

Mecânica Quântica II

6a LISTA

II/2022

1) Encontre os níveis de energia de uma partícula de Dirac em uma caixa unidimensional de profundidade V_0 e largura a .

2) Calcule exatamente os auto-valores de energia e as auto-funções do problema de um elétron de Dirac sujeito a um campo magnético externo na direção \mathbf{z} .

3) Calcule em ordem mais baixa em α^2 o efeito Zeeman em primeira ordem para um elétron no átomo de hidrogênio. Se o fator giromagnético do elétron difere de $g = 2$, como serão alterados os níveis Zeeman (até primeira ordem na diferença $g - 2$)?

4) Mostre que a taxa para um elétron no estado fundamental do átomo de hidrogênio sofrer uma transição radiativa e cair em estados vazios de energia negativa (tratados na aproximação de Born) no intervalo $-mc^2$ e $-2mc^2$ é aproximadamente $2\alpha^6 mc^2 / \pi \hbar \approx 10^8 \text{seg}^{-1}$.

5) Considere uma partícula de Dirac neutra de spin $s = 1/2$, com massa m e um momento magnético intrínseco não nulo, e assuma a hamiltoniana

$$H = c\vec{\alpha} \cdot (-i\hbar\nabla) + \beta mc^2 + \lambda B \beta \Sigma_z$$

na presença de um campo magnético constante ao longo do eixo \mathbf{z} . Aqui, $\Sigma_z = \mathbb{1}_{(2 \times 2)} \otimes \sigma_{z(2 \times 2)}$. Determine as constantes de movimento importantes do sistema e derive os seus auto valores de energia. Mostre que os movimentos orbital e de precessão do spin estão acoplados na teoria relativística mas desacoplados na teoria não relativística. λ é a constante de acoplamento.

6) Se uma teoria de campos é desenvolvida para uma partícula de spin $s = 1/2$ e massa nula, de tal forma que a matriz β esteja ausente, mostre que a álgebra obedecida pelas componentes das matrizes $\vec{\alpha}$ é satisfeita pelas matrizes 2×2 de Pauli, ou seja, $\vec{\alpha} = \pm \vec{\sigma}$. Deduza em detalhes a teoria bidimensional resultante prestando atenção nas propriedades de helicidade da partícula. A teoria resultante é invariante por reflexão espacial?