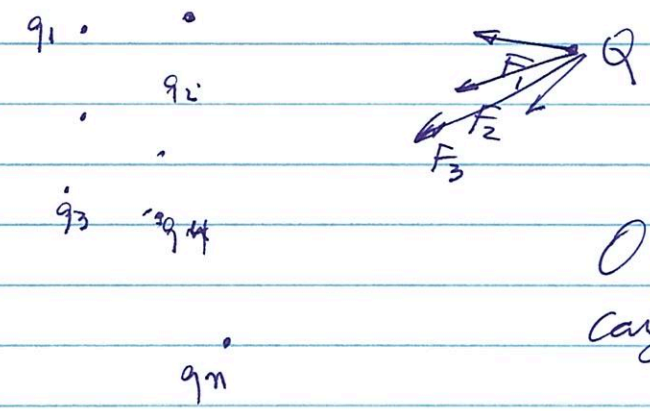
Magnetostática

Cargas estacionárias

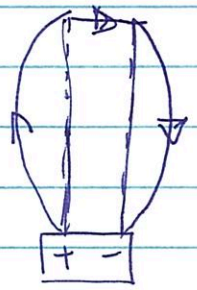


$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i \qquad \vec{F}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 Q}{r_i^2}\hat{r}_i$$

O que acontece agora se as cargas estiverem em movimento?

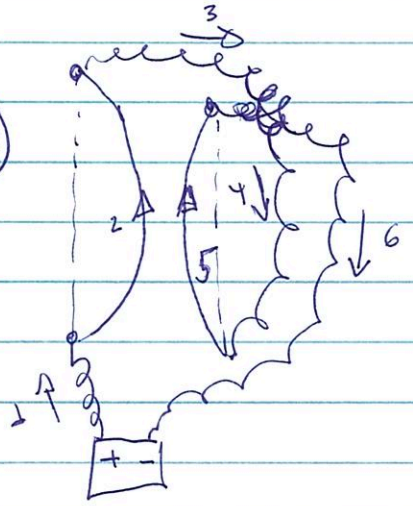
Cargas em movimento em ~~uma~~ fios paralelos.

a)



Correntes em sentidos opostos se repelem. Seria esta força um efeito eletrostático de carregar os fios e termos as cargas de mesmo sinal se repelindo?

b)

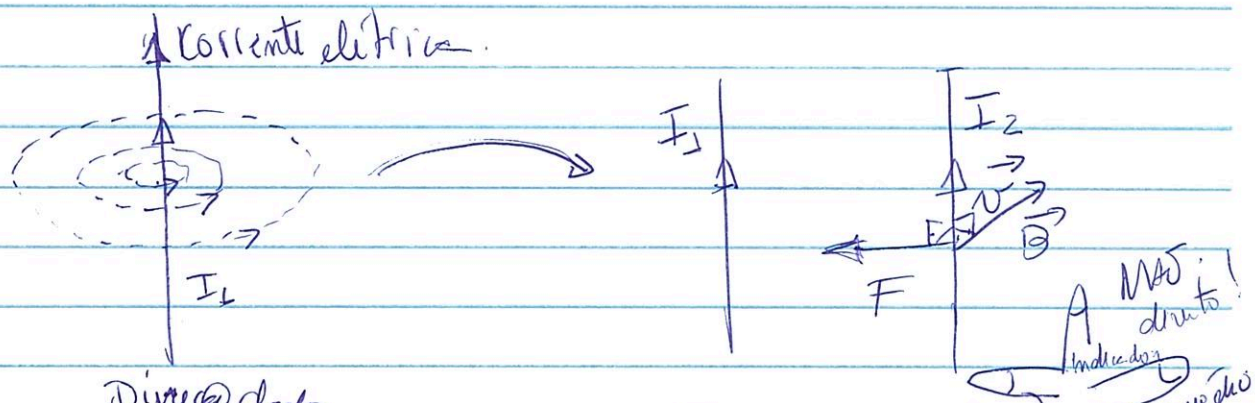


Não é correta pois colocando uma carga de prova perto dos fios vemos que eles de fato estão <u>neutros</u> eletricamente.

