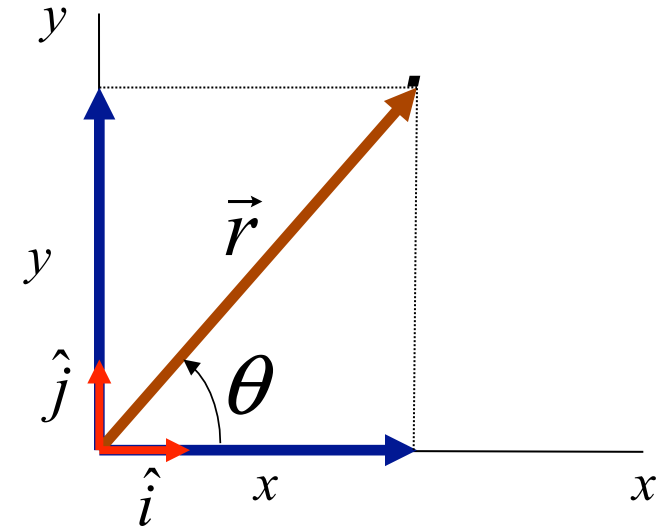
F-128 Física Geral I

Aula Exploratória – 04
Unicamp - IFGW

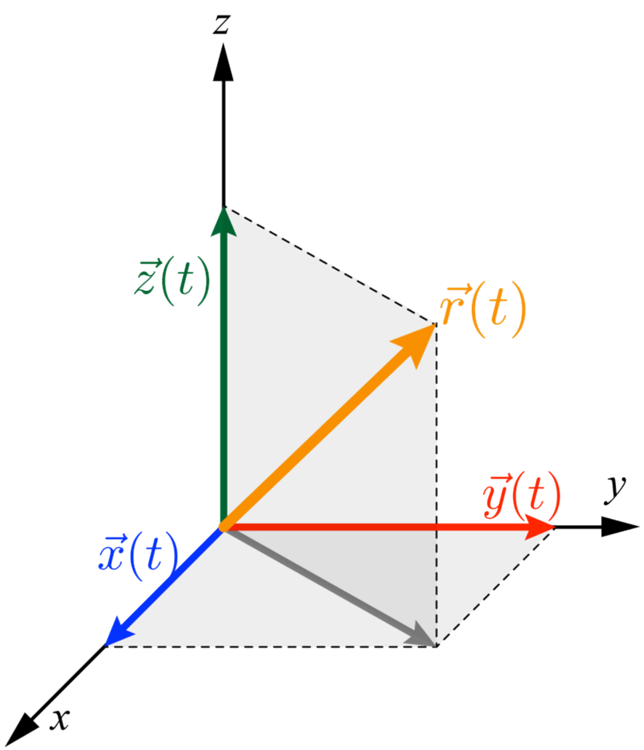
F128 – 2o Semestre de 2012

Posição e Deslocamento

O vetor posição em 2D fica definido em termos de suas coordenadas cartesianas por:



$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}$$



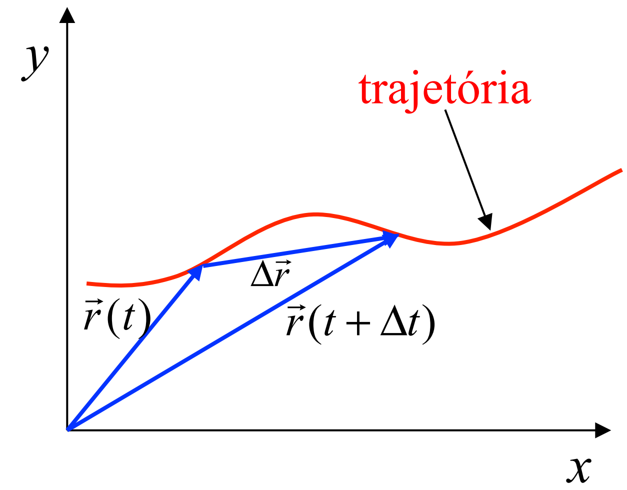
No caso espacial, 3D, temos:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

Velocidade

Como no caso unidimensional, o vetor velocidade média é:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{j}$$



O vetor velocidade instantânea é:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (1)$$

Em termos de componentes cartesianas:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} \qquad \text{ou:} \quad \vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

Decorrências da definição (1):

a) $\vec{v}$ é sempre tangente à trajetória;

b) $|\vec{v}|$ coincide com o módulo da velocidade escalar definida anteriormente.

