

# Mecânica Quântica II

2a LISTA

II/2022

1) Considere um sistema de dois níveis com  $E_1 < E_2$ . Considere um potencial dependente do tempo que conecta os dois níveis da seguinte forma:

$$V_{11} = V_{22} = 0, \quad V_{12} = \gamma e^{i\omega t}, \quad V_{21} = \gamma e^{-i\omega t} \quad (\gamma \in \mathbb{R})$$

Em  $t = 0$  é sabido que apenas o nível de mais baixa energia está populado, ou seja,  $c_1 = 1$  e  $c_2 = 0$ .

a) Encontre  $|c_1|^2$  e  $|c_2|^2$  para  $t > 0$  resolvendo *exatamente* o sistema de equações acopladas

$$i\hbar \dot{c}_k(t) = \sum_{n=1}^2 V_{kn}(t) e^{i\omega_{kn}t} c_n(t). \quad (k = 1, 2)$$

b) Resolva o mesmo problema usando a teoria de perturbações dependentes do tempo até a ordem mais baixa não nula. Compare as duas abordagens para pequenos valores de  $\gamma$ . Trate separadamente os casos: (i)  $\omega$  muito diferente de  $\omega_{12}$  e (ii)  $\omega$  próximo de  $\omega_{12}$ .

2) Um átomo de hidrogênio está sujeito a um campo elétrico oscilante  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos \omega t$  cuja frequência  $\omega$  é maior que a de ionização,  $m e^4 / 2\hbar^3$ . Se o átomo encontra-se inicialmente no seu estado fundamental, qual é a probabilidade por unidade de tempo de uma transição para um estado ionizado? Suponha que você possa usar ondas planas para representar os estados ionizados. Qual é a distribuição angular dos elétrons emitidos nesse processo de excitação?

3) Considerando o comutador duplo

$$[[H, e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}], e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}]$$

obtenha, como uma generalização da regra de soma de Thomas-Reiche-Kuhn, a expressão

$$\sum_n (E_n - E_s) |\langle n | e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} | s \rangle|^2 = (\hbar k)^2 / 2m.$$

Especifique as condições na hamiltoniana do sistema sob as quais essa regra de soma será válida.

4) Considere a emissão espontânea de um fóton de um átomo excitado. O processo é conhecido como a transição  $E1$ . Suponha que o número quântico magnético tenha diminuído de uma unidade. Qual é a distribuição angular do fóton emitido? Discuta a polarização do fóton em função da conservação do momento angular do sistema composto átomo - fóton.

5) Considere a dinâmica de uma partícula de carga  $e$  e massa  $m$ , em  $1 - D$ , sujeita a um potencial periódico  $V(q)$ , tal que  $V(q) = V(q + a)$ . Suponha que a partir de  $t = 0$  liga-se um potencial vetor dado por  $A(t) = -cEt$  (no sistema CGS). Pede-se, então:

a) Estudar a teoria de perturbações quase-degenerada entre os estados  $e^{ikx}$  e  $e^{i(k-K)x}$  (convenientemente normalizados) quando  $k \approx K/2$ , onde  $K = 2\pi/a$ , assumindo variação lenta para  $A(t)$  e que  $V(q)$  seja perturbativo.

b) Escrever os auto estados adiabáticos na vizinhança de  $k \approx K/2$ .

c) Calcular a probabilidade de transição do estado adiabático de mais baixa para o de mais alta energia, assumindo que a transição seja mais provável na vizinhança de  $k \approx K/2$ . Faça a aproximação que você achar mais conveniente para resolver as integrais.