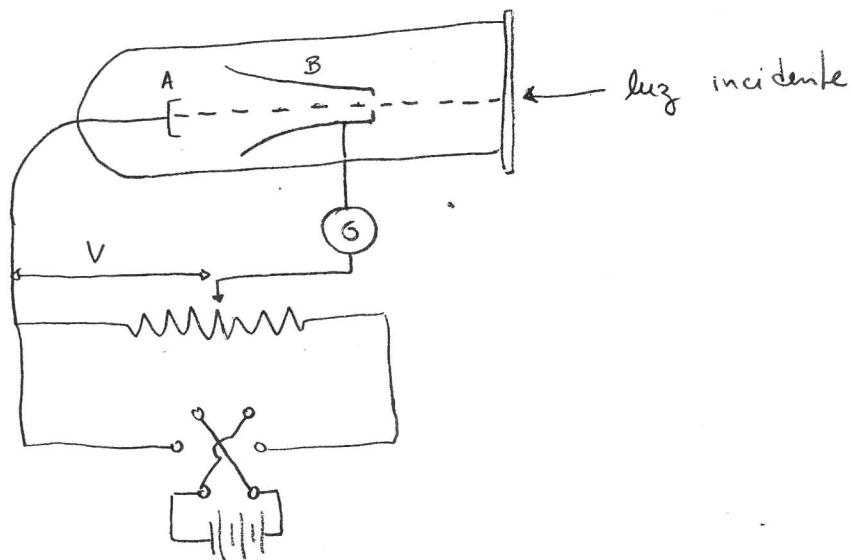


### 3 - INTERAÇÃO DA RADIAÇÃO COM A MATERIA

Vamos agora estudar alguns processos nos quais a radiação interage com a matéria. Em todos esses processos vamos obter evidências de que a radiação atua como se fosse corpuscular, em vez de apresentar o caráter ondulatório usual. Vamos concluir então, que os quanta de energia de PLANCK,  $E = h\nu$ , apresentam-se, como partículas de luz, fótons.

#### - O EFEITO FOTOELÉTRICO

Hertz, em 1887, mostrou que a incidência de luz ultravioleta sobre uma superfície metálica fazia com que elétrons fossem removidos do metal produzindo um corrente elétrica. Um esquema do aparelho experimental para o estudo do efeito fotoelétrico é dado abaixo:



Lenard → mostrou que os elétrons eram de remoção

Millikan (1914) (NOBEL) obteve as curvas de vs potencial de corte, com teoria de Einstein

Einstein (1905) (NOBEL) teoria baseada em Lema

$$v_{visível} = 4000 - 7000 \text{ Å}$$

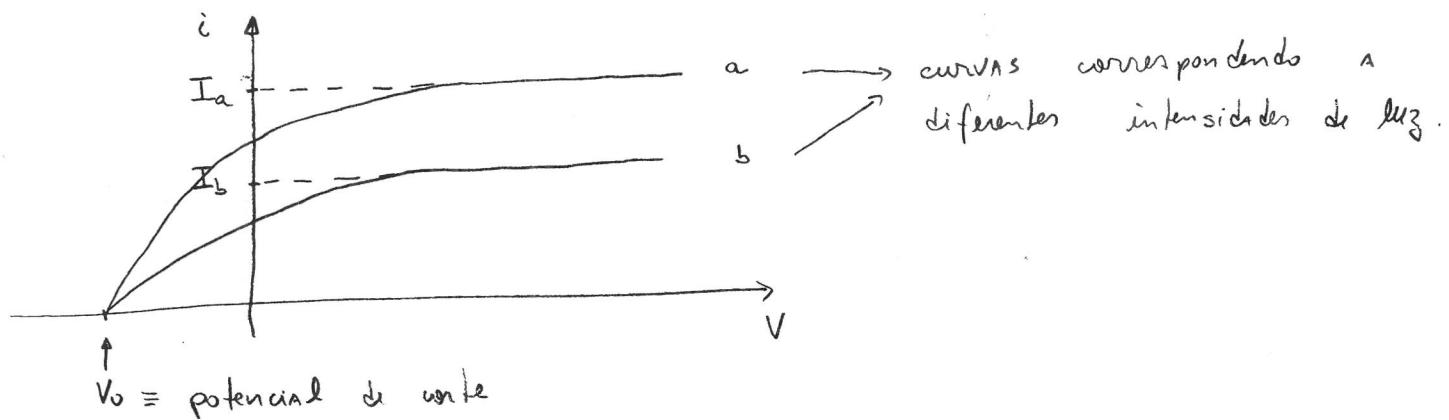
$$\text{ultravioleta} \sim 100 \text{ Å}$$

$$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$$

Então, fixados umas diferenças de potencial  $V$  entre as placas A e B, os elétrons emitidos de A geram um corrente elétrica registrada num  $\textcircled{G}$ . Essa corrente pode ser medida em termos de  $V$ , para diferentes intensidades de luz.