Aceleração

Novamente como no caso 1D, a aceleração média é:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k}$$

A aceleração instantânea é:

$$\vec{\boldsymbol{a}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{\boldsymbol{v}}(t+\Delta t) - \vec{\boldsymbol{v}}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{\boldsymbol{v}}}{dt} \qquad (2) \qquad \text{ou:} \qquad \vec{\boldsymbol{a}} = \frac{d\vec{\boldsymbol{v}}}{dt} = \frac{d^2\vec{\boldsymbol{r}}(t)}{dt^2}$$

Em termos de componentes cartesianas:

$$\vec{\boldsymbol{a}} = \frac{d\vec{\boldsymbol{v}}(t)}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{\boldsymbol{i}} + \frac{dv_y}{dt}\hat{\boldsymbol{j}} \qquad \text{ou:} \qquad \vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$

<u>Decorrências da definição (2):</u>

a) a aceleração resulta de *qualquer variação* do vetor velocidade (quer seja do módulo, da direção ou do sentido de $\vec{v}$);

b) O vetor aceleração está sempre voltado para o "interior" da trajetória.

Movimento de um projétil

Nesse caso $a_y = -g$ e $a_x = 0$. Na direção x, v_x é constante!

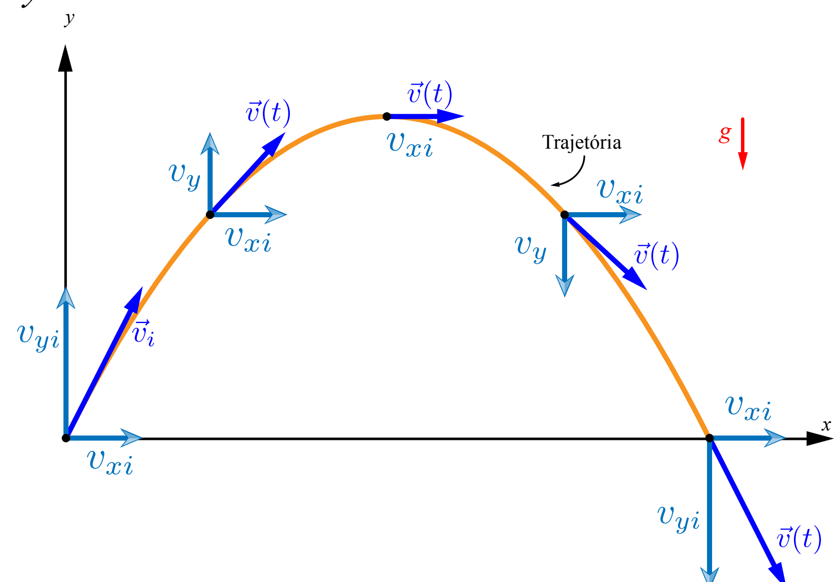
componente x de $\vec{r}$ $\longrightarrow$ $x = x_0 + v_{0x}t$

componente x de $\vec{v}$ $\longrightarrow$ $v_x = v_{0x} = \text{constante}$

componente y de $\vec{r}$ $\longrightarrow$ $y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$

componente y de $\vec{v}$ $\longrightarrow$ $v_y = v_{0y} - gt$

Em $t = 0$: $\begin{cases} \vec{r}_0 = x_0\hat{i} + y_0\hat{j} \\ \vec{v}_0 = \vec{v}_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j} \end{cases}$



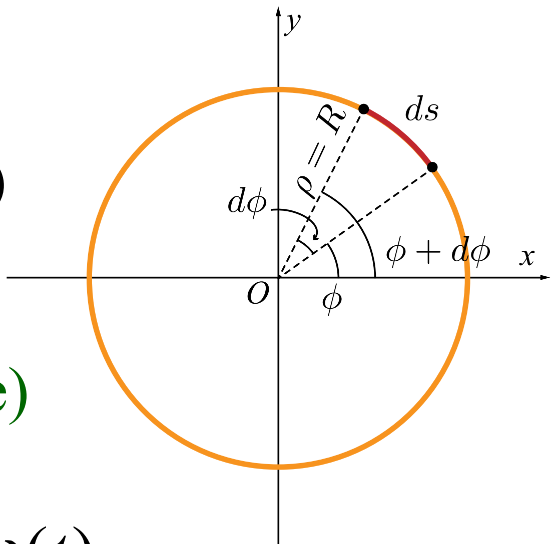
Nota: $\vec{r}_o$ e $\vec{v}_o$ são as condições iniciais do movimento.

