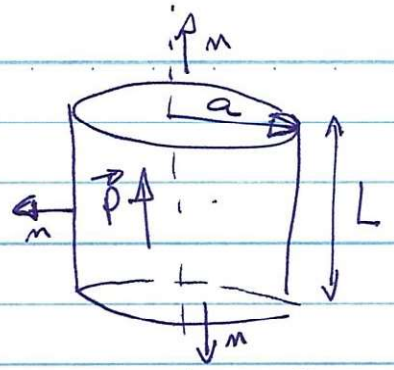
Probl. 4.11



$\vec{P} = P_0 \hat{z}$

→ Este seria um bom dielétrico

Titanato de Bário

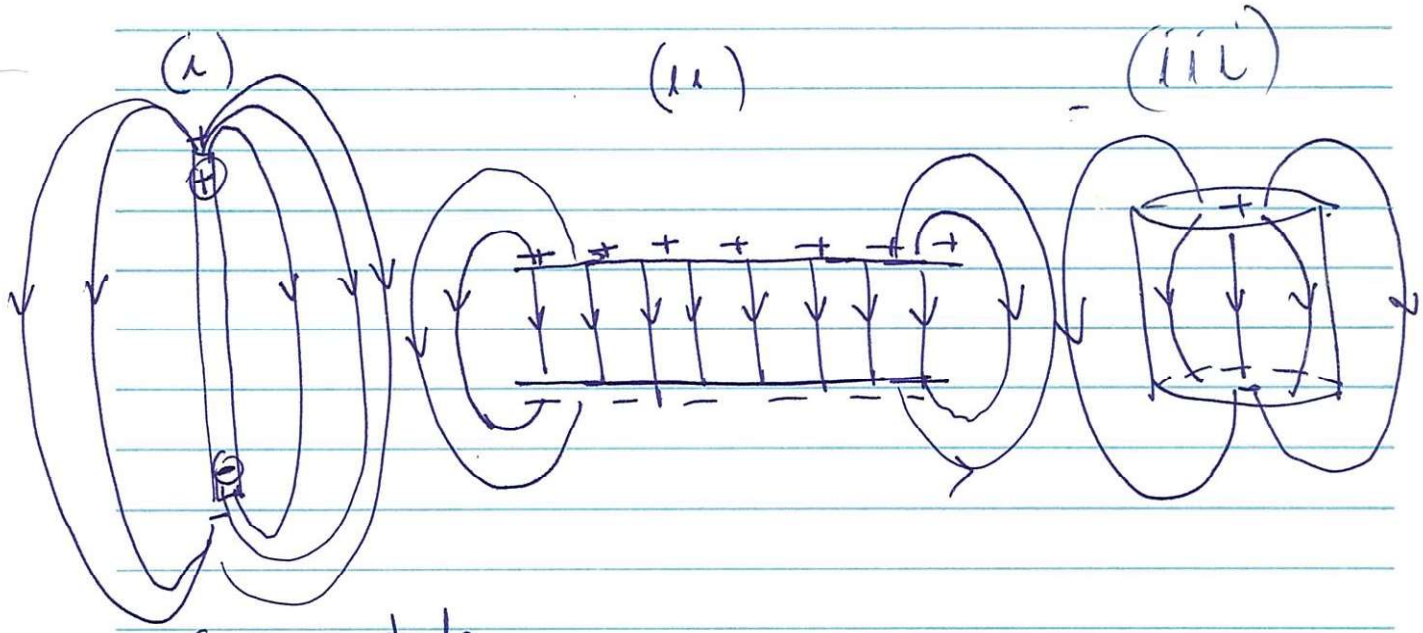
Encontrar as cargas polarizadas ρ_b e σ_b e desenhar o campo elétrico

(i) $L \gg a$ (ii) $L \ll a$ e (iii) $L \approx a$

$\rho_b = -\nabla \cdot \vec{P} = 0$ (se $\vec{P} = cte\ \hat{z}$ então $\nabla \cdot \vec{P} = 0$!)

sobra $\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$ $\sigma_b = 0$ nos laterais e sobra apenas as tampas

$$\boxed{\begin{array}{ll} \sigma_p = +P_0 & \text{(em cima)} \\ \sigma_p = -P_0 & \text{(em baixo)} \end{array}}$$



Como um dipolo

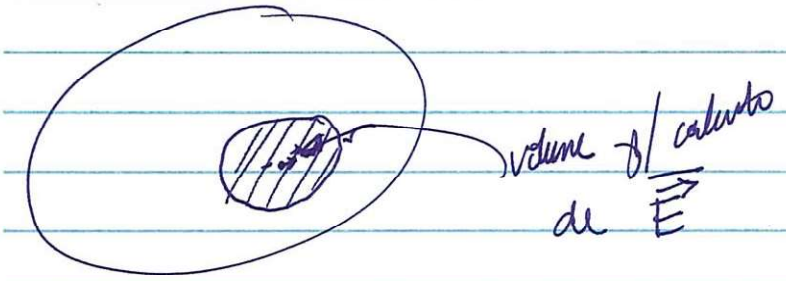
Campo elétrico no interior de um dielétrico