Resultados experimentais:

(1)

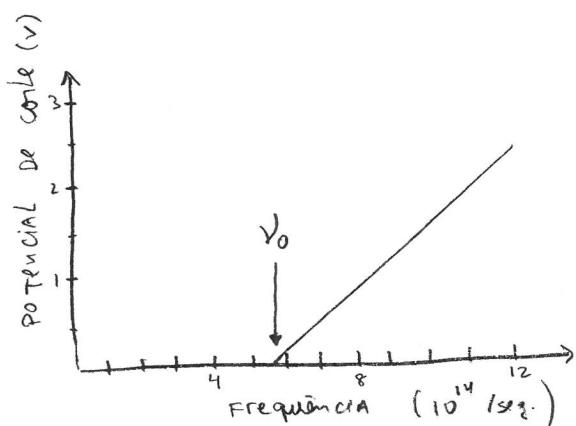


Se  $V$  é negativo, os elétrons são freados e a corrente cai.  $V_0$  significa que a energia cinética do elétron mais veloz é exatamente suficiente para vencer a barreira de potencial existente:

$$K_{\max} = eV_0$$

Note que  $V_0$  NÃO depende da intensidade da luz aplicada.

(2)



PARA UM METAL FIXO, O EFEITO FOTOELÉTRICO SÓ OCORRE P/ FREQUÊNCIAS QUE A FREQUÊNCIA DE CORTES  $\nu_0$ .

MENOS QUE A FREQUÊNCIA DE CORTES  $\nu_0$ .

LISTAMOS AGORA TRÊS FATOS SOBRE O EFEITO FOTOELÉTRICO QUE A TEORIA CLÁSSICA NÃO EXPLICA. (SEGUNDO ESSA TEORIA, A LUZ É UMA ONDE ELETROMAGNETICA COM ENERGIA PROPORCIONAL À AMPLITUDE DA ONDA. ALÉM DISSO, ESSA ENERGIA É DISTRIBUÍDA UNIFORMEMENTE NA FRONTE DA ONDA):

- (1) A ENERGIA CINÉTICA MÁXIMA DOS ELÉTRONS DEVERIA AUMENTAR COM A INTENSIDADE DA LUZ ( $V_0$  DEPENDERIA DA INTENSIDADE).
- (2) O EFEITO FOTOELÉTRICO DEVERIA OCORRER PARA QUALQUER FREQUÊNCIA SE A LUZ FOSSE BASTANTE INTENSA (NÃO DEVERIA HAVER  $\nu_0$ ).
- (3) SE A LUZ FOSSE BEM FRACA DEVERIA OCORRER UM RETARDO ENTRE A INTENSIDADE DA LUZ E A EMISSÃO DOS ELÉTRONS. ESSE RETARDO NUNCA FOI OBSERVADO.

Exemplo do retardo

$$\text{Potência da luz} = 1 \text{ Joule/seg} = 1 \text{ W}$$

Área efetiva ocupada pelo elétron =  $\pi r^2$ ,  $r = 10^{-10} \text{ m}$  (raio atômico)  
energia mínima para remover um elétron do potássio,  $W_0 = 2.1 \text{ eV} = 3.36 \times 10^{-19} \text{ J}$

$$\text{A potência da luz que o elétron recebe é } 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} * \frac{\pi (10^{-10})^2}{4\pi (1)^2}$$

$$= 2.5 \times 10^{-21} \text{ J/seg. O tempo necessário para absorver } 2.1 \text{ eV} = 3.36 \times 10^{-19} \text{ J é}$$

Área da bolha de luz no chão elétron

$$\Delta t = \frac{3.36 \times 10^{-19} \text{ J}}{2.5 \times 10^{-21} \text{ J/seg}} = 140 \text{ seg} \approx 2 \text{ min.}$$

TEORIA DE EINSTEIN (1905)

OBS

$1 \text{ eV} = \text{energia adquirida por um elétron (em s) } 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \text{ no passar DDP de } 1 \text{ V.}$

$$1 \text{ eV} = 3.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Segundo a idéia de PLANCK, que a energia carregada pelas ondas eletromagnéticas é  $n h\nu$ , Einstein notou que se a matéria absorve ou emite energia eletromagnética, esta deve ocorrer na forma

de um pulso com energia de pelo menos  $h\nu$ . Einstein assumiu que esses pulsos de energia  $h\nu$  são localizados no espaço e se movem com velocidade  $c$ . Ele também assumiu que esses fôtons são completamente absorvidos pelos elétrons no efeito fotoelétrico. Quando um elétron é emitido, sua energia cinética é

$$K = h\nu - W$$

$\uparrow \quad \uparrow$   
 energia necessária para  
 tirar o elétron do  
 metal

$K_{\max}$  ocorre se o menor  $W$ ,  $W_0$ , chamado de "função de trabalho" do mi-

$$K_{\max} = h\nu - W_0$$

Então, se  $\nu < \frac{W_0}{h}$ , não ocorre o efeito e explicamos a frequência de corte. Por outro lado, fazendo  $K_{\max} = eV_0$  temos

$$V_0 = \frac{h\nu}{e} - \frac{W_0}{e}$$

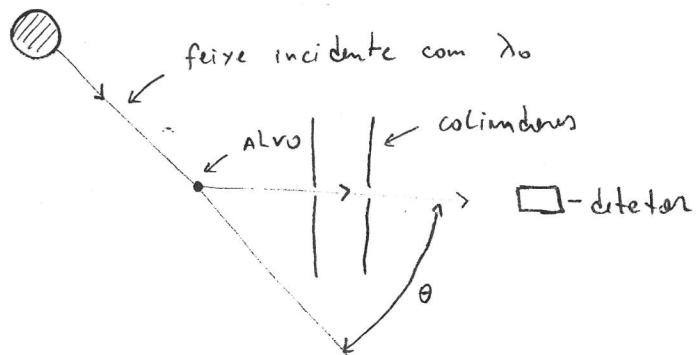
que dá a linha reta de  $V_0 \propto \nu$ . Claramente,  $V_0$  não depende da intensidade da luz (= aumentar o número de fôtons) e não há retardos.

