{1}{S_b}\left[\ln\left(\frac{P_i + \sqrt{\left(\frac{S_b}{E}\right)^2 + P_i^2}}{P + \sqrt{\left(\frac{S_b}{E}\right)^2 + P^2}}\right)\right] \qquad (14).$$

Esta equação é colocada, na Fig. 4.2, em forma de gráfico, parametrizada pelo parâmetro $\frac{D^4}{L} = \frac{128}{\pi}\eta\ E$ (15) e considerando P_i = 760 torr e P = 7,6 10^{-2} torr, que é o intervalo de pressões para o qual se pode considerar o escoamento do gás como viscoso.

Se um volume V = 100 l é evacuado por uma bomba com velocidade de bombeamento de S_b = 2 l/s através de um tubo de diâmetro D = 2 cm e comprimento L = 200 cm, então $\frac{D^4}{L} = 8 \cdot 10^{-2}$ cm^3. Na curva rotulada 8.10^{-2} na Fig. 4.2 obtemos, para S_b = 2 l/s, $\frac{t}{V} = 6$ s/l. Assim, o tempo requerido para o volume de 100 l é t = 600 s. Se a câmara é ligada diretamente à bomba, sem a intermediação do tubo, a linha $\frac{D^4}{L} \to \infty$ fornece $\frac{t}{V} = 4,5$ s, ou seja, para o volume de 100 l, o tempo agora é 450 s. É interessante notar que quando a bomba é ligada diretamente à câmara, L = 0 e $E \rightarrow \infty$, e a eq. 14 reduz-se a $t = \left(\frac{V}{S_b}\right) \ln\left(\frac{P_i}{P}\right)$ (16), que é a mesma equação que descreve o tempo de bombeamento no escoamento molecular, para o qual a condutância não é função da pressão.

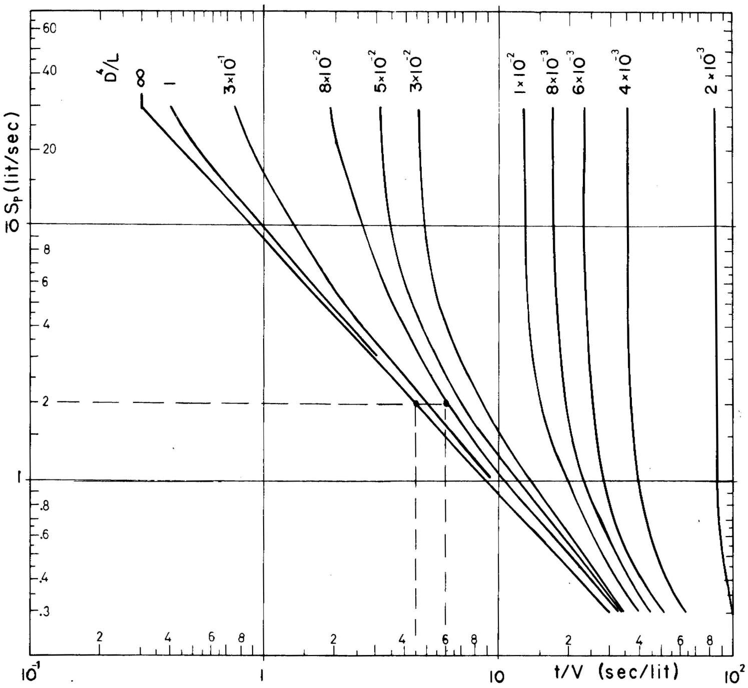

Fig. 4.2: Tempo requerido para abaixar a pressão de 760 torr até $7{,}6.10^{-2}$ torr em um volume V (l) conectado por tubo de diâmetro D (cm) e comprimento L (cm) a uma bomba de velocidade de bombeamento S_p (l/s). (Fig. 3.36, pg. 127 Roth)

Bombeamento no regime molecular

Neste regime o bombeamento é limitado pelo equilíbrio entre a vazão de massa residual Q_T (eq. 1) e a velocidade de bombeamento da bomba empregada tanto na própria bomba quanto na câmara que está sendo evacuada. Chamamos de carga de gás a soma de Q_T com o gás que vem do processo em si sendo realizado dentro da câmara de vácuo (secagem a vácuo, degaseificação, etc). No que se segue, vamos considerar apenas Q_T como definido pela equação 1. Aqui, é necessário levar em conta uma outra contribuição para a carga de gás, a que vem da bomba propriamente, e que é constituída de vazamentos no corpo da bomba e retro-difusão do fluido de bombeamento da bomba (se ele existe) ou retro-difusão dos gases bombeados pela bomba, o que pode acontecer em pressões muito baixas. Vamos designar este retro-fluxo de Q_0. Se a velocidade de bombeamento teórica (nominal) é S_t, a vazão de massa será