O calculo do campo $\vec{E}$ fora do dielétrico pode ser facilmente calculado usando a soma de uma densidade de pequenos dipolos pela expressão

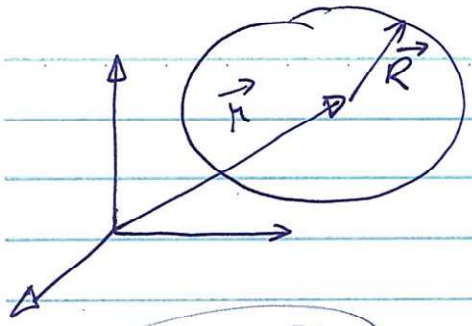
$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{v'} \frac{\hat{\mathscr{r}} \cdot P(\vec{r}')}{\mathscr{r}^2} dv' . \quad (1)$$

Note no entanto que no caso externo podemos dizer que estamos longe dos dipolos microscópicos formados, mas p/ a situação dentro do dielétrico é difícil realmente ter esta condição.

O que de fato interessa é calcular o campo elétrico macroscópico (suficientemente longe dos átomos ou moléculas) que é ~~devido~~ de fato o campo elétrico médio em uma região pequena do dielétrico, mas suficientemente maior que que e de um único dielétrico



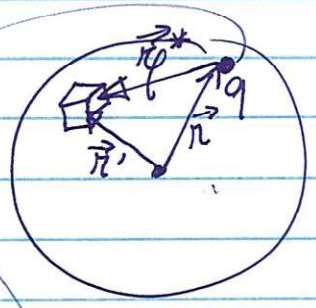
De fato veremos que o campo dentro do esfero ainda pode ser calculado usando a equação (1) acima.



$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{\substack{\text{cargas}\\ \text{fora}}} + \vec{E}_{\substack{\text{cargas}\\ \text{dentro}}}$$

$\boxed{\text{Vejamos o problema 3.41}}$

↳ IMPORTANTE! FAÇA!!!



$\vec{\mathscr{r}}^* = \vec{r}' - \vec{r}$!! Cuidado.

$$\vec{E} = \frac{1}{V}\int_{V'} \vec{E}^*\, dv'$$

mas $\vec{E}^* = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, q\, \frac{\hat{\mathscr{r}}^*}{\mathscr{r}^{*2}}$

Uma certa quantidade de carga q num ponto do espaço

ou

$$\text{(I)} \quad \boxed{\vec{E} = \frac{1}{\frac{4\pi}{3}R^3}\,\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'} \frac{\vec{r}'-\vec{r}}{|\vec{r}'-\vec{r}|^3}\, dv'}$$

Supondo a dens. de carga uniforme na esfera, poderíamos calcular o campo em $\vec{r}$ com Gauss.

$$\vec{E}_{\text{dentro}} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r} \qquad \text{p/ } |\vec{r}| < R.$$

$$\vec{E}_{\text{fora}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\rho\frac{4}{3}\pi R^3\right)\frac{\hat{r}}{r^2} \qquad \text{p/ } |\vec{r}| > R$$

Podemos usar no entanto a definição de $\vec{E}$ p/ este cálculo sem a lei de Gauss

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'} \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\,\rho\, dv' \qquad \text{sendo } \rho = cte.$$

$$\therefore \boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\rho \int_{V'} \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\, dV'} \quad \text{II}$$

$\therefore$ II é igual à I se

$$\rho = \frac{-q}{\frac{4\pi R^3}{3}}$$

Desta forma, vemos que o $\vec{E}$ de uma carga em uma esfera é

$$\vec{E} = -\frac{q\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \quad p/ \ |\vec{r}| < R$$

$$\vec{E} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{r}}{r^3} \quad p/ \ |\vec{r}| > R.$$

Para uma distribuição qualquer de cargas, podemos usar o princípio da superposição (Pequenas esferas de campo médio)

$\boxed{\vec{E}\text{ dentro}}$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\sum q_i \vec{r}_i = -\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = -\frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}}$$

O campo médio devido à qualquer dist. de cargas na esfera são $-\frac{1}{3\varepsilon_0}\vec{P}$ ($\vec{P}$ é a polarização uniforme)

Nota, assumimos que no raio da esfera que calculamos anteriormente, $\vec{P}$ é aproximadamente uniforme!!!

Muito importante!!!