Note que elétrons livres não podem absorver fôtons e conservar energia e momento ao mesmo tempo, portanto é importante a presença do metal.

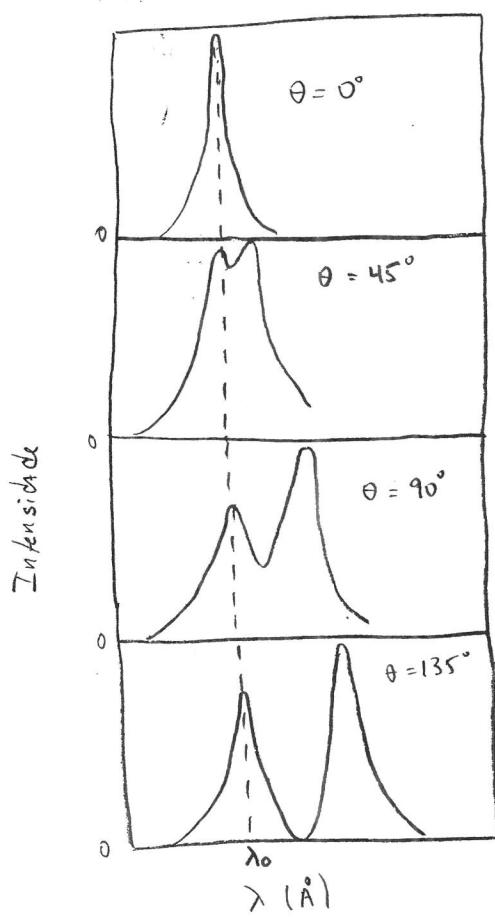
## - O EFEITO COMPTON

Estudaremos agora o esparlhamento de raios X (frequências maiores que  $10^{16}$  Hz) pela matéria. Esquematicamente a experiência realizada por Compton em 1923 é:

fonte de raios-X



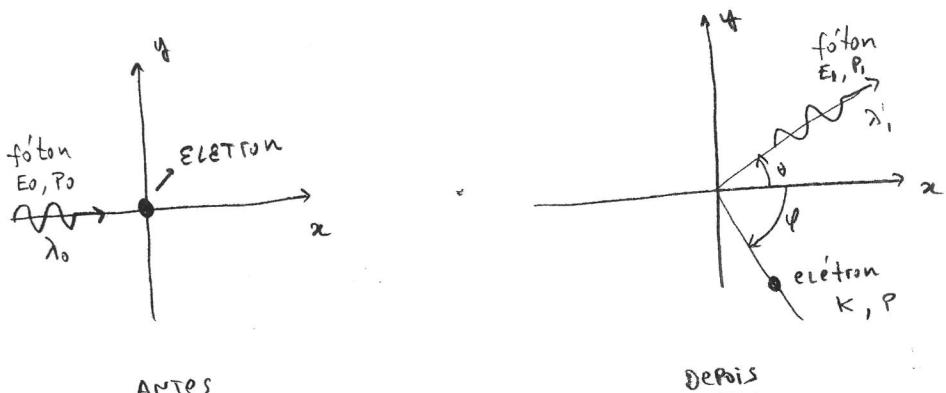
resultados



A teoria clássica previa que os elétrons do alvo compasssem a oscilar com a mesma frequência da onda incidente,  $\nu_0$ , e portanto reemisssem sempre no comprimento  $\lambda_0 = c/\nu_0$ . A presença de outros picos com posição dependente de  $\theta$  não era explicada.

(+)

De acordo com a teoria dos fôtons, este colisão com o elétromagnético é a mesma maneira que duas bolas de bilhar colidem:



Conservação de momento implica que

$$\text{e} \quad \left\{ \begin{array}{l} P_0 = P_i \cos \theta + P_w \sin \theta \\ P_i \sin \theta = P \sin \phi \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} (P_0 - P_i \cos \theta)^2 = P^2 \cos^2 \phi \\ P_i^2 \sin^2 \theta = P^2 \sin^2 \phi \end{array} \right.$$

Somando,

$$P_0^2 + P_i^2 - 2 P_0 P_i \cos \theta = P^2$$

Conservação de energia relativística implica que

$$E_0 + m_0 c^2 = E_1 + K + m_0 c^2 \quad , \quad \text{ou} \quad -E_1 + E_0 = K .$$

Como  $E = PC$  para o fóton,  $C(P_0 - P_1) = K$ , A energia do

elétron é

$$E^2 = (K + m_0 c^2)^2 = P^2 c^2 + m_0^2 c^4 \rightarrow P^2 = \frac{K^2}{c^2} + 2 m_0 K$$

Usando  $P$  e  $K$  obtidos acima temos

$$\frac{P_0^2 + P_1^2 - 2P_0P_1\cos\theta}{P^2} = \frac{(P_0 - P_1)^2}{P^2} + 2moc(P_0 - P_1)$$