(De fato existem muitos cargas + e −) nos seguimentos.

A prova inefutável da natureza da força não ser eletrostática é o caso ↯ onde os fios se atraem.

Cargas em movimento produzem não somente um campo $\vec{E}$, mas também um campo magnético $\vec{B}$



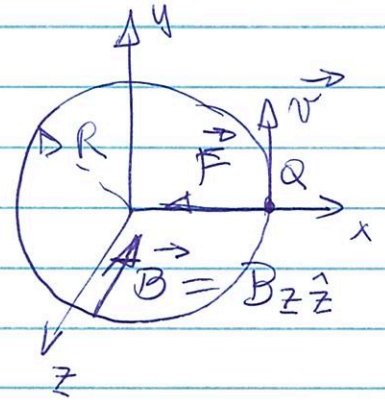
Direção dada pela regra da MÃO direita!!

$$\vec{F}_{mag} = Q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Força de Lorentz

$$\vec{F} = Q\left[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})\right]$$

Ex. 5.1 → Movimento ciclotron



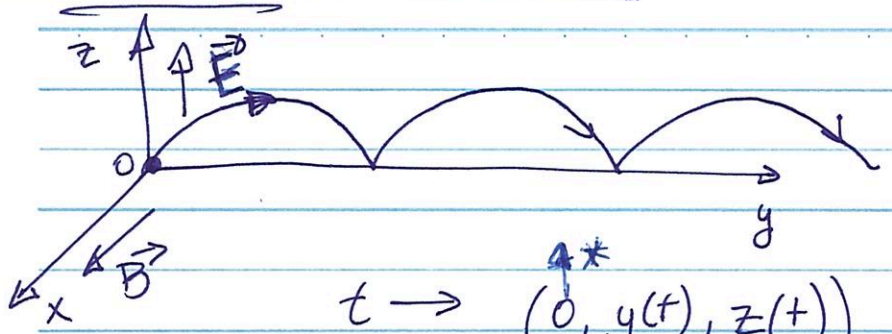
$$\vec{F}_{Mag} = Q\,\vec{v} \times \vec{B} = Qv\,B\,\hat{r}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{v^2}{R}\hat{r}$$

$$\therefore\ Q\cancel{v}B = \frac{m v^{\cancel{2}}}{R} \Rightarrow \boxed{R = \frac{mv}{QB}}$$

Se existir uma componente de velocidade na direção $\hat{z}$ (fora do plano xy) então o movimento será de uma hélice

Ex. 5.2 Movimento Ciclóide



$\vec{v}_0 = 0$ em $(0,0,0)$

$$t \longrightarrow (0^{*}, y(t), z(t))$$

$$\therefore \vec{v} = (0, \dot{y}, \dot{z})$$

* Note, você não precisa assumir $y(t)=0$ ele sairá daqui!

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & \dot{y} & \dot{z} \\ B & 0 & 0 \end{vmatrix} = B\dot{z}\,\hat{y} - B\dot{y}\,\hat{z}$$

$$\therefore \vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = Q(\vec{E}\hat{z} + B\dot{z}\hat{y} - B\dot{y}\hat{z})$$
$$= m(\ddot{y}\hat{y} + \ddot{z}\hat{z})$$

$$\therefore \begin{cases} QB\dot{z} = m\ddot{y} \\ QE - QB\dot{y} = m\ddot{z} \end{cases}$$

fazendo $\omega = \dfrac{QB}{m}$

$$\begin{cases} \ddot{y} = \omega\dot{z} \\ \ddot{z} = \omega\left(\dfrac{E}{B} - \dot{y}\right) \end{cases}$$

sistema de Equações Acoplados.
(Resolvemos isto em F315 Marion Cap. 2)

Diferencia a primeira e substitui na segunda.

$$\dddot{y} = \omega\ddot{z} \Rightarrow \frac{\dddot{y}}{\omega} = \omega\left(\frac{E}{B} - \dot{y}\right)$$