Movimento circular

Para descrever o MCU usamos as coordenadas polares R e ϕ.

O arco sobre a trajetória que subentende um ângulo ϕ é: $s = R\phi$.

A posição angular ϕ é uma função do tempo, $\phi(t)$. O arco descrito em dt é dado por $ds = R\, d\phi$. Então:



$$\frac{ds}{dt} = v = R\frac{d\phi}{dt} = R\omega$$ (v: velocidade tangencial)

Se $\omega = \dfrac{d\phi}{dt} =$ cte: $\phi = \phi_o + \omega t$ (Movimento circular uniforme)

Se $\omega(t) = \dfrac{d\phi}{dt} \neq const. \longrightarrow \dfrac{dv(t)}{dt} = R\dfrac{d\omega(t)}{dt} \equiv R\alpha(t)$

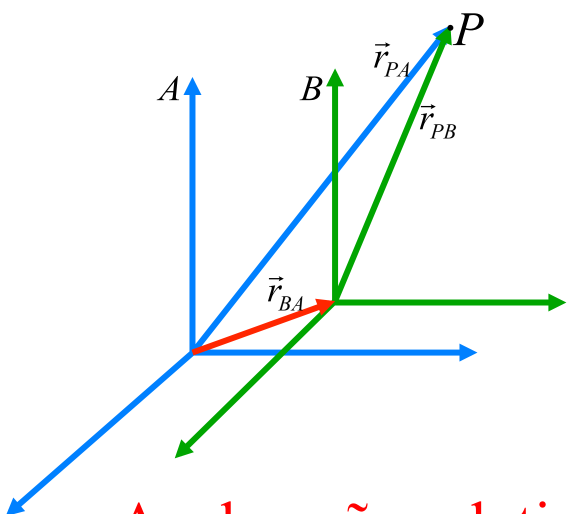
$$\vec{a}(t) = \underbrace{\alpha R \hat{v}}_{\vec{a}_T(t)} + \underbrace{\left(-\frac{v^2}{R}\right)\hat{r}}_{\vec{a}_N(t)}$$

(Movimento circular acelerado)

Movimento Relativo

Posição relativa: $\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$, que é função do tempo:

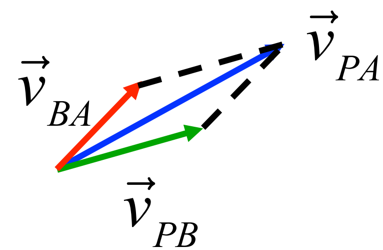
$\vec{r}_{PA}(t) = \vec{r}_{PB}(t) + \vec{r}_{BA}(t)$



Velocidade relativa :

$$\frac{d\vec{r}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{PB}}{dt} + \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt}$$

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}$$



Aceleração relativa: $\frac{d\vec{v}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{PB}}{dt} + \frac{d\vec{v}_{BA}}{dt} \Rightarrow \vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} + \vec{a}_{BA}$

Em referenciais inerciais (os que se movem um em relação ao outro em translação retilínea e uniforme): $\vec{a}_{BA} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}$