Fora da esfera

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sum q_i \vec{r}_i$$

Este resultado é exatamente o esperado p/ o caso de todas as cargas concentradas no ~~origem~~ centro da esfera!

Voltando p/ o caso do dielétrico, o campo no ponto $\vec{r}$ dentro do dielétrico terá contribuições das cargas fora e dentro.

$$\therefore \vec{E} = \vec{E}_{fora} + \vec{E}_{dentro}, \quad V = V_{fora} + V_{dentro}.$$

$$\boxed{V_{fora} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{fora} \frac{\hat{\mathscr{r}}\cdot\vec{P}(\vec{r}')}{\mathscr{r}^2}\,dv'}$$

Mas $\vec{E}_{dentro} = -\frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}$ como vimos antes p/ uma distribuição qualquer de cargas.

Mas este é o valor que obtemos p/ o caso de uma esfera com polarização uniforme, usando a equação.

$$V_{dentro} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{dentro} \frac{\hat{r}\cdot\vec{P}(\vec{r}')}{\mathscr{r}^2}\,dv'$$

Desta forma, mesmo dentro do dielétrico podemos usar

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\hat{\mathscr{r}}\cdot\vec{P}(\vec{r}')}{\mathscr{r}^2}\,dv'}$$ p/ calcular o campo dentro do dielétrico!

Note que tudo gira em torno do fato que o campo médio sobre qualquer esfera (devido às cargas internas) é o mesmo que o campo no centro de uma esfera uniformemente polarizada.

Note que a demonstração poderia ser feita p/ qualquer outra forma que não a esfera. (Veja Reitz cap. 4.3)

Deslocamento Dielétrico

(4.3.1) Lei de Gauss em um Dielétrico.

Vimos que o efeito da polarização sobre cargas ligadas (bound)

$$\rho_b = -\nabla \cdot \vec{P} \quad \text{(volume)} \quad \text{e} \quad \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n} \quad \text{(superfície)}.$$

Se também temos cargas livres.

$$\rho = \rho_b + \rho_f \quad *$$

Note que estamos em princípio deixando de fora E_b → Isto tem implicações que discutiremos!

$$\therefore \varepsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = \rho = \rho_b + \rho_f = -\nabla \cdot \vec{P} + \rho_f.$$

$\vec{E}$ é o campo gerado por todo mundo (livres e ligadas!)

$$\therefore \nabla \cdot \underbrace{(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})}_{\vec{D}} = \rho_f$$

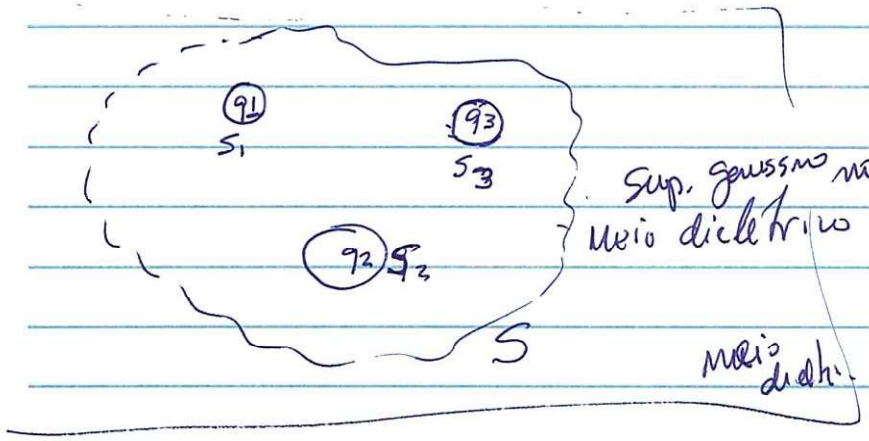
$\vec{D}$ → deslocamento elétrico.

$$\boxed{\vec{D} \equiv \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$

ou $\boxed{\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f}$ Lei de Gauss p/ dielétricos.

$$\Updownarrow$$

$$\boxed{\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = Q_{f\,(envolvida)}}$$



$$\sum_i q_i = q_1 + q_2 + q_3 = Q_f$$

$$Q_p = \int_{S_1+S_2+S_3} \vec{P} \cdot \hat{n}\, da + \int_V (-\nabla \cdot \vec{P})\, dv$$

Como não temos contornos do material dielétrico em S, então a contribuição de superfície será nula.

