MS 211 - LISTA DE EXERCICIOS No. 8 – INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

verão/2016

1. Calcule as integrais a seguir pela regra dos trapézios e 1/3 de Simpson, usando quatro e seis divisões de $[a, b]$. Obtenha um limitante superior para o erro cometido e compare com o valor exato, quando for possível.
   a) $\int_1^2 \exp(x)dx$; *b)* $\int_1^4 \sqrt{x}dx$ *c)* $\int_2^{14} dx/\sqrt{x}$.

2. Usando as integrais do exercício anterior com quantas divisões do intervalo, no mínimo, podemos esperar obter erros menores que 10^{-5}?

3. Determinar h para que se possa avaliar $\int_0^{\pi/2} \cos(x)dx$ com erro inferior a $\varepsilon = 10^{-3}$ pela regra de Simpson.

4. Dada a tabela:

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$f(x)$	1.0	1.2408	1.5735	2.0333	2.6965	3.7183

   e, sabendo que a regra 1/3 de Simpson é, em geral, mais precisa que a dos trapézios, qual seria o modo mais adequado de calcular $I = \int_0^1 f(x)dx$, usando a tabela acima? Aplique este processo e determine esta integral.

5. Usando a regra de Simpson, calcule o valor de $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x}$ com precisão de 4 casas decimais. Compare o resultado com o valor de $\ln 2$.

6. Calcule π da relação $\pi/4 = \displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)}$ com erro inferior a 10^{-3} pela regra 1/3 de Simpson.

7. Calcule as integrais abaixo usando Quadratura Gaussiana. Utilize 5 casas decimais.
   a) $\int_1^4 \sqrt{x}dx$, com 2 pontos
   b) $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}dx$, com 3 pontos

8. Considere a integral : $I = \int_0^1 e^{-x^2}dx$.
   a) Estime I pela regra 1/3 de Simpson usando $h = 0.25$;
   b) estime I por Quadratura Gaussiana com 2 pontos ;
   (c) sabendo que o valor exato de I (usando 5 casas decimais) é 0.74682, pede-se:
   c1) compare as estimativas obtidas em *a)* e *b)*;
   c2) quantos pontos seriam necessários para que a regra dos trapézios obtivesse a mesma precisão que a estimativa obtida para I em *(b)*?

9. Calcule de maneira exata a integral $I = \int_0^1 \left(4x^5 + 2x^3 + x\right) dx$ utilizando uma fórmula de quadratura apropriada.

10. Construa uma regra da forma

$$I(f) = \int_{-1}^{1} f(x)dx \;\approx\; A_0 f(-1/2) + A_1 f(0) + A_2 f(1/2)$$

    que seja exata para qualquer polinômio de grau ≤ 2.

11. Seja os valores da função f tabelados, integre numericamente a função no intervalo de 1 a 4 com a maior precisão possível.

x_i	1	2	3	4
$f(x_i)$	0.7	0.8	1.5	3.4