$Q = S_t P_b - Q_0 = S_t P_b \left(1 - \frac{Q_0}{S_t P_b}\right)$ (17), para a qual P_b é a pressão na boca da bomba. A menor pressão P_0 que a bomba atingirá será quando a vazão de massa Q = 0, ou seja, $Q_0 = S_t P_0$ (18). A velocidade real de bombeamento da bomba S_b será dada por

$S_b = \frac{Q}{P_b} = S_t\left(1 - \frac{Q_0}{S_t\,P_b}\right) = S_t\left(1 - \frac{P_0}{P_b}\right)$ (19). Na câmara de vácuo, a velocidade de bombeamento é $S = \frac{S_b \cdot C}{S_b + C}$ (20), e a carga de gás é Q_T dada pela eq. 1. Portanto, a vazão de massa na câmara é $Q = S\,P = P\,\frac{S_b\,C}{S_b + C} = -V\left(\frac{dP}{dt}\right) + Q_T$ (21). Ou seja, podemos escrever $Q = -V\left(\frac{dP}{dt}\right) + Q_T = S_t\left(P_T - P_0\right)$ (22), e como $S_b\,P_b = S\,P = \left(\frac{S_b\,C}{S_b + C}\right)P$ (23), temos que

$$-\frac{dt}{V} = \frac{\left(1 + \frac{S_b}{C}\right)}{S_t}\,\frac{dP}{\left(P - (1 + \frac{S_b}{C})\,P_0 - (1 + \frac{S_b}{C})\,\frac{Q_T}{S_t}\right)}$$

(24). Desta equação podemos obter o tempo requerido para abaixar a pressão do seu valor inicial P_i ao valor P, que é dado por

$$t = \frac{V}{S_t}\left(1 + \frac{S_p}{C}\right)\ln\left(\frac{P_i - \left(1 + \frac{S_b}{C}\right)P_0 - \left(1 + \frac{S_b}{C}\right)\frac{Q_T}{S_t}}{P - \left(1 + \frac{S_b}{C}\right)P_0 - \left(1 + \frac{S_b}{C}\right)}\right)$$

(25). A pressão alcançada após o tempo t é dada por

$$P = \left[P_i - \left(1 + \frac{S_b}{C}\right)P_0 - \left(1 + \frac{S_b}{C}\right)\frac{Q_T}{S_t}\right]\exp\left(\frac{-(\frac{S_t}{V})\,t}{(1 + \frac{S_b}{C})}\right) + (1 + \frac{S_b}{C})\,P_0 + (1 + \frac{S_b}{C})\,\frac{Q_T}{S_t} \quad (26).$$

Se a condutância C é muito grande, isto e, se $\frac{S_b}{C} \ll 1$, e se a pressão mais baixa atingível na bomba (pressão final) devido à carga de gás é $P_{u,b} = \frac{Q_T}{S_t}$ as equações 25 e 26 podem ser re-escritas como

$t = \frac{V}{S_t}\ln\left(\frac{P_i - P_0 - P_{u,b}}{P - P_0 - P_{u,b}}\right)$ (27) e $P = \left(P_i - P_0 - P_{u,b}\right)e^{\left(-\frac{S_t}{V}t\right)} + P_0 + P_{u,b}$ (28).

Quando uma condutância C liga a bomba à câmara, a pressão final na câmara P_u devido à carga de gás é dada por

$$P_u = \frac{Q_T}{S} = Q_T \frac{(S_b + C)}{S_b\, C} = \frac{\left(1 + \frac{S_b}{C}\right)}{\left(1 - \frac{P_0}{P_b}\right)} P_{u,b}$$ (29). Levando esta última equação na equação 25, obtemos

$$t = \frac{V}{S_t}\left(1 + \frac{S_t}{C}\right) \ln\left[\frac{P_i - \left(1 + \frac{S_b}{C}\right)P_0 - \left(1 - \frac{P_0}{P_b}\right)P_u}{P - \left(1 + \frac{S_b}{C}\right)P_0 - \left(1 - \frac{P_0}{P_b}\right)P_u}\right]$$ (30), que, para um sistema para o qual a pressão mais baixa da bomba P_0 é muito menor que P_u (e P_b), torna-se

$$t = \frac{V}{S_t}\left(1 + \frac{S_t}{C}\right) \ln\left[\frac{P_i - P_u}{P - P_u}\right]$$ (31).