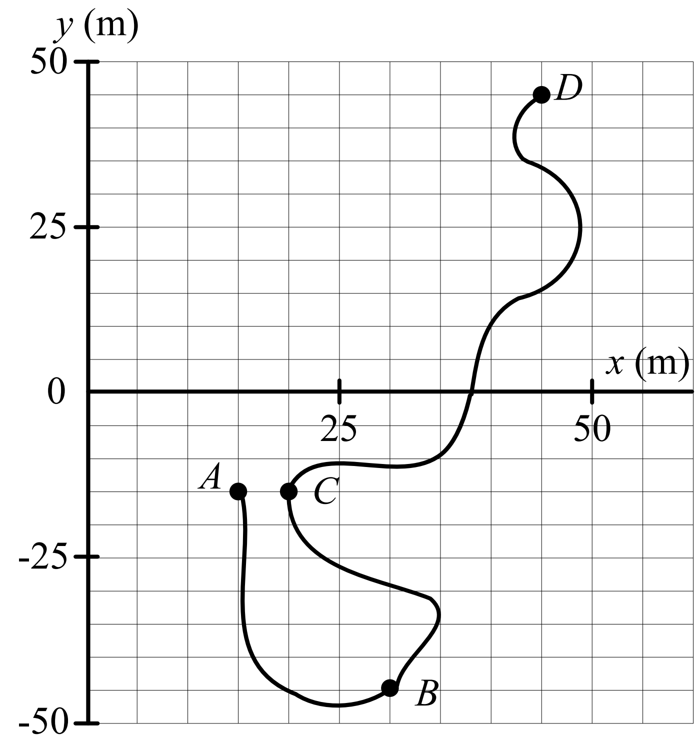
(a aceleração é a mesma quando medida em dois referenciais inerciais).

Exercício 01

A figura abaixo mostra o movimento de um cachorro em um terreno plano, do ponto *A* (no instante *t*=0) para o ponto *B* (em t=5,00 min), *C* (em *t*=10,0 min) e finalmente, *D* (em *t*=15,0 min). Considere as velocidades médias do cachorro do ponto *A* para cada um dos outros três pontos. Entre essas velocidade média determine:

a) o módulo e ângulo da que possui o menor módulo;

b) o módulo e ângulo da que possui o maior módulo;

