

PRIMEIRA PROVA - FI002 - QUESTÃO EXTRA

NOME:

RA:

Um átomo de Hidrogênio é sujeito a um campo elétrico fraco e constante na direção z , de forma que o potencial perturbador é $V = eE_0z$. Estude a quebra de degenerescência provocada pelo campo elétrico no nível $n = 3$:

(a) mostre que a energia E_3 tem degenerescência 9 e liste os estados $|nlm\rangle$ que pertencem a esse nível.

(b) mostre que $[z, L_z] = 0$ e use essa informação para mostrar que vários elementos de matriz de V do bloco degenerado são nulos. Dica: calcule $\langle nl'm'|[z, L_z]|nlm\rangle$.

(c) usando que a paridade de Y_{lm} é $(-1)^l$ e que $z = r \cos \theta = \sqrt{4\pi/3} r Y_{10}$, calcule os elementos diagonais da matriz.

(d) mostre, usando (b) e (c), que apenas 8 elementos da matriz de V (dos 81 iniciais) são não nulos e desses 8 apenas 3 são diferentes.

(e) separe a matriz 9×9 em pequenas matrizes a serem diagonalizadas. Obtenha as correções nas energias e faça um esquema mostrando como a degenerescência é quebrada. Não é necessário fazer as integrais radiais.

Fórmulas

Energias e Funções de Onda do Hidrogênio

$$E_n = -\frac{e^2}{2a_0 n^2}; \quad a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$$

$$\Psi_{nlm} = \langle r\theta\phi | nlm \rangle = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \phi); \quad l = 0, 1, \dots, n-1; \quad m = -l, \dots, 0, \dots, +l$$

$$\Psi_{100} = Y_{00}(\theta, \phi) 2(a_0)^{-3/2} e^{-r/a_0}$$

Integrais

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$$

$$\int Y_{l,m}^* Y_{l',m'} d\Omega = \delta_{l,l'} \delta_{m,m'}.$$

$$\int Y_{2,1}^* \cos \theta Y_{1,1} d\Omega = \int Y_{2,-1}^* \cos \theta Y_{1,-1} d\Omega = 1/\sqrt{5}$$

$$\int Y_{2,0}^* \cos \theta Y_{1,0} d\Omega = 2/\sqrt{15}$$

$$\int Y_{1,0}^* \cos \theta Y_{0,0} d\Omega = 1/\sqrt{3}$$

$$Y_{1,0} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta \quad Y_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$$