Integrando a equação 21 considerando S_b constante e independente de P, obtemos

$$t = \frac{V}{S_b}\left(1 + \frac{S_b}{C}\right) \ln\left[\frac{P_i - P_u}{P - P_u}\right]$$ (32), que é idêntica à eq. 31, a menos que na eq. 31 consideramos a velocidade teórica de bombeamento S_t, e na eq. 32 consideramos a velocidade efetiva de bombeamento S_b. Explicitando a pressão P, obtemos

$$P = (P_i - P_u)\, e^{\left(\frac{-\frac{S_b}{V}t}{1 + \frac{S_b}{C}}\right)} + P_u$$ (33). Esta equação mostra que após um longo tempo de bombeamento a pressão tende à pressão final P_u determinada pela carga de gás (eq. 29). Ou seja, a eq. 33 descreve tanto o bombeamento transiente dado por $P = P_i\, e^{-\frac{S}{V}t}$ (34) quanto o estado estacionário final dado por $P = P_u = \frac{Q_T}{S}$ (35). Esta última relação diz que teremos uma pressão final constante se Q_T é constante, provocado por um vazamento, por exemplo, ou uma pressão final decrescente no tempo se Q_T é variável, como quando não temos vazamento e a carga do gás é devida à dessorção ou permeação. A fig. 4.3 ilustra ambos os casos.

A Fig. 4.3 ilustra também o significado das diferentes constantes de tempo que caracterizam o sistema de vácuo. Estas constantes de tempo dão o tempo para reduzir a pressão de uma dada fração. O tempo requerido para reduzir a pressão a e^{-1} = 0,367 do valor original é $\tau = \frac{V}{S}$ (36), e será chamada de constante de tempo do sistema. O tempo para reduzir a pressão à metade do valor inicial, a meia-vida, é dado por $\tau_{1/2} = 0{,}693\frac{V}{S} = 0{,}693\,\tau$ (37), e o tempo para reduzir a pressão a 0,1 do valor inicial (reduzir de uma década) é dado por $\tau_{1/10} = 2{,}3\frac{V}{S} = 2{,}3\,\tau$ (38). Note que todos estes tempos são diretamente proporcionais ao volume sendo bombeado e são inversamente proporcionais à velocidade de bombeamento, o que é intuitivo.

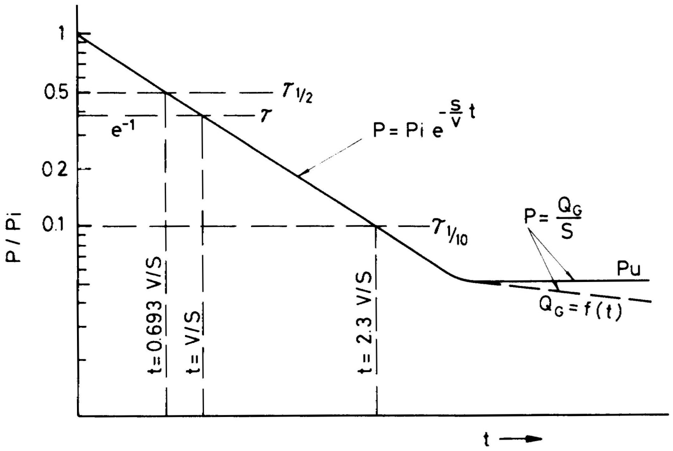

Fig. 4.3: Variação da pressão no regime transiente e no regime estacionário (fig. 3.37, pg. 130 Roth)

Estado estacionário com carga de gás distribuída

A pressão final de estado estacionário em um sistema de vácuo é dada pela eq. 35. No caso de uma câmara, a pressão é uniforme. No entanto, se temos um tubo comprido, de modo que a carga de gás é distribuída ao longo do tubo, o estado estacionário é caracterizado por um gradiente de pressão ao longo do tubo.

Consideremos a Fig. 4.4a, onde se mostra que a bomba está evacuando um tubo longo fechado