$\therefore$ ~~$Q_p = -\oint \vec{P} \cdot \hat{n}\, da$~~ Teo. Divergência.

$$Q_p = \cancel{\int_{S_1+S_2+S_3} \vec{P} \cdot \hat{n}\, da} + \left[-\oint_{\cancel{S_1+S_2+S_3+S}} \vec{P} \cdot d\vec{a} \right]$$

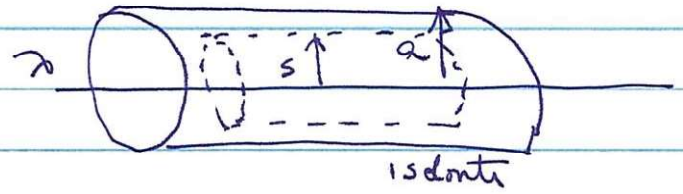
$$Q_p = -\oint_S \vec{P} \cdot \hat{n}\, da \quad \therefore$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, da = \frac{1}{\varepsilon_0}(Q + Q_p)$$

Recuperamos o resultado anterior!

Example 4.4

Note que este prob. é muito simétrico e ∴ aplicamos Gauss



$\vec{D} = ?$

$$\vec{D}(2\pi s L) = \underbrace{\lambda L}_{q_{fiel.}} \Rightarrow \boxed{\vec{D} = \frac{\lambda}{2\pi s}\hat{s}} \quad s<a$$

Como $\vec{P}=0$ fora do isolante.

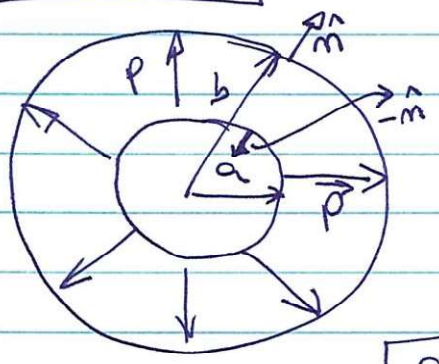
$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\vec{D} \qquad \text{lembrando } \vec{D} \equiv \varepsilon_0 \vec{E} + \underbrace{\vec{P}}_{0}$$

$$\therefore \boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 s}\hat{s}} \quad p/\ s>a$$

Note que não podemos conhecer $\vec{E}$ no dielétrico se não sabemos como é $\vec{P}$.

Exerc. 4.15

Simetria esf. IDEM Gauss



$$\vec{P}(\vec{r}) = \frac{k}{r}\hat{r} \qquad \rho_F = 0$$

a) Encontrar ρ_b e σ_b.

$$\boxed{\rho_b = -\nabla\cdot\vec{P} = -\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{k}{r}\right) = -\frac{k}{r^2}}$$

$$\sigma_b = \vec{P}\cdot\hat{n} = \begin{cases} +\vec{P}\cdot\hat{n} = \frac{k}{b} & p/\ r=b \\ -P\cdot\hat{n} = -\frac{k}{a} & p/\ r=a \end{cases}$$

Aplicando Gauss : $\oint_{S_{gauss}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\varepsilon_0}(Q_p + \cancel{Q_{Free}}^{\,0})$

↳ dado do problema!

p/ $r < a$

$Q_p = 0 \therefore \boxed{\vec{E} = 0}$ e $\boxed{\vec{D} = 0}$

p/ $r > b$ $Q_{Enc} = 0$ (lembre que $Q = \int_{S_a} \vec{P_a} d\vec{a} + \int_{S_b} \vec{P_b} d\vec{a} + \int_V \rho_b dV$

$\therefore \boxed{\vec{E} = 0}$

$\boxed{\vec{D} = 0}$

$$\boxed{Q = \frac{4\pi k b^2}{b} - \frac{4\pi k a^2}{a} + -k \int_a^b \frac{4\pi r^2 dr}{r^2} = 0}$$

p/ $a < r < b$

$$\cancel{Q_p = \int_{S(a)} \left(\frac{-k}{a}\right) \cdot da + \int \left(\frac{-k}{r^2}\right) \cdot dr}$$

$$Q_p = \int_{S(a)} \vec{\sigma} \cdot d\vec{a} + \int_{V'} -\nabla \cdot \vec{P} \cdot dv$$

$$Q_p = -\frac{k}{a} \int da + \int \frac{-k}{\cancel{r^2}} \cancel{r^2} \operatorname{sen}\theta \, dr \, d\theta \, d\phi$$

$$Q_p = \left(\frac{-k}{\cancel{a}}\right) 4\pi a^{\cancel{2}} + 4\pi \int_a^r -k \, dr$$

$$\boxed{Q_p = 4\pi k(-a - r + a) = -4\pi k r}$$

$$\therefore \vec{E} = \frac{-\cancel{4\pi} k r}{\cancel{4\pi} r^2 \varepsilon_0} \hat{r} \quad \therefore \boxed{\vec{E} = -\frac{k}{\varepsilon_0 r} \hat{r}}$$

b) Encontrar $\vec{D}$

Será que é suf p/ determinar $\vec{D}$?

$$\oint \vec{D}\cdot d\vec{a} = Q_{free} = 0 \quad \therefore \boxed{\vec{D}=0}$$ Todo ponto!