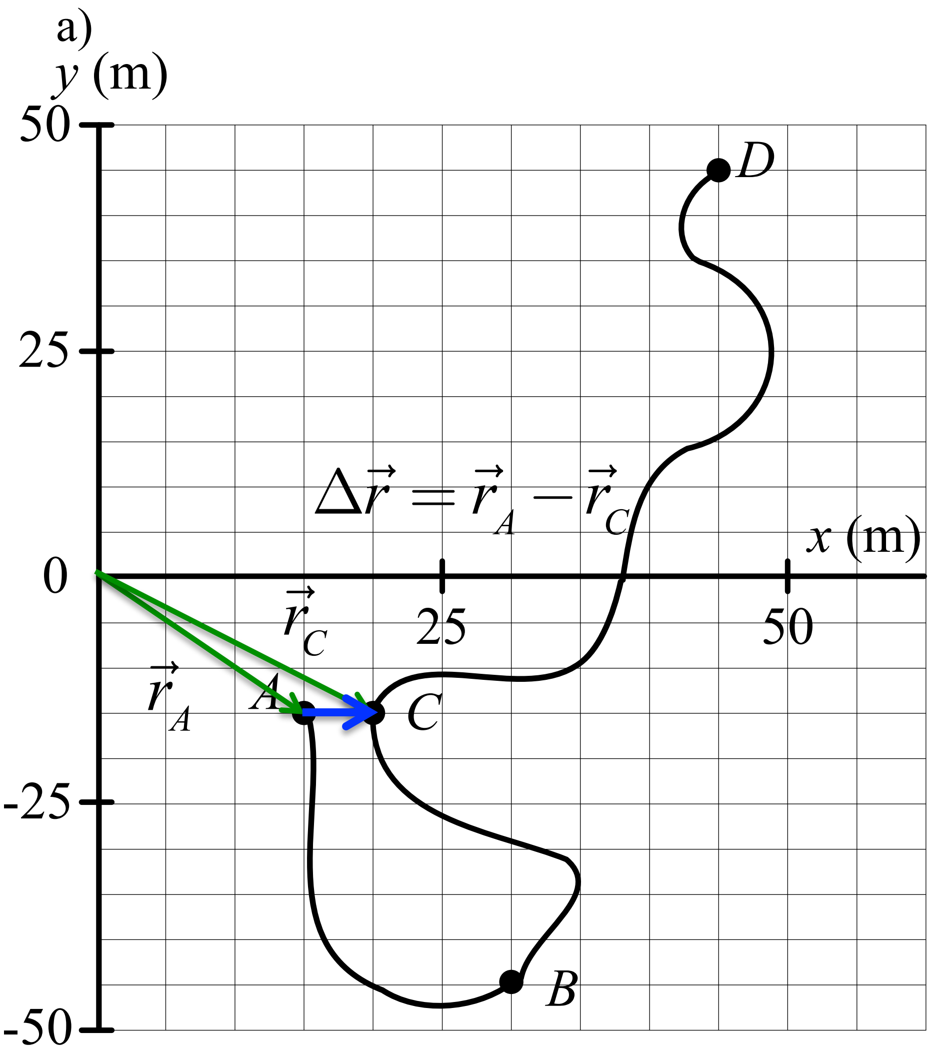


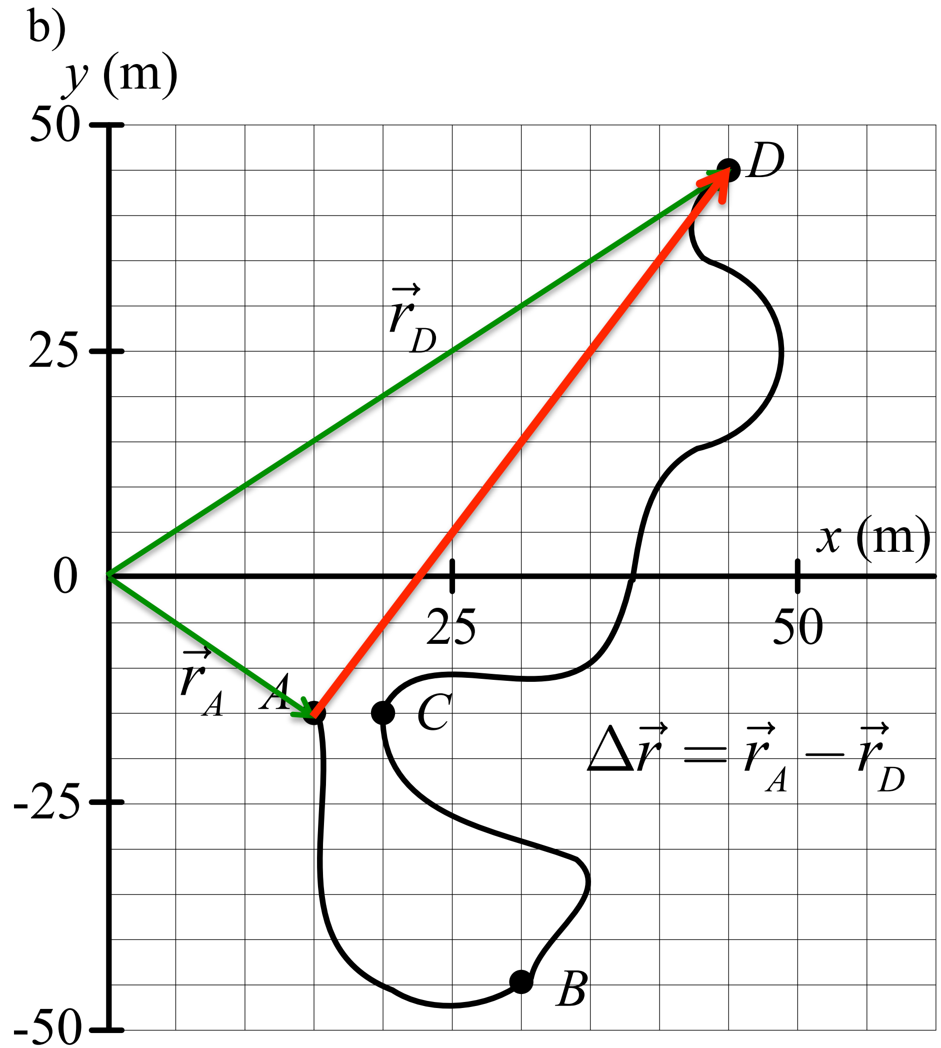
Respostas:

a) 0,83 cm/s e 0º;

b) 0,11 m/s e -63º

Exercício 01





Exercício 02

Uma partícula se movimenta sobre um plano. Em um dado referencial, as coordenadas da partícula são dadas por:

$$x = 2{,}0t^2 + 6{,}0t \text{ (m)}$$

$$y = 1{,}0t + 3{,}0 \text{ (m)}$$

Estude o movimento da partícula, isto é:

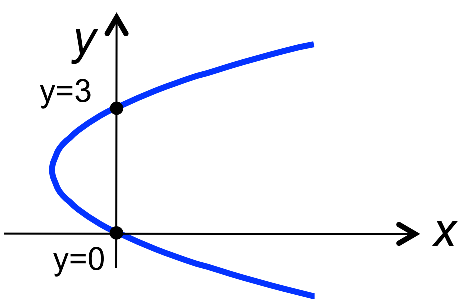
a) determine sua trajetória;

b) determine as componentes da velocidade em função do tempo;

c) determine as componentes da aceleração em função do tempo.

