# Resonant Scattering: ("Elements of Modern X-ray Physics" - J. Nielsen)

→ Pelo espalhamento Thomson, lembremos que o "comprimento de espalhamento" era dado por: $-r_0 f_0(\vec{K})$, encontrado na expressão:

$$\frac{E(t)}{E_{in}(t)} \propto -r_0 \underbrace{\left(\frac{e^{ikr}}{r}\right)}_{f_0(\vec{K})} \cos\psi \quad \longrightarrow \text{"elétrons livres"}$$

comp. espalhamento $\quad f_0(\vec{K})$ = fator de forma

→ Sabemos que o fator de forma $f_0(\vec{\kappa})$ é a transformada de Fourier da distribuição de cargas, sendo portanto real. O processo de absorção na rede exige uma generalização do comprimento de espalhamento para o plano complexo, com a parte imaginária sendo proporcional à seção de choque absorsiva $\sigma_A$.

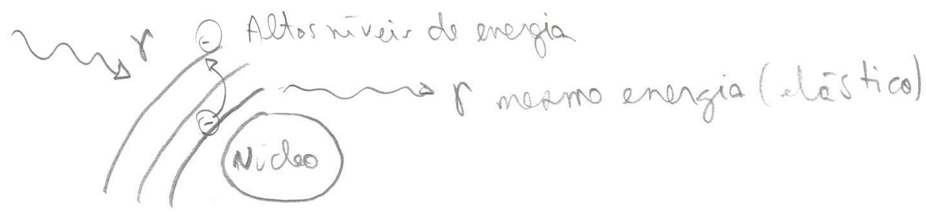
→ Uma primeira abordagem clássica pode ser feita levando em conta a ligação dos elétrons nos átomos e os mesmos responderão à um campo externo de força dos raios-X, comportando-se como oscilador harmônico amortecido, com uma frequência de ressonância $\omega_s$ e constante de amortecimento $\Gamma$.

Reescrevemos o fator de forma da seguinte maneira:

$$f(\vec{\kappa},\omega) = f_0(\vec{\kappa}) + \underset{\text{Parte real}}{f'(\omega)} + i\,\underset{\text{Parte imaginária}}{f''(\omega)}$$

→ Termos $f'$ e $f''$ não dependem de $\vec{K}$, pois os elétrons estão confinados espacialmente

Esquema



Termo $f''$ representa a absorção dos fótons. $\boxed{f'' = -\left(\frac{K}{4\pi r_0}\right)\sigma_A}$ Ver cap. 3

# Oscilador forçado carregado

$$\vec{E}_{in} = E_0\, e^{-i\omega t}\, \hat{x} \longrightarrow \ddot{x} + \underbrace{\Gamma\,\dot{x}}_{\text{termo dissipativo.}} + \omega_s^2 x = -\underbrace{\left(\frac{eE_0}{m}\right)}_{a} e^{-i\omega t}$$

$$[\Gamma] \equiv [s^{-1}] << \omega_s$$

→ Substituindo a solução experimental $x(t) = x_0\, e^{-i\omega t}$ na equação diferencial acima, encontramos:

$$\boxed{x_0 = -\left(\frac{eE_0}{m}\right)\frac{1}{\omega_s^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma}}$$

→ Correções da dispersão de raios-X

→ Para um dado instante $t$, a uma distância $R$, o campo de radiação é proporcional à aceleração $\ddot{x}\left(t - \frac{R}{c}\right)$ em um tempo anterior $t' = t - \frac{R}{c}$:

$$E_{rad}(R,t) = \left(\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R c^2}\right)\ddot{x}(t - R/c)$$

→ Usando que: $\ddot{x}(t - R/c) = -\omega^2 x_0\, e^{-i\omega t}\, e^{i\frac{\omega R}{c}}$ com $x_0$ acima, encontramos:

$$E_{rad}(R,t) = \frac{\omega^2}{(\omega_s^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)}\underbrace{\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m c^2}\right)}_{r_0} E_0\, e^{-i\omega t}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right) \qquad k = \omega/c$$

→ Normalizando por $E_{inc}$:

$$\frac{E_{rad}(R,t)}{E_{in}} = -r_0\,\frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_s^2 + i\omega\Gamma}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)$$

→ Podemos identificar aqui o novo comprimento de espalhamento $f_s$:

$$f_s = \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_s^2 + i\omega\Gamma}$$

$\omega >> \omega_s \rightarrow$ elétron livre

$f_s \approx 1$

→ Reescrevendo a expressão para $f_s$:

$$f_s = \frac{\omega^2 - \omega_s^2 + i\omega\Gamma + \omega_s^2 - i\omega\Gamma}{\omega^2 - \omega_s^2 + i\omega\Gamma} = 1 + \underbrace{\frac{\omega_s^2 - i\omega\Gamma}{\omega^2 - \omega_s^2 + i\omega\Gamma}}_{\text{correção para } f_0}$$

→ Definimos a resposta

$$\chi(\omega) = f_s' + i f_s'' = \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_s^2 + i\omega\Gamma} \rightarrow \begin{cases} f_s' = \dfrac{\omega_s^2(\omega^2 - \omega_s^2)}{(\omega^2 - \omega_s^2)^2 + (\omega\Gamma)^2} \\ f_s'' = - \dfrac{\omega_s^2 \omega\Gamma}{(\omega^2 - \omega_s^2)^2 + (\omega\Gamma)^2} \end{cases}$$