Mas $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{E} = -\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}}$

$\therefore \vec{E} = 0$ p/ $r<a$ e $r>b$; $\boxed{\vec{E} = \frac{-k}{\varepsilon_0 r}\hat{r} \quad p/\ a<r<b}$

4.3.2 Diferenças entre $\vec{D}$ e $\vec{E}$

Note $\nabla\cdot\vec{D} = \rho_f$ e $\nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Mas!

$$\vec{D}(\vec{r}) \neq \frac{1}{4\pi}\int \frac{\hat{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}^2}\rho_f(\vec{r}\,')\,dv'$$

~~Podemos~~ Não podemos apenas usar a div. p/ calcular $\vec{D}$; mas

$$\vec{\nabla}\times\vec{D} = \nabla\times(\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}) = \varepsilon_0\nabla\times\vec{E} + \nabla\times\vec{P}$$

Como $\nabla\times\vec{E}=0$ então

$$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{D} = \nabla\times\vec{P}} \rightsquigarrow \nabla\times\vec{P}\neq 0$$ (não precisa ser zero!)

Em Exem. 4.4 e Prob 4.15 OK! $\nabla\times P = 0$

Voltemos ao exercício 4.11

Como $\rho_{Free}=0 \Rightarrow \oint\vec{D}\cdot d\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{D}=0$ Todo parte

$\therefore \vec{E} = \left(\frac{-1}{\varepsilon_0}\right)\vec{P}$ dentro.

b) Encontrar $\vec{D}$

Será que é suf p/ determinar $\vec{D}$?

$$\oint \vec{D}\cdot d\vec{a} = Q_{free} = 0 \quad \therefore \boxed{\vec{D}=0}$$ Todo ponto!

Mas $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{E} = -\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}}$

$\therefore \vec{E} = 0$ p/ $r<a$ e $r>b$; $\boxed{\vec{E} = \frac{-k}{\varepsilon_0 r}\hat{r} \quad p/\ a<r<b}$

4.3.2 Diferenças entre $\vec{D}$ e $\vec{E}$

Note $\nabla\cdot\vec{D} = \rho_f$ e $\nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Mas!

$$\vec{D}(\vec{r}) \neq \frac{1}{4\pi}\int \frac{\hat{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}^2}\rho_f(\vec{r}\,')\,dv'$$

~~Podemos~~ Não podemos apenas usar a div. p/ calcular $\vec{D}$; mas

$$\vec{\nabla}\times\vec{D} = \nabla\times(\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}) = \varepsilon_0\nabla\times\vec{E} + \nabla\times\vec{P}$$

Como $\nabla\times\vec{E}=0$ então

$$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{D} = \nabla\times\vec{P}} \rightsquigarrow \nabla\times\vec{P}\neq 0$$ (não precisa ser zero!)

Em Exem. 4.4 e Prob 4.15 OK! $\nabla\times P = 0$

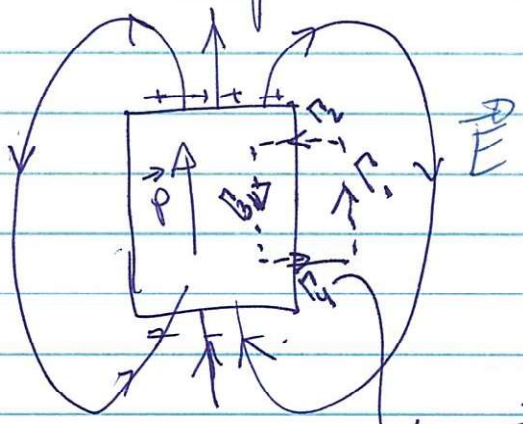
Voltemos ao exercício 4.11

Como $\rho_{Free}=0 \Rightarrow \oint\vec{D}\cdot d\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{D}=0$ Todo parte

$\therefore \vec{E} = \left(\frac{-1}{\varepsilon_0}\right)\vec{P}$ dentro.

e $\vec{E} = 0$ fora ← Obviamente pois está envolto!

Em Algum Lugar $\vec{D} \neq 0$!!



Podemos fazer $\Gamma_2 \to 0$

Mas $\nabla \times P_0 \hat{z} = 0 \Rightarrow$ (dentro do dielétrico)

$\nabla \times \vec{P} = 0 \Rightarrow$ (fora! pois $\vec{P} = 0$)

$\therefore \boxed{\nabla \times \vec{D} \neq 0 \text{ onde?}}$

$\oint \vec{P} \cdot d\vec{l} \neq 0$

$\int (\nabla \times \vec{P}) \cdot d\vec{a} \neq 0$

$\therefore \boxed{\nabla \times \vec{P} \neq 0}$

Nos grandes!?

