F589 - PRIMEIRA LISTA DE EXERCÍCIOS

Nessa lista usaremos a convenção de que os sistemas inerciais 1 e 2 tem suas origens coincidindo em $t = 0$ e tal que o sistema 2 se move com velocidade v na direção de x em relação ao sistema 1.

1. Por definição a energia cinética é conservada em uma colisão elástica. Mostre, usando as equações de transformação Galileana, que se a colisão é elástica em um sistema inercial, ela é elástica em todos os sistemas inerciais.

2. Mostre que a equação de onda
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$
não é invariante pelas transformações de Galileo.

3. Mostre que a equação de onda é invariante pelas transformações de Lorentz.

4. Inverta as transformações de Lorentz
$$\begin{aligned} x_2 &= \gamma(x_1 - vt_1) \\ y_2 &= y_1 \\ z_2 &= z_1 \\ t_2 &= \gamma(t_1 - vx_1/c^2) \end{aligned}$$
e obtenha x_1 e t_1 em função de x_2 e t_2.

5. Considere um segmento reto no plano $x_2 - y_2$ do sistema inercial 2 formando um ângulo α_2 com o eixo x_2. Qual o valor desse ângulo quando medido no sistema 1?

6. Uma régua de 1 metro de comprimento move-se com velocidade $c/2$ em relação a um observador inercial fixo. No seu sistema de referência próprio, onde está em repouso, ela forma um ângulo de 45^o com a direção de sua velocidade. Qual o comprimento medido pelo observador?

7. Dois eventos ocorrem no mesmo lugar de um laboratório, separados por 2 segundos. Qual a distância espacial entre esses eventos em um sistema em movimento no qual os eventos ocorrem com intervalo de 5 segundos? Qual a velocidade relativa entre o laboratório e o sistema que se move?

8. Obtenha as regras de transformação da componente v_y da velocidade e a_y da aceleração.

9. Mostre que todo quadrivetor $\vec{A}$ tem módulo invariante: $\vec{A}_1 \cdot \vec{A}_1 = \vec{A}_2 \cdot \vec{A}_2$.

10. Um pequeno paralelogramo rígido de lados d$\vec{u}_2$ e d$\vec{v}_2$ no seu sistema de referência próprio, tem área

$$d\vec{A}_2 = d\vec{u}_2 \times d\vec{v}_2.$$

Mostre que, no sistema 1 o elemento de área é dado por

$$d\vec{A}_1 = d\vec{u}_1 \times d\vec{v}_1 = d\vec{A}_{2\|} + d\vec{A}_{2\perp}/\gamma$$

onde $d\vec{A}_{2\|}$ é a componente de $d\vec{A}_2$ paralela à velocidade relativa e $d\vec{A}_{2\perp}$ é a componente perpendicular.

11. Considere três sistemas inerciais 1, 2 e 3. Suponha que 2 mova-se em relação à 1 com v e que 3 mova-se em relação à 2 com velocidade v'. Todas as velocidades são colineares e na direção do eixo x. Escreva as equações de transformação de 2 para 1 e de 3 para 2. Combine essa equações e derive a transformação de 3 para 1. Mostre que a transformação direta de 3 para 1 é uma transformação de Lorentz com velocidade $v'' = (v + v')/(1 + vv'/c2)$.

12. O raio de nossa galáxia é de 3×10^{20}m, ou cerca de 3×10^4 anos luz. É possível alguém viajar do centro ao bordo da galáxia num tempo de vida normal? Explique, usando argumentos de dilatação do tempo e contração do espaço. Que velocidade constante seria necessária para fazer a viagem em 30 anos (tempo próprio do viajante)?

13. Calcule $v(t)$ para uma partícula sujeita a uma força constante $\vec{F}_0$ na direção x e condição inicial $v(0) = 0$. Mostre que $\lim_{t\to\infty} v(t) = c$. Em seguida calcule

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t')dt'.$$

14. Partindo de $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ mostre que $\vec{F} \cdot \vec{v} = dE/dt$.