$\therefore \dddot{y} + \omega^2 \dot{y} = \omega^2 \frac{E}{B}$

Aplicando M. Euler Homogênea : $p^3 + \omega^2 p = 0 \Rightarrow p = 0$ e $p = \pm i\omega$

$$y_H(t) = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t + A_3 \underbrace{e^0}_{1}$$

$y_p(t) = Ct \Rightarrow \dddot{y}(t) = 0$ e $\dot{y}(t) = C$ voltando na eq. diferencial

$$\cancel{\omega^2} C = \cancel{\omega^2} \frac{E}{B} \Rightarrow C = \frac{E}{B}$$

$$\therefore \boxed{y(t) = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t + \frac{E}{B} t + A_3}$$

Já $\dddot{z} = -\omega \dddot{y} \Rightarrow \dddot{z} = -\omega^2 \dot{z} \Rightarrow \dddot{z} + \omega^2 \dot{z} = 0$

$$\therefore \boxed{z(t) = B_1 \cos \omega t + B_2 \sin(\omega t) + B_3}$$

Aplicando $\dot{y} = \omega \dot{z} \Rightarrow -A_1 \omega^2 \cos \omega t - \omega^2 A_2 \sin \omega t = -B_1 \omega^2 \sin \omega t + B_2 \omega^2 \cos \omega t$

$$\therefore \boxed{A_2 = B_1} \text{ e } \boxed{B_2 = -A_1}$$

$$\begin{cases} y(t) = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t + \frac{E}{B} t + A_3 \\ z(t) = A_2 \cos \omega t - A_1 \sin \omega t + B_3 \end{cases}$$

Aplicando as cond. de contorno $\begin{cases} y(0) = z(0) = 0 \\ \dot{y}(0) = \dot{z}(0) = 0 \end{cases}$

$$0 = A_1 + A_3 \Rightarrow \boxed{A_1 = -A_3}$$

$$0 = A_2 + B_3 \Rightarrow \boxed{A_2 = -B_3}$$

p/ $\dot{y}$ e $\dot{z}$ p/ $t=0$

$$0 = -A_1\omega \cancel{\sin(\omega t)}^{\,0} + \omega A_2 \cancel{\cos(\omega t)}^{\,1} + \frac{E}{B} \Rightarrow \boxed{A_2 = -\frac{E}{\omega B}}$$

$$0 = -\omega A_2 \cancel{\sin(\omega t)}^{\,0} - A_1\omega \cancel{\cos(\omega t)}^{\,1} \Rightarrow \boxed{A_1 = 0}$$

$$\therefore\ y(t) = -\frac{E}{\omega B}\sin\omega t + \frac{E}{B}t$$

$$z(t) = -\frac{E}{\omega B}\cos\omega t + \frac{E}{\omega B}$$

$$\therefore\ \boxed{y(t) = \frac{E}{\omega B}(\omega t - \sin\omega t)} \quad e \quad \boxed{z(t) = \frac{E}{\omega B}(1 - \cos\omega t)}$$

fazendo $R = \frac{E}{\omega B}$

$$(y - R\omega t)^2 + (z - R)^2 = R^2\underbrace{(\sin^2\omega t + \cos^2\omega t)}_{1}$$

Círculo de Raio $\underline{R}$ centrado em:

$(0, R\omega t, R)$ movendo-se com velocidade constante na direção $\underline{y}$ $\boxed{v_y = \omega R = \frac{E}{B}}$

Algo muito Importante a ser lembrado é que a Força Magnética $\boxed{\text{NÃO}}$ realiza trabalho

$$\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt} \quad ; \quad dW = \vec{F}_{mg} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{F}_{mg} = Q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\therefore \quad dW = Q\underbrace{(\vec{v} \times \vec{B})}_{\vec{B}} \cdot \underbrace{\vec{v}}_{\vec{A}}\, dt$$

$\vec{C}$

e lembrado que $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$

$$\therefore \vec{v} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \underbrace{(\vec{v} \times \vec{v})}_{0}$$

$$\therefore \boxed{dW = 0}$$

Obviamente é muito fácil observar isto geometricamente já que $\boxed{\vec{v} \times \vec{B} = \vec{D}} \perp \vec{v}$

De fato o campo magnético pode mudar a direção da trajetória de uma partícula carregada mas não pode mudar ~~[illegible]~~ $|\text{velocidade}|$.