↓

$$P_0P_1(1 - \cos\theta) = moc(P_0 - P_1), \text{ ou}$$

$$\frac{1}{moc}(1 - \cos\theta) = \frac{1}{P_1} - \frac{1}{P_0}$$

USANDO  $P = \frac{E}{c} = \frac{hv}{c} = \frac{h}{\lambda}$

$$\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{moc}(1 - \cos\theta) \equiv \lambda_c(1 - \cos\theta)$$

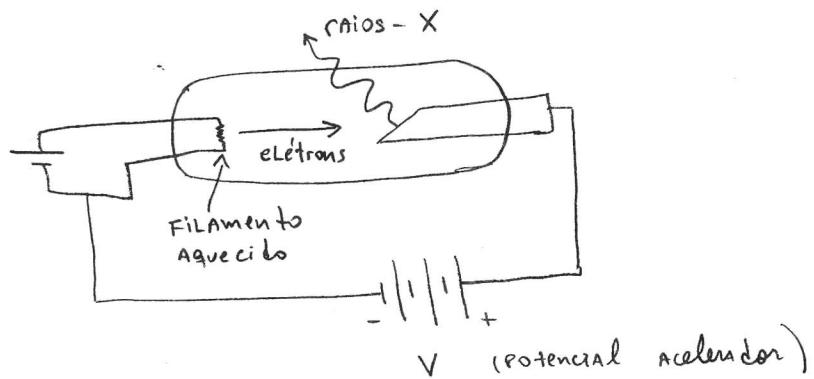
onde  $\lambda_c$  = comprimento de onda Compton =  $\frac{h}{moc} = 0,0243 \text{ \AA}$ . Então,

o posição do pico espalhado cai em  $\lambda_1$ , que depende de  $\theta$ . D  
onde vem então o pico com  $\lambda = \lambda_0$ ? Esse é proveniente do espalhamento de fótons por átomos inelásticos. Nesse caso,  $m_0 \rightarrow M$  (a massa do átomo). Como  $M \gg m_0$ ,  $\frac{h}{mc}$  é muito pequeno e  $\lambda_1 \approx \lambda_0$ . Esse processo é conhecido como espalhamento Rayleigh.

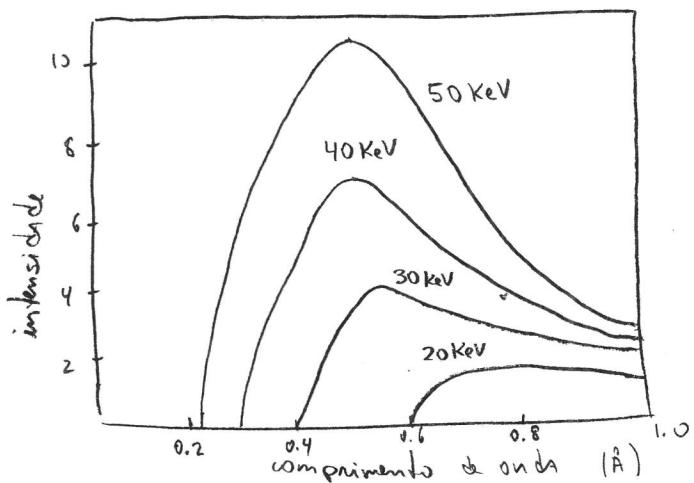
É interessante notar que se a luz incidente tem comprimento de onda grande, bem maior que  $\frac{h}{moc}$  ou  $\frac{h}{mc}$ , então  $\lambda_1 \approx \lambda_0$ , obtém-se a previsão clássica do espalhamento. Para  $\lambda$  pequenos,  $\frac{h}{moc}$  é importante e observamos o espalhamento Compton. Note que a negativo onde a teoria clássica dá errado é  $\lambda$  pequeno, ou seja grande; a mesma negativo onde a teoria clássica de corpor negros falhava. Compton ganhou o prêmio Nobel em 1927.

## - PRODUÇÃO DE FÓTONS (RAIOS-X)

Raios X são radiação eletromagnética com  $\lambda < 1\text{ \AA}$ . Elas foram descobertas por Röntgen, em 1895, através de colisão de elétrons acelerados com alvos metálicos:



A radiação é produzida pela desaceleração dos elétrons quando atingem o alvo. Os resultados experimentais indicavam que a radiação era produzida continuamente mas que havia um  $\lambda_{\min}$ , dependente de  $V$  apenas, tal que nenhuma radiação era observada para  $\lambda < \lambda_{\min}$ :



$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

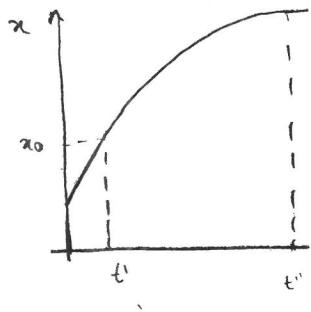
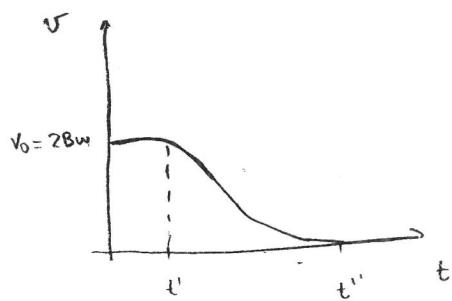
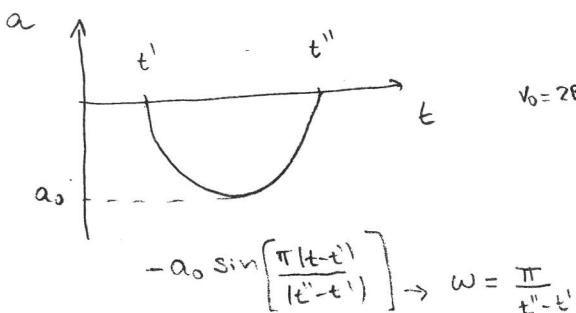
$$1 \text{ keV} = 1.6 \times 10^{-16} \text{ J}$$