Solução:

a) trajetória parabólica: $x = 2y^2 - 6y$



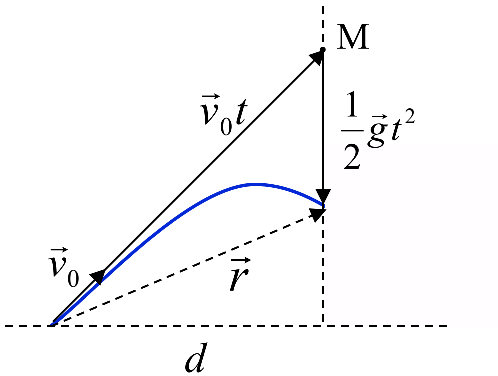
b) $$v_X = \frac{dx(t)}{dt} = 4{,}0t + 6 \qquad v_Y = \frac{dy(t)}{dt} = 1{,}0$$

c) $$\begin{cases} a_X = \dfrac{dv_X(t)}{dt} = 4{,}0 \\ a_Y = \dfrac{dv_Y(t)}{dt} = 0 \end{cases}$$

Exercício 03

Um caçador, localizado a uma distância de uma árvore, dispara contra um macaco que se encontra em um galho a uma altura h. No exato instante do disparo, o macaco se solta do galho. Sendo v_0 a velocidade inicial da bala, mostre analiticamente que a bala atinge o macaco, e calcule o instante em que isto ocorre.

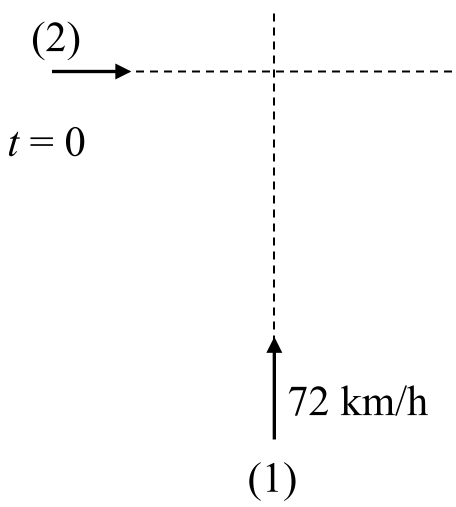
http://www.youtube.com/watch?v=cxvsHNRXLjw

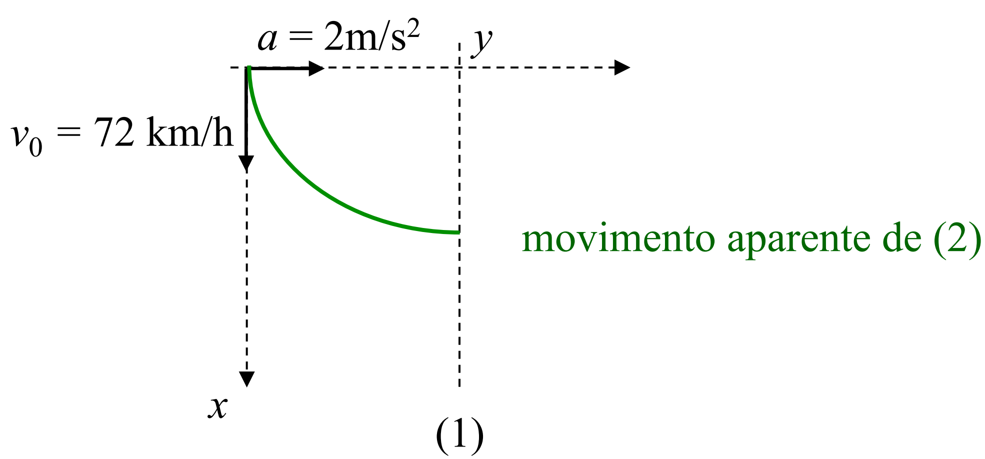


Após um tempo t, $\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}\,t^2$ é o vetor de posição do projétil.
Mas este é exatamente o vetor de posição do macaco.
Restrição: R (alcance da bala) $\geq d$.

