Terceira Prova - Métodos Matemáticos para Biologia

Entregar dia 26/06/2015.

1. A matriz de adjacências de uma rede com 7 nós é dada por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

   (a) Desenhe a rede.

   (b) Faça o gráfico da distribuição de grau $p(k) \times k$.

   (c) Faça o gráfico da distribuição cumulativa de grau $P(k) \times k$.

   (d) Calcule o grau médio, o caminho mínimo médio e o diâmetro da rede.

2. Considere a teoria de percolação para uma cadeia bidimensional que desenvolvemos nas páginas R24 a R27 das notas de aula. Na página R25 fizemos a hipótese que os nós vizinhos na rede renormalizada seriam ligados se três regras fossem seguidas. Essas regras levaram à equação $p' = p^2(2 - p^2)$. Suponha agora que apenas as duas primeiras regras sejam seguidas. Mostre que a equação resultante é

$$p' = p^4 + 4p^3(1 - p).$$

   Ache o ponto crítico dado por $p' = p$ e estude sua estabilidade.

3. Na rede livre de escala a probabilidade que um novo nó se ligue a um nó i pré-existente é proporcional ao grau k_i. A taxa com que o grau de um nó aumenta com o tempo é, portanto,

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = m \frac{k_i}{\sum_j k_j}$$

onde m é o número de conexões do novo nó. Supondo que o número de nós iniciais da rede é m_0 e que um novo nó é adicionado a cada passo de tempo, calcule a soma no denominador. Supondo que $t >> m_0$ resolva a equação acima.