Lembrando que p/ $\nabla \times E = 0 \Rightarrow V$

como $\nabla \times \vec{D} \neq 0$ não podemos criar uma função ϕ equivalente de forma que $\vec{D} \leftarrow -\nabla \phi$ ERRADO!

* se tem simetria p/ $\nabla \times \vec{D} = 0$ então use Gauss com cuidado Atenção

4.3.3 Condições de Fronteira

Da mesma forma que em $\vec{E}$ temos agora

$$\boxed{D^{\perp}_{\text{Acima}} - D^{\perp}_{\text{Abaixo}} = \sigma_f}$$

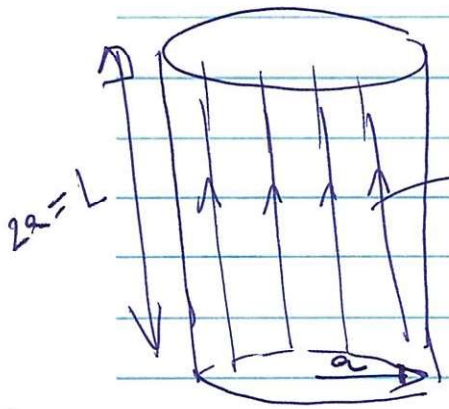
(descontinuidade do campo perpendicular)

A partir de $\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = Q_f$.

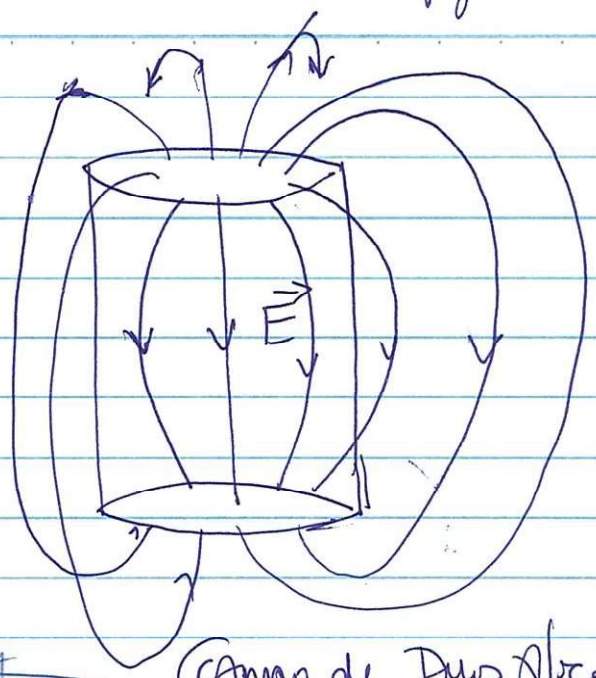
Usando $\nabla \times \vec{D} = \nabla \times \vec{P}$ temos

$$\boxed{D^{\parallel}_{\text{Acima}} - D^{\parallel}_{\text{Abaixo}} = P^{\parallel}_{\text{Acima}} - P^{\parallel}_{\text{Abaixo}}}$$

Prob 4.17



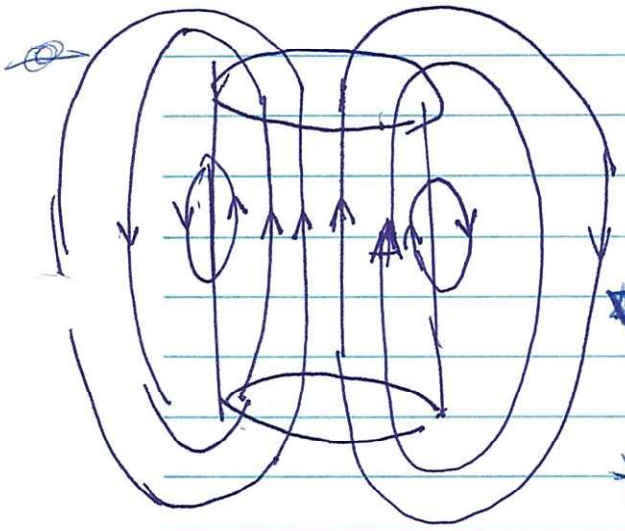
$\vec{P} = P_0 \hat{z}$



Campo de Duas Placas Planas!! Note os Efeitos do bordo pois $L = 2a$

* Note linhas $\vec{E}$ começam e terminam em cargas

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$



Como $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{Free} = 0$ as linhas de $\vec{D}$ são contínuas

** Note linhas de $\vec{D}$ começam e terminam em cargas livres que não tem, portanto são contínuas

Dielétricos Lineares

Vimos que podemos caracterizar $\vec{P} = \alpha \vec{E}$ onde α não necessita ser uma constante.

No entanto é razoável pensar que $\vec{P} = \vec{P}(\vec{E})$ e resposta à polarização depende de $\vec{E}$.