Exercício 04

Dois carros percorrem estradas retilíneas perpendiculares entre si. O carro (1) (ver figura) tem velocidade uniforme de 72 km/h. O carro (2) arranca no instante t = 0 com aceleração constante de 2,0 m/s2. Qual é o movimento (velocidade e trajetória do carro (2) em relação ao carro (1) ?





trajetória de (2) no referencial de (1): movimento semelhante ao de um projétil, uma semi-parábola de equação:

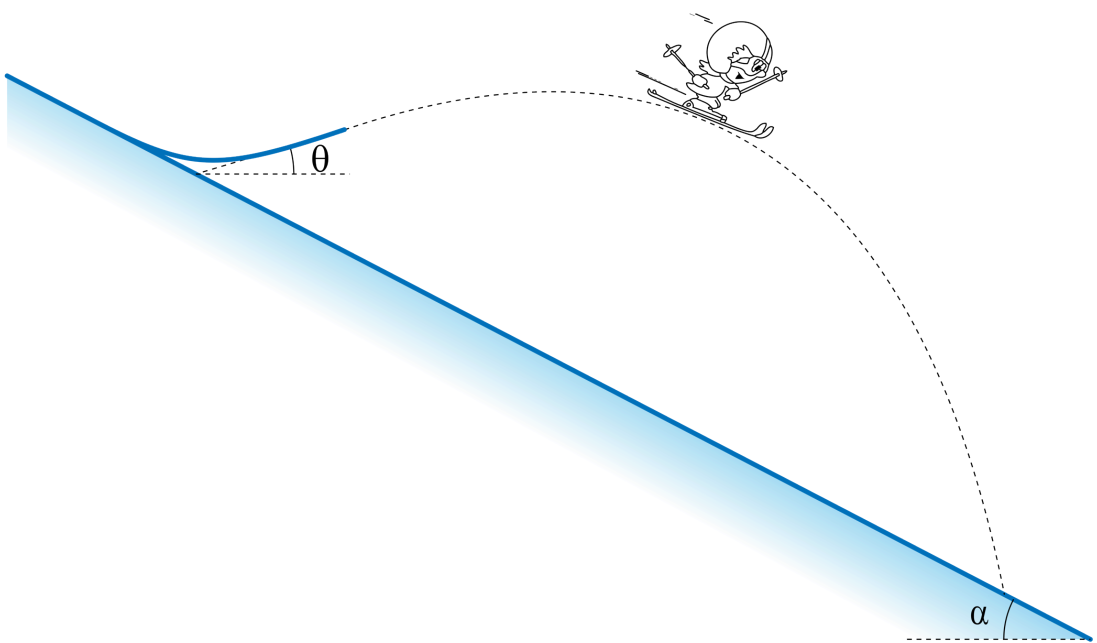
$$y = \frac{a}{2{v_0}^2}x^2 = \frac{x^2}{400}$$

Exercício 05

Um esquiador desce de uma colina e desliza-se por uma rampa com uma velocidade v_o e um ângulo de inclinação θ. A colina tem um ângulo de inclinação α como é indicado na figura.

a) Determine o tempo de vôo do esquiador, ou seja o tempo no qual a pessoa está no ar.

b) Determine a posição na qual ela bate com a colina.



Exercício 06-Opcional

A posição de uma partícula em função do tempo é dada por:

$$\vec{r} = 4\sin(\omega t)\hat{i} + 4\cos(\omega t)\hat{i}$$

onde r está em metros e t em segundos.

a) descubra a trajetória desta partícula;

b) calcule o vetor velocidade da partícula;

c) calcule o vetor aceleração;

d) mostre que a direção da aceleração é radial e determine seu módulo.

e) mostre que os vetores $\vec{v}$ e $\vec{a}$ são perpendiculares.

Exercício 07-Opcional

Um menino gira uma pedra, em um círculo horizontal de raio 1,1 m a uma altura de 1,6 m acima do solo. A corda que segura a pedra rompe-se e a pedra, após voar horizontalmente, atinge o chão depois de viajar uma distância horizontal de 8,7 m. Qual é a magnitude da aceleração centrípeta da pedra em movimento circular?