$$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$$

Para ter uma ideia das previsões da teoria clássica, vamos usar resultados conhecidos da teoria eletromagnética, que nos dão a radiação emitida por unidade de tempo por uma carga acelerada harmonicamente:

$$R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{3} \frac{q^2 A_0^2}{c^3}, \quad (\text{energia emitida p/ unidade de tempo})$$

Onde  $A_0$  é a aceleração média durante uma oscilação. De acordo com essa teoria, a radiação emitida tem a mesma frequência da oscilação. Vamos supor que, ao se chocar com o alvo, o elétron sofre desaceleração harmônica entre  $t'$  e  $t''$ , parando completamente:



Então,

$$x(t) = x_0 + B [w(t-t') + \sin w(t-t')] ; \text{ ou } x(t) = \begin{cases} x_0 + v_0(t-t') \\ x_0 - v_0(t-t') \end{cases}$$
$$t'' = t' + \pi/\omega$$

$$v(t) = Bw(1 + \cos w(t-t'))$$

$$a(t) = -Bw^2 \sin w(t-t') ; \quad w = \frac{\pi}{t''-t'}$$

A aceleração média  $A_a$  é  $= \frac{Bw^2}{2}$ ; portanto

$$R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{3} e^2 \frac{B^2 w^4}{4c^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3} \frac{4B\pi^4}{c^3} \cdot v^4$$

onde  $v = \frac{w}{2\pi} = \frac{1}{2(t''-t')}$  ou  $\lambda = 2c(t''-t')$

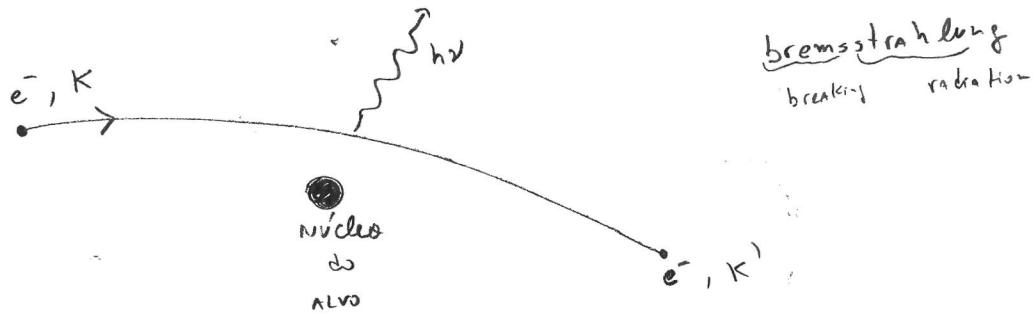
A frequência da radiação emitida é então inversamente proporcional ao tempo de colisão  $\Delta t = t''-t'$  do elétron com o material. Se

o elétron vem a 30 keV, por exemplo, e colide com um núcleo,  $r \approx 10^{-14} \text{ m}$ , podemos estimar  $v_{\max}$  ou  $\lambda_{\min}$ :

$$\Delta t = \frac{r}{v} = \frac{r}{\sqrt{2E/m}} \quad \text{e} \quad \lambda_{\min} = \frac{c}{v_{\max}} = \frac{c}{\sqrt{2E/m}} = 2c\Delta t$$

$$= \frac{2cr}{\sqrt{2E/m}} \approx 6 \times 10^{-4} \text{ fm}$$

que é muito menor que  $0.4 \text{ \AA}$  medido experimentalmente. Além disso, num colisão com outro elétron, At pode ser até zero, pois o elétron é puntual. A explicação do seu observado vem triviale com a ideia dos fôtons:

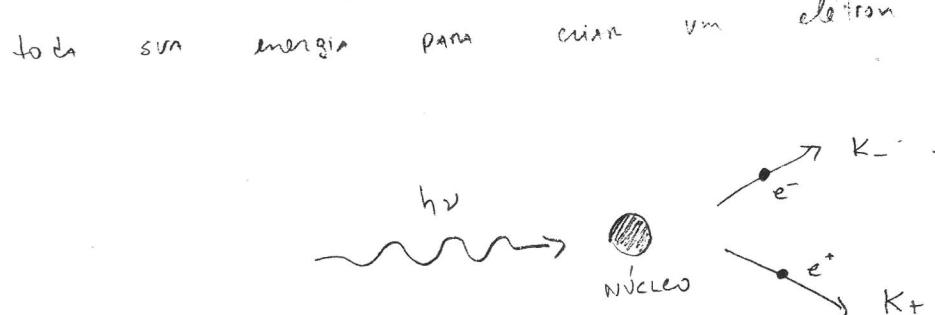


$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = K - K' \Rightarrow \lambda \text{ é mínimo se } K' = 0 \Rightarrow$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K} = \frac{hc}{eV}$$

### - Produção e Aniquilação de Pares

Um outro processo muito importante de interação da radiação com a matéria é o da conversão de energia em massa. Nesse processo, um fóton perde parte da sua energia na criação de um par de partículas. No exemplo abaixo, um fóton perde toda sua energia para criar um elétron e um positron:



OBS. Como o núcleo é positivo,  $K_+ > K_-$  devido à interação lenta.