Vamos olhar p/ o caso em que $E \to 0$ $\vec{P} \to 0$. Ou seja não olharemos p/ o caso onde exista uma polarização permanente após aplicar campo sobre o material. Este é o caso da Ferroeletricidade (Ex: $BaTiO_3$)

Normalmente teremos $\vec{P} = \chi(\vec{E})\vec{E}$ ou $\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$

onde $\chi(\vec{E})$ é a susceptibilidade elétrica do material.

Grande parte dos materiais são eletricamente isotrópicos (fluidos, sólidos policristalinos e amorfos e alguns cristais).

Não olharemos p/ o caso anisotrópico onde P e χ dependem da direção.

p/ isotrópicos $\vec{D} = \varepsilon(\vec{E})\vec{E}$ onde

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi(\vec{E})\vec{E}$

permissividade elétrica do material $\varepsilon(\vec{E}) = \varepsilon_0 + \chi(\vec{E})$

↳ todos com mesma dimensionalidade (unidades).

Se ~~$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$~~ $\vec{D} = \varepsilon(\vec{E})$

Se $\chi(\vec{E}) = cte = \chi$ então (maioria dos materiais)

$$\boxed{\vec{P} = \chi \vec{E}} \quad e \quad \boxed{\vec{D} = \varepsilon \vec{E}}$$

$$\therefore \quad \boxed{\epsilon = K\epsilon_0 \quad \therefore \quad K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 + \frac{\chi}{\epsilon_0}}$$

K é a permissividade relativa ou constante dielétrica

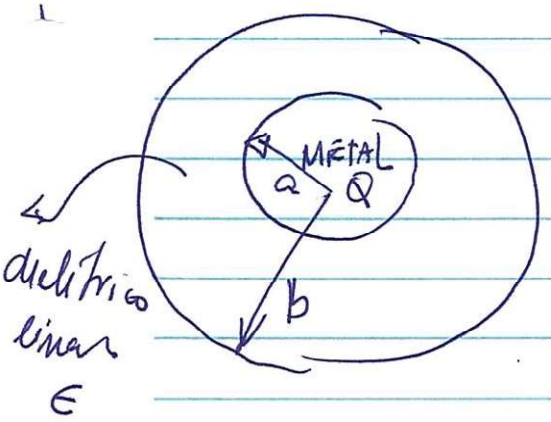
MATERIAL	K
VÁCUO	1.00000 exato!
Ar (seco)	1.00052
Vapor água	1.00587
Água (0°C)	88.8
H_2O (20°C)	80.1
$KTaNbO_3$	34000

susceptibilidade zero pois vácuo não tem nada!

(Nem éter!!!)

:)

Exemplo 4.5 ||



Qual o potencial no centro da esfera?

Precisamos calcular $V = -\int_{\infty}^{0} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

No entanto, não conhecemos $\vec{P}$, a menos que já tenhamos conhecimento de $\vec{E}$

Lembre-se que $\vec{P} = \chi \vec{E}$.

Por outro lado conhecemos Q_{free}, portanto podemos calcular $\vec{D}$

p/ $\underline{r < a}$ Metal ∴

$\vec{E} = 0$; $\vec{P} = 0$ e $\vec{D} = 0$ pois $\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{enc}$ (Gauss).

p/ $\underline{r > a}$

$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2}\hat{r}$ em todo o espaço usando $\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = Q_f$

Note! Só estamos considerando p/ calcular $\vec{D}$ as cargas livres, Não importa as cargas polarizadas!

Podemos agora usar $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ p/ calcular como é $\vec{E}$ ∴

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{\hat{r}}{r^2} & p/\ a < r < b \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{r}}{r^2} & p/\ r > b \end{cases}$$

$$\therefore \boxed{V = -\int_{-\infty}^{0} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_{\infty}^{b}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)dr - \int_{b}^{a}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\right)dr - \int_{a}^{0} 0\, dr. = \frac{Q}{4\pi}\left(\frac{1}{\varepsilon_0 b} + \frac{1}{\varepsilon a} - \frac{1}{\varepsilon b}\right)}$$

Não foi necessário calcular $\vec{P}$ para obter $\vec{E}$ neste caso. Mas como agora conhecemos $\vec{E}$:

$$\vec{P} = \chi \vec{E} \Rightarrow \vec{P} = \frac{Q\chi}{4\pi\varepsilon}\frac{\hat{r}}{r^2}$$

Escrevendo $\chi = \chi_e \varepsilon_0$ → susceptibilidade do material em termos de ε_0.

