

TERCEIRA LISTA - FI-195

1. Calcule a ação $S(x_f, x_i, T)$ para a partícula livre. Verifique as relações $\partial S/\partial x_f = p_f$, $\partial S/\partial x_i = -p_i$ e $\partial S/\partial t = -E$. Dica: escreva a solução da equação de movimento em termos de x_f , x_i e T antes de calcular a ação.
2. Calcule a ação $S(x_f, x_i, T)$ para o oscilador harmônico e verifique as mesmas relações acima.
3. O ponto de suspensão de um pêndulo plano simples de comprimento l e massa m é restrito a mover-se sobre a parábola $z = ax^2$ no plano vertical. Obtenha a Hamiltoniana. (problema 9 - veja figura no livro)
4. O ponto de suspensão de um pêndulo plano simples de comprimento l e massa m é restrito a mover-se sobre um trilho horizontal. Esse ponto é ainda conectado por uma barra sem massa de comprimento a a um anel de raio a e massa M que pode girar livremente sobre seu centro fixado no trilho. Obtenha a Hamiltoniana. (problema 11a - veja figura no livro)
5. Um cilindro uniforme de densidade ρ e raio a é montado de forma a poder rodar livremente sobre seu eixo vertical. No lado externo do cilindro um trilho espiral é fixado. Por esse trilho uma bolinha de massa m desliza sem atrito sob a ação da gravidade. Use qualquer sistema de coordenadas e encontre a Hamiltoniana do problema da bolinha + cilindro e resolva as equações de movimento. (problema 14).
6. Considere o problema gravitacional de dois corpos com massas M e m . Suponha que $M \gg m$, de forma que M possa ser considerado fixo no centro de massa do sistema. Escolha um sistema de coordenadas $\vec{q} = (q_1, q_2)$ com centro em M e que gira com frequência angular Ω no plano x-y da órbita de m . Mostre que a Lagrangeana nessas coordenadas pode ser escrita como

$$L = \frac{m}{2} [\dot{\vec{q}} + (\vec{\Omega} \times \vec{q})]^2 + \frac{GMm}{q}$$

onde $\vec{\Omega} = \Omega \hat{z}$. Obtenha a Hamiltoniana.

7. Partindo da função de Lagrange, use a teoria de transformações de Legendre para construir uma formulação onde as variáveis independentes sejam \dot{q}_i e \dot{p}_i . Chamando de $G(\dot{q}, \dot{p}, t)$ a nova 'Hamiltoniana', encontre as equações de movimento em termos de G .