SEXTA LISTA - FI-195

1. Considere a Hamiltoniana de um grau de liberdade

$$H = \frac{p^2}{2} + q(1 - aq^2); \qquad a > 0.$$

Encontre os pontos de equilíbrio e estude sua estabilidade. Use seus resultados para desenhar de forma esquemática o fluxo no espaço de fases do sistema.

2. Considere a Hamiltoniana de dois graus de liberdade

$$H = \frac{p_1^2}{2} + \frac{p_2^2}{2} + \frac{\omega^2 q_1^2}{2} + \frac{\lambda q_2^2}{2} + \frac{a q_2^4}{4}.$$

(a) Encontre os pontos de equilíbrio e estude sua estabilidade como função de λ para $a > 0$ fixo.

(b) Escreva explicitamente o Mapa de Poincaré para o caso em que $a = 0$. Encontre os pontos fixos e estude sua estabilidade como função de λ. O que mudaria qualitativamente se $a > 0$? Discuta a existência de pontos periódicos nos casos $a = 0$ e $a > 0$.

3. Considere o sistema de equações diferenciais

$$\dot{x} = x - 2y$$

$$\dot{y} = 3x - 4y\ .$$

(a) Esse sistema é Hamiltoniano?

(b) Estude a estabilidade do ponto de equilíbrio $(x, y) = (0, 0)$ e esboce o fluxo no espaço de fases.

4. Populações de predadores x e presas y podem ser descritas aproximadamente pelo sistema

$$\dot{x} = -\alpha x + \beta x y$$

$$\dot{y} = \gamma y - \delta x y\ .$$

(a) Existem valores dos parâmetros que tornem o sistema Hamiltoniano?

(b) Encontre os pontos de equilíbrio e estude sua estabilidade.

5. O Mapa de Meyer é dado por

$$x_1 = x_0 - p_0$$

$$p_1 = p_0 + \epsilon + (x_0 - p_0)^2 \ .$$

(a) Mostre que o mapa preserva áreas.

(b) Encontre os pontos fixos e estude sua estabilidade como função de ϵ. Encontre os pontos fixos de período 2 e estude sua estabilidade. Esboce o fluxo no espaço (x, p) e construa o diagrama de bifurcações, graficando a coordenada x dos pontos fixos e dos pontos de periódicos de período 2 são em função de ϵ. Use linha cheia para pontos estáveis e linha pontilhada para pontos instáveis.