$|\vec{v}|$ = rapidez ou speed em Inglês

Algo muito Importante a ser lembrado é que a Força Magnética $\boxed{\text{NÃO}}$ realiza trabalho

$$\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt} \quad ; \quad dW = \vec{F}_{mg} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{F}_{mg} = Q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\therefore \quad dW = Q\left(\underset{\vec{B}}{\vec{v}} \times \underset{\vec{C}}{\vec{B}}\right) \cdot \underset{\vec{A}}{\vec{v}}\, dt$$

e lembrando que $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$

$$\therefore \quad \vec{v} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \underbrace{(\vec{v} \times \vec{v})}_{0}$$

$$\therefore \quad \boxed{dW = 0}$$

Obviamente é muito fácil observar isto geometricamente já que $\boxed{\vec{v} \times \vec{B} = \vec{D}} \perp \vec{v}$

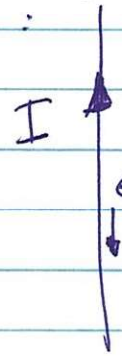
De fato o campo magnético pode mudar a direção da trajetória de uma partícula carregada mas não pode mudar ~~a~~ $|\text{velocidade}|$.

$|\vec{v}|$ = rapidez ou Speed em Inglês

Corrente elétrica

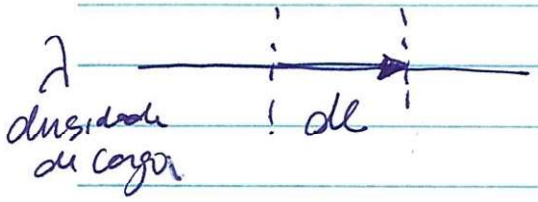
Carga / unidade de tempo : $1A = \frac{1C}{s}$

O sinal da carga é uma convensão que vem dos tempos de Benjamin Franklin.



Podemos considerar sem perdas ou erros como se cargas positivas estivessem viajando na mesma direção de I. De fato são os elétrons que estão viajando no sentido oposto!

Um caso importante será o problema do efeito Hall (Prob. 5-39) onde devemos de fato considerar os diferentes tipos de portadores.



$I = \lambda|\vec{v}|$ ou seja

$$\boxed{\vec{I} = \frac{dq}{dt} = \frac{\lambda . d\vec{l}}{dt} = \lambda \vec{v}}$$

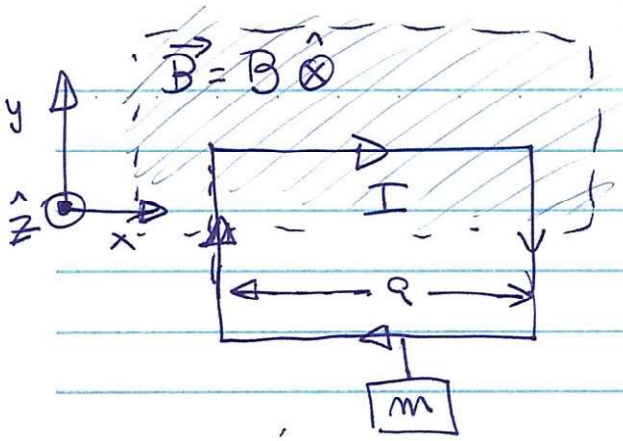
Podemos ∴ considerar $\vec{I}$ um vetor.

$$\vec{F}_{mag} = \int (\vec{v} \times \vec{B})\, dq = \int (\vec{v} \times \vec{B})\, \lambda\, dl$$

$$\therefore \vec{F}_{mag} = \int (\vec{I} \times \vec{B})\, dl \quad \text{ou} \quad \boxed{\vec{F}_{mag} = \int I (d\vec{l} \times \vec{B})}$$