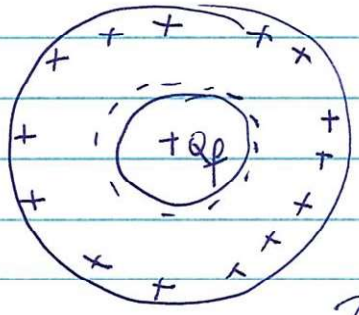
$$\epsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi_e)$$

Então

$$\boxed{\vec{P} = \frac{Q \cancel{\varepsilon_0} \chi_e}{4\pi \cancel{\varepsilon_0} (1+\chi_e)} \frac{\hat{r}}{r^2}}$$

$$\rho_b = -\nabla \cdot \vec{P} = 0 \quad \left(\text{lembre-se } \nabla \cdot \frac{\hat{r}}{r^2} = 0 ! \right)$$

$$\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n} = \begin{cases} \dfrac{Q \chi_e}{(1+\chi_e) 4\pi b^2} & (\text{superfície externa}) \\ -\dfrac{Q \chi_e}{(1+\chi_e)} \dfrac{1}{4\pi a^2} & (\text{superfície interna!}) \end{cases}$$



Note que as cargas $-Q_b$ estão tentando diminuir ao máximo o $\vec{E}$ (Depende de χ_e) ou quantas cargas podem ser polarizadas. Para "cancelar" o campo no dielétrico

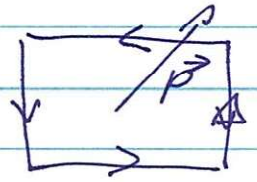
Ou seja o dielétrico é um mau condutor!

Substituindo a casca isolante por um condutor "isolado", a polarização seria máxima e campo $\vec{E}$ dentro da casca seria zero! (Que obviamente ignoramos!)

Portanto, vemos que o efeito do dielétrico é reduzir o campo.

Tendo um espaço infinito preenchido por um dielétrico <u>Homogêneo</u> e <u>linear</u> ∴

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f \quad e \quad \nabla \times \vec{D} = 0$$



$$\oint \vec{P} \cdot d\vec{l} \Rightarrow$$

$$\therefore \nabla \times \vec{P} = 0 \Rightarrow$$

Portanto é como se não tivéssemos nenhuma polarização neste espaço e o campo é reduzido por um certo valor ~~como se~~ do caso onde não existe dielétrico!

Sabemos que:

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_{vac}$ onde $\vec{E}_{vac}$ é produzido por Q_f sem dielétrico no meio.

$$\therefore \text{ Se } \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \therefore \Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_{vac}$$

$$\therefore \vec{E}_{dil} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0 \vec{E}_{vac}}{\varepsilon}$$

Mas $K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ ∴ $\boxed{\vec{E}_{dil} = \frac{1}{K} \vec{E}_{vac}.}$

↳ O campo foi reduzido por um fator K do caso do <u>vácuo</u>!

Exatamente o que ocorre com um capacitor quando substituímos o vácuo por um dielétrico? A capacitância aumenta pelo valor $\underline{\underline{K}}$!!

$$C = \frac{Q}{V_{vácuo}}$$

se $\vec{E}_{diel} = \frac{\vec{E}_{vac}}{K}$.

$$\therefore V = \Delta V = \frac{1}{K} V_{vácuo}.$$

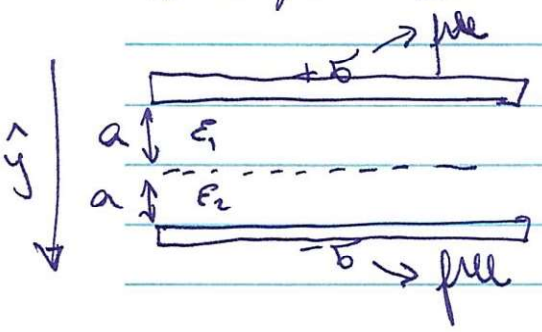
$$\boxed{C_{diel} = \frac{Q}{\frac{1}{K} V_{vácuo}} = K\, C_{vácuo}}$$

Ou de fato $\boxed{Q'_{diel} = K\, Q_{vácuo}}$

Podemos armazenar mais carga no capacitor com dielétrico. ou seja, mais $\underline{\underline{\text{energia}}}$!

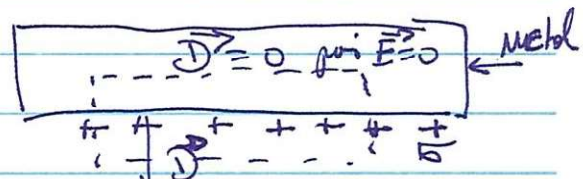
$$W = \frac{1}{2} C V^2$$

Exemplo | Ex. 4.18 |



a)

$\vec{D} = 0$ pois $\vec{E} = 0$



$$\int \vec{D} \cdot d\vec{a} = Q_{free}$$

$$\therefore DA = \sigma A$$

$$\therefore \boxed{\vec{D} = \sigma \hat{y}}$$