BALANÇO ENERGÉTICO:  $h\nu = (m_0c^2 + K_-) + (m_0c^2 + K_+)$

$$= 2m_0c^2 + (K_- + K_+)$$

É fácil ver que um fóton não pode simplesmente desaparecer e criar um par. É preciso a presença de um núcleo que absorva momento, senão não haveria conservação de energia e momento ao mesmo tempo. A energia mínima do fóton para a criação de um par ocorre quando  $K_+ = K_- = 0$

$$h\nu_{\min} = 2m_0c^2$$

$$\begin{aligned} m_0 &= 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg} \\ m_0c^2 &= (9,1 \times 10^{-31}) \cdot (9 \times 10^{16}) = 81,9 \times 10^{-15} \\ &= 5,12 \times 10^5 \text{ eV} = 0,51 \text{ MeV} \end{aligned}$$

No caso elétron-positron isso dá  $\pm 1,02 \text{ MeV}$ , ou  $\lambda \approx 0,012$  (raios gama)

Um processo paralelo à criação de um par é o de aniquilação de um par produzindo fótons. O mais provável é o aniquilamento de dois fótons:

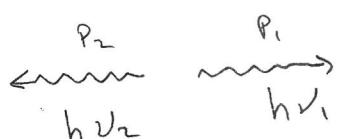
ANTES

$+e$      $-e$

≈ em repouso

+  
Atração Coulombiana

DEPOIS



Conservação do momento implica  $p_1 = p_2$  e  $v_1 = v_2 = v$ . Conservação da energia dá

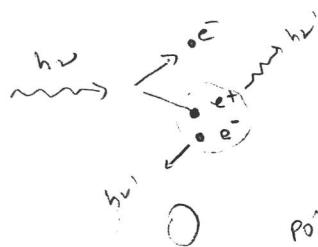
$$2mc^2 = hv_1 + hv_2 = 2hv \Rightarrow [hv = mc^2]$$

Jovamente isso dá, para o caso elétron-positrônio  $hv = 0,51 \text{ MeV}$  ou

$$\lambda \approx 0,024 \text{ \AA}.$$

Em geral, o positrônio produzido nesses processos acaba se combinando com outro elétron formando o positrônio que decai após  $10^{-10}$  seg:

$$hv \rightarrow e^+ + e^-$$
$$e^+ + e^- \rightarrow hv' + hv''$$



O positrônio é a produção de pares foi descoberto por Anderson em 1933, confirmado à teoria de DIRAC: DA equação

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

$$E = \pm \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

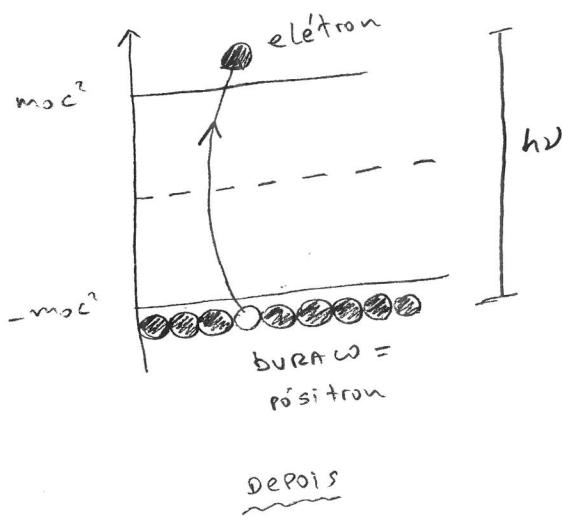
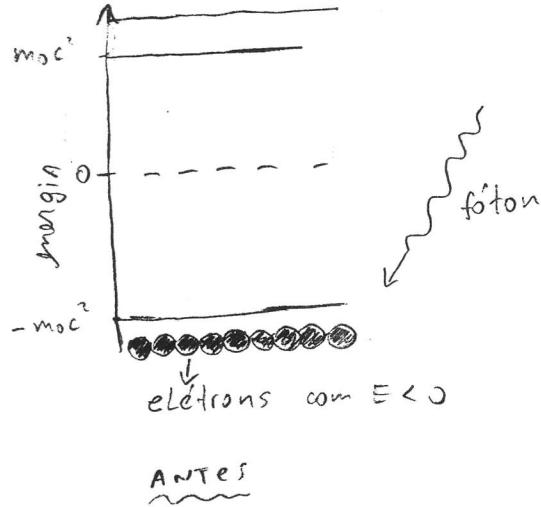
ou seja, deveriam existir elétrons com energia negativa! Além disso deveriam ocorrer transições de um elétron com "+E" e outros com "-E" com a emissão de fóton:



$$hv_{\min} = 2mc^2$$

No entanto, não se observa a emissão espontânea de fôtons por elétrons. Dirac então propôs a existência de um "mar de elétrons" com energia negativa. Esses elétrons estariam todos perdidos, o que os tornaria indetectáveis (o efeito de um mar sempre cancelado por algum outro). No entanto, podemos excitar um desses elétrons com um fôton, de pelo menos  $2mc^2$ .