Tipicamente o módulo da corrente é constante ao longo de um fio

Só nesta região!



$$\vec{F}_{mg} = I\int d\vec{l} \times \vec{B} = IaB\hat{y}$$

$$\therefore\ mg = IaB$$

$$\therefore\ \boxed{I = \frac{mg}{Ba}}$$

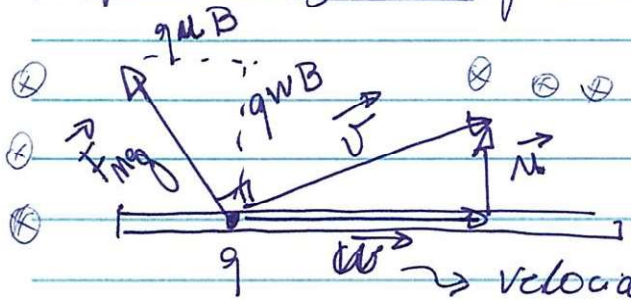
Corrente necessária p/ manter o peso suspenso no ar.

Suponha agora que você aumente a corrente e dessa forma o circuito tem uma força maior e começa a subir na direção vertical.

$W_{mg} = F_{mg}\, h = IBah$ h a distância que sobe na vertical.

Mas $dW = \vec{F}_m d\vec{l} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v}\, dt = 0$!

Mas sem dúvida o fio sobe. Se não é a força magnética que realiza trabalho, quem o faz?



$$\therefore\ F_{vert} = (\lambda a w) B = IBa$$

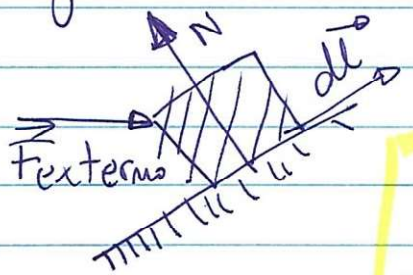
$$F_{Horiz} = \lambda a u B$$

em dt, q move $dl = u\,dt$ (horizontalmente)

$$\therefore W_{bat.} = \int \vec{F}_{Hor.} \cdot d\vec{l} = \lambda a B \int u\,u\,dt = \underline{I a B h}$$

Exatamente o trabalho que erroneamente estaria sendo atribuído à força magnética.

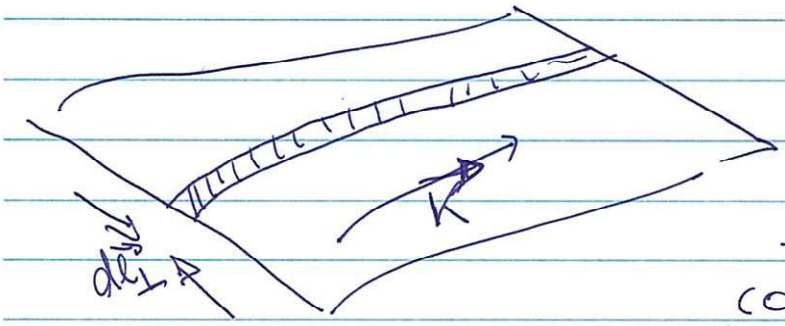
A força magnética de fato faz o mesmo que no exemplo mecânico de um plano inclinado.



A $\vec{N}$ não realiza trabalho pois $\perp d\vec{l}$, mas é capaz de reduzir o esforço de $\vec{F}_{ext}$ p/ que o bloco suba a rampa.

A Força magnética tem o mesmo efeito ~~que~~ na bateria (agente externo)

Densidade de Corrente na superfície



$d\vec{l}_\perp \perp \vec{K}$

$$\therefore \vec{K} \equiv \frac{dI}{dl_\perp}$$

corrente

K é a ~~densidade de corrente~~ por unidade de largura perpendicular às linhas de corrente