F589 - QUARTA LISTA DE EXERCÍCIOS

1. Uma bala de massa $40g$ é lançada a $1000m/s$.(a) Que comprimento de onda pode ser associado a ela? (b) Por que a natureza ondulatória da bala não se revela em efeitos de difração?

2. Um neutron térmico tem energia cinética $(3/2)KT$ onde T é a temperatura ambiente, 300^oK. Esses neutrons estão em equilíbrio térmico com seu ambiente. (a) Qual a energia em eletronvolts de um neutron térmico? (b) Qual seu comprimento de onda de De Broglie?

3. Mostre que o comprimento de onda de De Broglie de uma partícula de carga e, massa de repouso m_0, movendo-se a velocidades relativísticas é dado em função do potencial acelerador V por
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0eV}}\left(1+\frac{eV}{2m_0c^2}\right)^{-1/2}.$$
(b) Mostre que isso concorda com h/p no limite não relativístico.

4. O acelerador de Stanford de $50Gev$ (i.e. $50 \times 10^9 eV$) produz um feixe de elétrons com comprimento de onda muito curto, bom para estudar detalhes finos da estrutura nuclear com experimentos de espalhamento. Qual é esse comprimento de onda e como ele se compara com o tamanho do núcleo? (Lembre-se que o movimento é altamente relativístico. Nesse caso pode-se usar a aproximação $p = E/c$).

5. O espaço planar principal no cristal de cloreto de potássio é 3.14Å. Compare o ângulo para a primeira reflexão de Braag nesses planos para elétrons de energia cinética de 40Kev e para prótons com a mesma energia.

6. O poder de resolução de um microscópio é limitado pelo comprimento de onda que se usa, i.e., os menores detalhes que podem ser separados são da ordem do comprimento de onda usado. Suponha que queiramos ver dentro do átomo. Assumindo que o átomo tem o diâmetro de 1Å, gostariamos de resolver detalhes da ordem de 0.1Å. (a) se usarmos um microcópio de elétrons, qual a energia necessária? (b) se o microscópio for de fótons, qual a energia desses fótons? Em qual região do espectro estão esses fótons? (c) Qual dos dois microcópios parece mais prático?

7. Um microscópio de fótons é usado para localizar um elétron dentro de um átomo com precisão de 0.2Å. Qual a incerteza na velocidade do elétron localizado dessa forma?

8. A vida média de um estado excitado de um núcleo é cerca de 10^{-12} segundos. Qual a incerteza na energia do raio gama emitido?

9. A energia de um oscillador harmônico linear é $E = p_x^2/2m + kx^2/2$. Considere uma situação em que a partícula está quase parada, com energias cinética e potencial muito pequenas. (a) Mostre, usando as relações de incerteza que nesse caso a energia pode ser escrita como
$$E = \frac{h^2}{32\pi^2 m x^2} + \frac{kx^2}{2}$$
(b) Mostre depois que a energia mínima do oscilador é $h\nu/2$ onde
$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\ .$$

10. Um garoto no alto de uma escada de altura H joga bolinhas de massa m no chão tentando atingir uma fenda. Para mirar ele usa um equipamento que tem a maior precisão possível. (a) Mostre que as bolinhas irão cair fora do alvo com uma distância média de $(\hbar/m)^{1/2}(H/g)^{1/4}$, onde g é a aceleração da gravidade. (b) Usando valores razoáveis para H e m, estime esse valor.

11. Funções de onda localizadas podem ser construidas a partir da superposição de ondas simples com momento e energia bem definidos:
$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k)\exp\left[i(kx - \omega t)\right]dk$$
(a) Mostre, usando as relações de De Broglie, que $\omega(k) = \hbar k^2/2m$.

(b) Encontre $\psi(x,0)$ para $A(k) = 1/(2\Delta k)$ se $k_0 - \Delta k \leq k \leq k_0 + \Delta k$ e $A(k) = 0$ fora desse intervalo. Defina uma largura para $\psi(x,0)$ e calcule o produto $\Delta k \Delta x$.

(c) Idem para
$$A(k) = \frac{1}{\sqrt{\Delta k}(2\pi)^{1/4}}\exp\left[-(k-k_0)^2/(4\Delta k^2)\right]$$
(d) Encontre $\psi(x,t)$ para $A(k)$ do item acima. Mostre que, conforme o tempo passa, a amplitude de ψ diminui e sua largura aumenta.