MS 211 - LISTA DE EXERCICIOS No. 7
INTERPOLAÇÃO

verão/2016

1. Dada a tabela abaixo, calcule $e^{3.1}$ usando um polinômio de interpolação sobre três pontos (utilize a forma de Lagrange), e dê um limitante superior para o erro cometido.

x	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8
e^x	11.02	13.46	16.44	20.08	24.53	29.96	36.59	44.70

2. Sabendo–se que a equação $x - \exp(-x) = 0$ admite uma raiz no intervalo $(0, 1)$, determine o valor desta raiz usando interpolação quadrática.

3. Considere a função $f(x)$ tabelada nos pontos abaixo:

x	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	0.91	1.43	1.58	1.55	1.44	1.30	1.18

a) Obtenha uma aproximação para o valor máximo de $f(x)$ usando interpolação quadrática (utilize a forma de Newton), e dê uma estimativa do erro cometido. Justifique a escolha dos pontos.
b) Usando interpolação linear, obtenha uma aproximação para a solução da equação $f(x) - 1.15 = 0$ no intervalo $[1,\ 7]$ e estime o erro cometido.

4. Seja a tabela:

x	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
$f(x)$	0.12	0.16	0.19	0.22	0.25	0.27

a) Usando um polinômio de grau 2, trabalhe de dois modos diferentes para obter o valor estimado de x para o qual $f(x) = 0.23$.
b) Sabendo que a função é inversível e que $\max |f^{-1'''}(x)| < 10$, dê um limitante superior para o erro cometido.
c) Este limitante pode ser aplicado para os dois modos de resolver o problema? Justifique.

5. Dados

w	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
$f(w)$	0.905	0.819	0.67	0.549	0.449	0.407

x	1	1.2	1.4	1.7	1.8
$g(x)$	0.210	0.320	0.480	0.560	0.780

Calcule o valor aproximado de x tal que $f(g(x)) = 0.6$, usando polinômios de grau 2.

6. Queremos construir uma tabela que contenha valores de $\cos(x)$ para pontos igualmente espaçados no intervalo I= $[1, 2]$. Qual deve ser o menor número de pontos desta tabela para se obter, a partir dela, o $\cos(x)$, usando interpolação linear com erro menor que 10^{-6} para qualquer $x \in [1, 2]$?

7. Queremos interpolar $f(x) = e^x$ em $[0, 1]$ com precisão de no mínimo 10^{-5}. Se tabelarmos a função com valores igualmente espaçados, qual o espaçamento h devemos utilizar de modo que a interpolação com polinômios de graus 1, 2, 3 e 4 obtenha a precisão desejada?

8. Seja a tabela:

x	-1	0	1	3
$f(x)$	a	b	c	d

e seja $p_n(x)$ o polinômio que interpola $f(x)$ em $-1, 0, 1$ e 3.
Imponha condições sobre a, b, c, d para que se obtenha um polinômio de grau 2.

9. A tabela de diferenças divididas junto com a relação entre a diferença dividida de ordem k e a derivada de ordem k podem nos auxiliar na escolha do grau do polinômio que usamos para aproximar uma função $f(x)$ dada.

Considere $f(x) = \sqrt{x}$ tabelada abaixo com quatro casas decimais:

x	1	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05
$f(x)$	1	2.005	1.01	1.0149	1.0198	1.0247

a) Qual grau mínimo de um polinômio que seja uma boa aproximação de $\sqrt{x}$ no intervalo dado?
b) Esse polinômio pode ser encontrado tanto por quadrados mínimos quanto por interpolação. O polinômio encontrado em ambos os métodos seria o mesmo? Explique.

10. Construa a tabela de diferenças divididas com os dados:

x	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
$f(x)$	-2.78	-2.241	-1.65	-0.594	1.34	4.564

a) Estime o valor de $f(1.23)$ da melhor maneira possível, de forma que se possa estimar o erro cometido.
b) Justifique o grau do polinômio que você escolheu no para resolver o item *a)* e dê uma estimativa do erro cometido.