Ganharemos então um elétron "real", com energia positiva, e "falta de elétron" com energia negativa, que se comportaria como uma carga positiva, o positron!



## Secções de Choque $\rightarrow$ Foto-Absorção e ESPALHAMENTO

10

Os processos que estudamos podem ser classificados como:

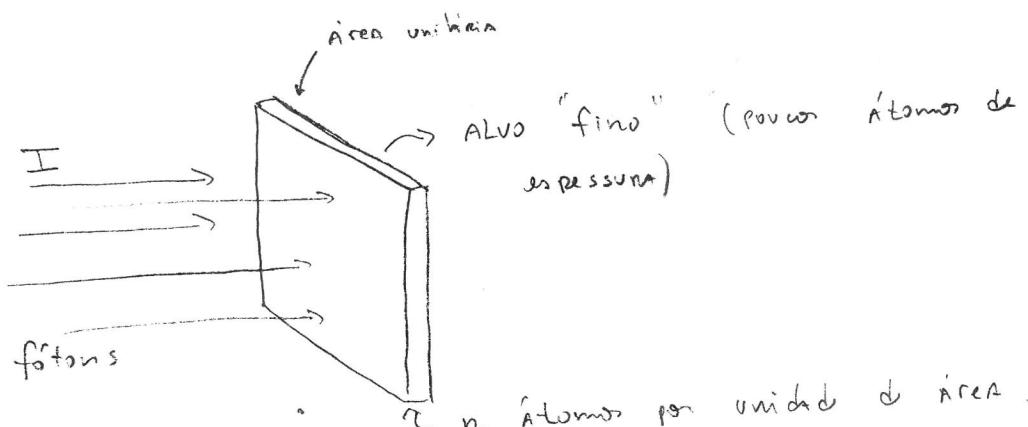
↓ Absorção ou de espalhamento da radiação pela matéria:

- Foto-Electrónico : ABSORÇÃO
- Espalhamento Compton : espalhamento
- Espalhamento Rayleigh : espalhamento
- Produção de Pares : Absorção

Vamos supor que temos um feixe de fótons com intensidade

I que colide com um bloco contendo  $n$  átomos por unidade de área:

↓ ÁREA :



A probabilidade de cada processo ocorrer pode ser medida com

a quantidade de fótons do feixe utilizada no processo. Essa quanti-

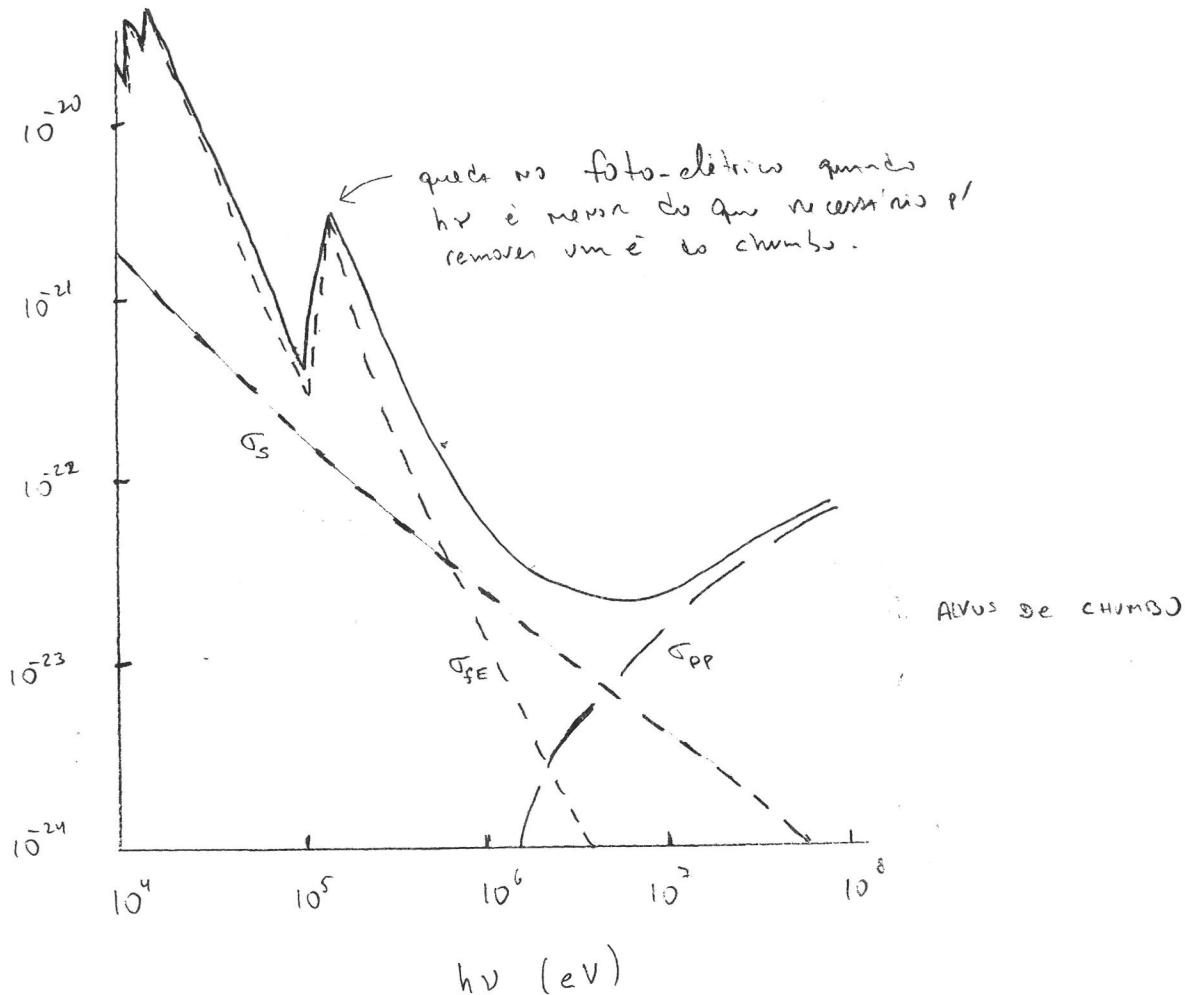
$N_p$  pode ser escrita como:

$$N_p = T_p \cdot I \cdot n$$

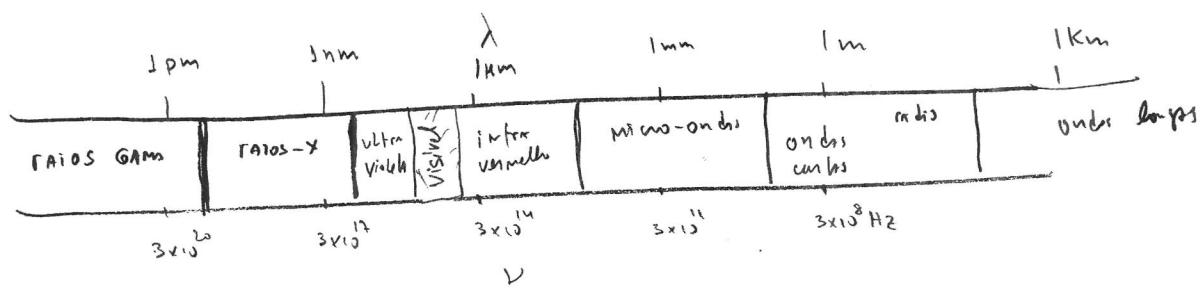
↓                    ↓                    ↓                    ↓  
 # de fótons / Δt    seção da chapa    intensidade =    # de átomos por  
 no processo p        do processo p        # de fótons / Δt        unidade de área.  
 (dimensão de área)

Uma interpretação geométrica de  $T_p$  é obtida se imaginarmos ao redor de cada átomo de alvo, um círculo de área  $T_p$  tali que todos fótons que caem dentro desse círculo são utilizados no processo p. Abaixo segue resultados experimentais para um al-

↓ chumbo:



NOTAÇÃO	PROCESSO DOMINANTE NO INTERVALO
$G_{SE}$ = $\sigma_{\text{foto-elettrico}}$	$0 \rightarrow 5 \times 10^5 \text{ eV}$
$G_S$ = $\sigma_{\text{espalhamento}}$	$5 \times 10^5 \rightarrow 5 \times 10^6 \text{ eV}$
$G_{PP}$ = $\sigma_{\text{produção de pares}}$	$5 \times 10^6 \rightarrow \text{muito grande}$
$\sigma$ = $\sigma_{\text{TOTAL}}$	

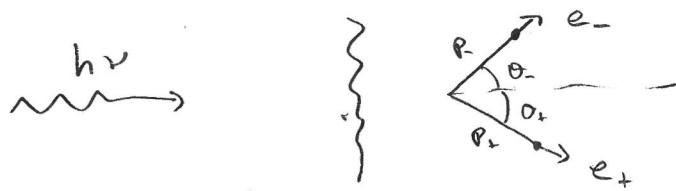


$$\lambda \approx 5000 \text{ Å}$$

$$\nu \approx 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

## APÊNDICE

Vamos mostrar que NÃO é possível haver criação de um par em A processos de um níclio. Isto é, o processo



NÃO conserva energia e momento.

A conservação de momento implica que

$$\frac{h\nu}{c} = p_- \cos\theta_- + p_+ \cos\theta_+$$

$$0 = p_- \sin\theta_- - p_+ \sin\theta_+$$

E conservando energia diz que

$$h\nu = 2m_0 c^2 + K_+ + K_-$$

Pela simetria do problema vamos assumir que  $p_- = p_+$ , o que leva a  $\theta_- = \theta_+$ .

Então

$$\frac{h\nu}{c} = 2p \cos\theta \quad \rightarrow \quad p_c = \frac{h\nu}{2 \cos\theta}$$

$$h\nu = 2m_0 c^2 + 2K \quad \rightarrow \quad K = \frac{h\nu}{2} - m_0 c^2$$

mas  $K$  e  $p$  estão ligados pelos relativismos

$$K^2 + 2m_0 c^2 K = p^2 c^2$$

U) lado esquerdo fixo

$$K^2 + 2m_0 c^2 K = \left(\frac{h\nu}{2} - m_0 c^2\right)^2 + 2m_0 c^2 \left(\frac{h\nu}{2} - m_0 c^2\right) = \frac{h^2 \nu^2}{4} - m_0^2 c^4 < \frac{h^2}{4}$$

U) lado direito, por outro lado é

$$p^2 c^2 = \left(\frac{h^2 \nu^2}{4 m_0^2 c^2}\right) \geq \frac{h^2 \nu^2}{4}$$

e chegará a um absurdo.