FI 101 - Prova 1

Problema 1: Teoria de grupo de renormalização - espaço direto - modelo de Ising 2D

Considere um sistema de Ising bidimensional com rede quadrada e parâmetro de rede a. O hamiltoniano do sistema é dado por

$$\mathcal{H} = J \sum_{\langle i,j \rangle} s_i s_j$$

onde $s_i = \pm 1$ e $\langle i, j \rangle$ refere-se aos primeiros vizinhos.

(a) Faça a menor decimação possível (nova rede com aresta igual a $\sqrt{2}a$, com a rede rodada de $\pi/4$). Calcule as relações de recorrência para essa transformação.

(b) Simplifique a transformação considerando apenas o termo de primeiros vizinhos na rede transformada. No entanto, modifique o coeficiente de forma a incluir também a contribuição dos segundos vizinhos no limite de $T \to 0$. Utilize essa aproximação para $T \neq 0$ e encontre o ponto crítico. Calcule o expoente crítico para o calor específico nessa aproximação.

Vamos resolver o problema agora seguindo Wilson (1975). Para isso, guarde apenas os termos de primeiros vizinhos (K) e segundos vizinhos (L) e faça a seguinte aproximação para a transformação:

$$\begin{aligned} K' &= 2K^2 \\ L' &= K^2 \end{aligned}$$

Introduza ficticiamente uma interação de segundos vizinhos desde o início. Nesse caso, a transformação será aproximada por

$$\begin{aligned} K' &= 2K^2 + L \\ L' &= K^2 \end{aligned}$$

(c) Encontre o ponto fixo não trivial dessa transformação.

(d) Linearize em torno do ponto fixo e encontre os campos de escala. Discuta quais são relevantes e quais irrelevantes.

(e) Com a condição $u_1 = 0$ encontre a "curva crítica" no plano (K, L).

(f) Encontre o ponto crítico lembrando que no problema físico real $L = 0$. Portanto, aproxime o ponto crítico extendendo a curva crítica para o eixo-K. O valor do ponto crítico, K_c, será dado

pela intersecção da curva crítica com o eixo-K.

(g) Compare as duas soluções aproximadas com o valor exato $0,4407$ e discuta a validade das mesmas.

Problema 2: Teoria de grupo de renormalização: espaço $\vec{k}$ - Modelo$\langle\phi\rangle^4$

Considere o modelo $\langle\phi\rangle^4$ de Landau,

$$\mathcal{H}[\phi] = \int \mathrm{d}^d r \left\{ \frac{1}{2} \left|\nabla\phi(\vec{r})\right|^2 + \frac{1}{2} r\phi(\vec{r})^2 + u\phi(\vec{r})^4 \right\}$$

Fazendo as aproximações que julgares necessárias, encontre os expoentes críticos. Faça o fluxo de grupo de renormalização para $d < 4$ e $d > 4$.

Sugestão: siga os passos do Huang (Statistical Mechanics), cap. 18. Para comparação, examine também a solução proposta no livro do Morandi, Napoli e Ercolessi (Statistical Mechanics: An Intermediate Course), Parte V parágrafo 27.