FI -194 - Teoria de Campos I
Primeiro semestre de 2017
Lista de Exercícios 4

Data da entrega: 17/05/2017

Tópicos: Fatores de simetria, Soma de Dyson, Regras de Feynman, Teorema de Wick.

1. **Matriz S**

   Uma teoria de campos quântico tem a Lagrangiana $\mathcal{L}(x) = \mathcal{L}_0(x) + \mathcal{L}_{int}(x)$ onde

   $$\mathcal{L}_0(x) = \frac{1}{2}[\partial\phi(x)]^2 - \frac{1}{2}m^2\phi(x)^2 + \frac{1}{2}[\partial\psi(x)]^2 - \frac{1}{2}\mu^2\psi(x)^2 \,,$$

   e

   $$\mathcal{L}_{int}(x) = -\frac{\lambda}{4}\phi(x)^2\psi(x)^2 \,,$$

   Utilizando a definição da matriz S e contração de Wick, determine a contribuição em $O(\lambda)$ para a amplitude de espalhamento do processo

   $$\phi(p_1) + \psi(p_2) \to \phi(p_1') + \psi(p_2')$$

   onde p_1, p_2 e p_1', p_2' são os momentos iniciais e finais das partículas espalhadas.

2. **Série de Dyson**

   A Hamiltoniana H de um sistema quântico pode ser separada em duas partes:

   $$H = H_0 + H_{int} \,,$$

   onde H_0 é a Hamiltoniana para um sistema conhecido (simples) e H_{int} é a Hamiltoniana de interação.

   (a) Defina a representação de interação para o sistema.

   (b) Mostre que o operador evolução para os estados na representação de interação entre os estados t_0 e t_1 é $U(t_1, t_0)$ onde

   $$U(t_1, t_0) = T \exp\left\{-i\int_{t_0}^{t_1} dt H_I(t)\right\} \,,$$

   e

   $$H_I(t) = e^{iH_0 t} H_{int} e^{-iH_0 t} \,.$$

   (c) Verifique diretamente a partir da expressão da exponencial ordenada temporamente que $U(t_1, t_0)$ que a expansão em segunda ordem em interação que

$$U(t_1, t_0) = U(t_1, \tau)U(\tau, t_0)\,.$$

com $t_0 < \tau < t_1$.

3. **Teorema de Wick**

   (a) Mostre que o produto ordenado temporalmente $T\{\phi(x_1)\phi(x_2)\}$ e o produto ordenado normalmente $:\phi(x_1)\phi(x_2):$ são simétricos sobre a troca de x_1 e x_2.

   (b) Mostre que o propagador $D_F(x_1 - x_2)$ satisfaz esta mesma propriedade.

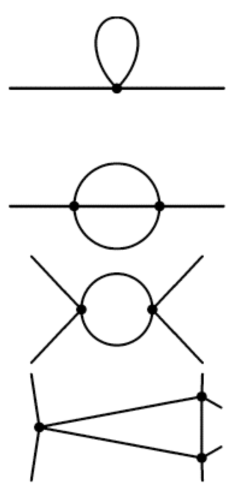
   (c) Verifique explicitamente a validade do teorema de Wick para o caso de três campos escalares.

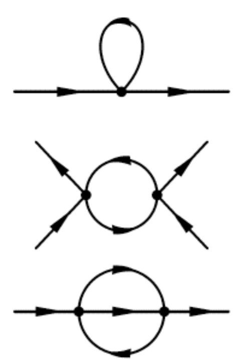
$$\begin{aligned} T\{\phi(x_1)\phi(x_2)\phi(x_3)\} =: \phi(x_1)\phi(x_2)\phi(x_3): \; &+ \; \phi(x_1)D_F(x_2 - x_3) + \phi(x_2)D_F(x_3 - x_1) \\ &+ \; \phi(x_3)D_F(x_1 - x_2)\,. \end{aligned}$$

   Dica: Expresse os campos em termos das componentes ϕ^+ e ϕ^-.

4. **Fatores de simetria**

   Determine os fatores de simetria dos seguintes diagramas





   Dica para o bloco de diagramas da direita: Se um diagrama possui uma regra de Feynman que é "sensível" ao sentido do momento (como no caso de acoplamentos derivativos), então o fator de simetria correspondente ao diagrama é determinado levando em consideração apenas o número de maneiras que podemos redesenhá-lo sem alterar a direção imposta pelos pontos externos.

5. **Diagrama de Feynman**

   (a) Desenhe todos os diagramas de Feynman para a função de quatro pontos para uma teoria $\lambda\phi^4/4!$ até $O(\lambda^2)$

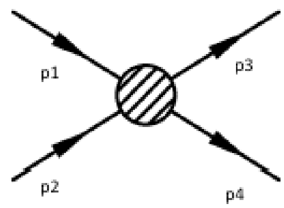


Figura 1: Representação esquemática compacta de todas as contribuições da função de quatro pontos até $O(\lambda^2)$.

(b) Considerando que o campo escalar ϕ é massivo, escreva as expressões para cada um dos diagramas desenhados no item anterior. Não se esqueça de colocar os fatores de simetria. Deixe claro qual é a convenção de momentos adotada em cada diagrama.

6. **Diagrama de Feynman**

Use a Lagrangiana

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\phi_1 \Box \phi_1 - \frac{1}{2}\phi_2 \Box \phi_2 + \frac{\lambda}{2}\phi_1(\partial_\mu \phi_2)(\partial_\mu \phi_2) + \frac{g}{2}\phi_1^2\phi_2\,,$$

para calcular a seção de choque diferencial

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\phi_1\phi_2 \to \phi_1\phi_2)$$

em nível de árvore.