Mecânica Quântica II

1a LISTA

II/2022

1) A hamiltoniana de um rotor rígido em um campo magnético perpendicular ao eixo $\hat{x}$ é da forma $A\mathbf{L}^2 + BL_z + CL_y$, se o termo quadrático no campo é desprezado. Obtenha, exatamente, os auto valores de energia e os auto estados deste problema . Então, assumindo que $B >> C$, use a teoria de perturbações em segunda ordem para obter os seus auto valores aproximados e compare-os ao resultado exato.

2) Uma partícula carregada está vinculada a mover-se em uma casca esférica sujeita a um campo elétrico fraco. Obtenha o espectro de energia até segunda ordem na amplitude do campo.

3) Resolva a equação de Schrödinger para uma partícula confinada em uma caixa bidimensional cujos lados têm comprimento L e são orientados ao longo das coordenadas x e y com um dos seus vértices na origem do sistema de coordenadas. Encontre os auto valores de energia e as auto funções deste problema e calcule o número de auto estados por unidade de energia para altas energias. Se uma perturbação $V = Cxy$ é introduzida, encontre a variação da energia do estado fundamental e do primeiro estado excitado na mais baixa ordem, não nula, da teoria de perturbações. Construa a função de onda de ordem zero apropriada para o problema perturbado no caso do primeiro estado excitado.

4) Considere um sistema descrito por uma hamiltoniana H_0 tal que $H_0|n\rangle = \epsilon_n|n\rangle$ e $\epsilon_1 = \epsilon_2 \neq \epsilon_3 \neq ... \neq \epsilon_n \neq ...$ Introduz-se uma perturbação λW que *não* quebra a degenerescência dos níveis $|1\rangle$ e $|2\rangle$ em primeira ordem em λ. Calcule, então, a expressão da correção destes níveis em segunda ordem em λ.

5) Usando a teoria de perturbações de Wigner-Brillouin mostre que $\partial E_n/\partial \epsilon_n = Z$, onde Z é a constante de normalização de $|\psi_n\rangle$ e E_n e ϵ_n são, respectivamente, as energias perturbadas e não-perturbadas do sistema.

6) Mostre que uma função de onda variacional tão inadequada como

$$\psi(x) = \begin{cases} C\left(1 - \frac{|x|}{a}\right) & \text{se} \quad |x| \leq a \\ 0 & \text{se} \quad |x| > a \end{cases}$$

fornece, para o valor ótimo de a, um limite superior para a energia do estado fundamental de um oscilador harmônico linear que difere menos de 10% do valor exato.

7) Um rotor cuja orientação é especificada pelas coordenadas angulares θ e φ perfaz o que chamamos de uma *rotação inibida* descrita pela hamiltoniana

$$H = A\mathbf{L}^2 + B\hbar^2 \cos 2\varphi$$

onde $A >> B$. Calcule, em primeira ordem da teoria de perturbações, os níveis de energia S, P e D deste sistema desenvolvendo ainda as auto-funções não perturbadas a eles correspondentes.