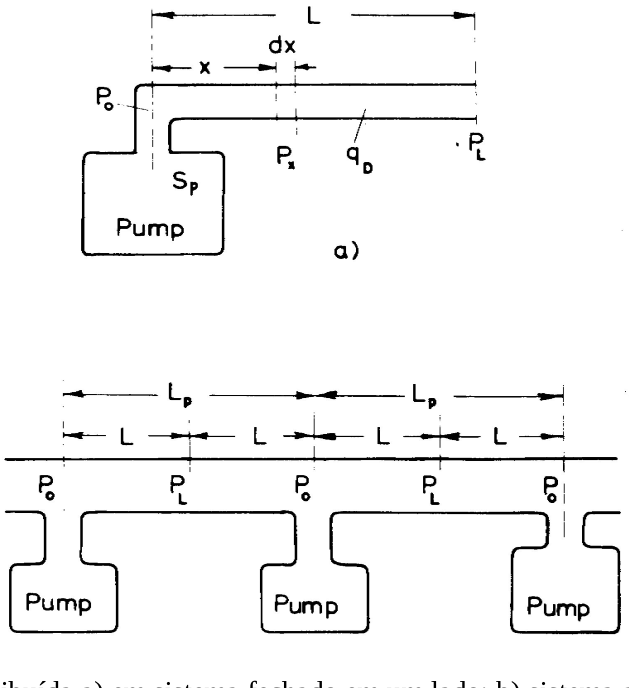

Fig. 4.4: Carga de gás distribuída a) em sistema fechado em um lado; b) sistema aberto longo (Fig. 3.38 pg. 132 Roth)

em uma extremidade, de condutância C e comprimento L. Vamos designar a taxa de degaseificação por unidade de área por q_d. A carga de gás devida a um trecho elementar de comprimento dx é dada por $-dQ = q_d\, B\, dx$ (39). Nesta equação B designa a medida do perímetro do tubo, e o sinal negativo indica fluxo na direção -x. A vazão de massa no elemento dx é $Q = C\left(\frac{L}{dx}\right) dP$ (40).

Diferenciando esta expressão, obtemos $dQ = C\, L\, \frac{d^2 P}{dx^2}\, dx$ (41). Da igualdade das eq. 39 e 41, obtemos $\frac{d^2 P}{dx^2} = -\frac{q_d\, B}{C\, L}$ (42). Integrando, obtemos $\frac{d P}{dx} = -\frac{q_d\, B}{C\, L}\, x + K_1$ (43), com K_1 constante de integração. Podemos usar a condição de contorno que, na extremidade do tubo x = L $\frac{d P}{dx} = 0 \rightarrow K_1 = \frac{q_d\, B}{C}$ (44). Assim, a equação 43 fica $\frac{d P}{dx} = -\frac{q_d\, B}{C\, L}\, x + \frac{q_d\, B}{C} = \frac{q_d\, B}{C}\left(1 + \frac{x}{L}\right)$ (45). Integrando novamente, obtemos $P(x) = -\frac{q_d\, B}{2\, C\, L}\, x^2 + \frac{q_d\, B}{C}\, x + K_2$ (46). Outra condição de contorno é que, na boca da bomba, a pressão é $P_0 = \frac{q_d\, B\, L}{S_b} = K_2$ (47). Ou seja, a equação 46 pode ser re-escrita $P(x) = q_d\, B\left(\frac{L}{S_b} + \frac{x}{C} - \frac{x^2}{2\, C\, L}\right)$ (48). Esta equação mostra que a distribuição de pressão ao longo do tubo é parabólica, sendo máxima na extremidade fechada, com o valor dado por $P_L = q_d\, B\, L\left(\frac{1}{S_b} + \frac{1}{2\, C}\right)$ (49). A queda de pressão é entre uma posição x e a bomba é dada por $P(x) - P_0 = q_d\, B\left(\frac{x}{C} - \frac{x^2}{2\, C\, L}\right)$ (50) enquanto a queda de pressão para todo o tubo é dada por $P(L) - P_0 = \frac{q_d\, B\, L}{2\, C}$ (51), que mostra que esta queda de pressão é independente da velocidade de bombeamento, ou seja, mesmo utilizando uma bomba muito grande, a pressão não cairá abaixo dos valores dados pelas equações 50 e 51. Por esta razão, o bombeamento de tubos longos, por exemplo, para aceleradores de partículas, deve ser feito colocando-se um certo número de bombas ao longo do comprimento do tubo. O número de bombas, o seu tipo e a queda de pressão são interligados pelas equações 47 a 51. Se o tipo de bomba é conhecido (escolhido), o espaçamento L_p entre bombas adjacentes (Fig. 4.5b) pode ser determinado da eq. 47 como sendo $L_p = \frac{P_0\, S_b}{q_d\, B}$ (52), e, usando $L = \frac{L_p}{2}$ (53), obtém-se da eq. 51 a queda de pressão.

Se a queda de pressão $P_L - P_0$ é dada, a distância entre as bombas $L_p = 2\, L$ pode ser obtida da eq. 51 colocando-se nesta a condutância C. O valor de L_p determina então, pela eq. 47, o tipo de bomba (P_0, S_b) a ser usada.