

SEGUNDA LISTA - FI-195

1. Um partícula de massa m é colocada no alto de um anel preso na posição vertical. A partícula desliza sobre o anel sem atrito. Calcule a reação no anel sobre a partícula usando o método dos multiplicadores de Lagrange. Encontre a altura em que a partícula se descola do anel.
2. Uma partícula de massa m desliza sem atrito sobre um bloco de inclinação α e massa M . O bloco, por sua vez, desliza sem atrito sobre o chão.
 - (a) Quantos graus de liberdade tem o sistema?
 - (b) Escreva a equação de vínculo, elimine uma das coordenadas e escreva a Lagrangeana. Resolva o problema.
 - (c) Escreva as equações de movimento usando um multiplicador de Lagrange. Resolva o problema e compare com a solução anterior.
3. Escreva a Lagrangeana e obtenha os momentos generalizados, as equações de movimento e a função energia dos seguintes problemas:
 - (a) oscilador harmônico uni-dimensional.
 - (b) partícula de massa m e carga q no potencial eletromagnético $V(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = q(\Phi(\mathbf{r}) - \mathbf{v} \cdot \mathbf{A})$
 - (c) Partícula movendo-se em três dimensões num potencial central $V(r)$ em coordenadas esféricas.
4. Considere o princípio variacional onde o funcional integrado é $f(y, y', x)$. Mostre que se $f = f(y, y')$, independente de x , então a seguinte equação é satisfeita pela curva estacionária:

$$f - y' \frac{\partial f}{\partial y'} = \alpha$$

onde α é constante. Dica: calcule df/dx e use as equações de Euler-Lagrange.

5. Mostre que o tempo de percurso de um raio de luz ao longo do caminho $y = y(x)$ pode ser escrito como

$$t = \frac{1}{c} \int n(x, y) \sqrt{1 + y'^2} dx.$$

Suponha que $n = n(y)$, independente de x . Mostre que as equações de Euler-Lagrange associadas são dadas por $ny'' = (1 + y'^2) \frac{dn}{dy}$, que podem ainda ser simplificadas para $n = A\sqrt{1 + y'^2}$ onde A é uma constante de integração. Obtenha a Lei de Snell a partir dessa equação.