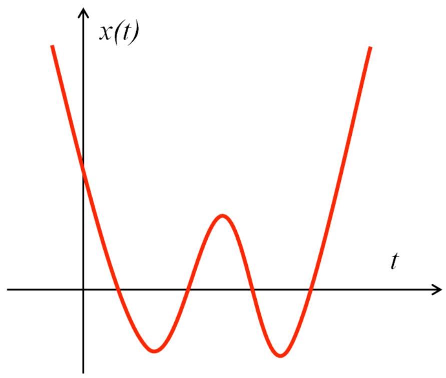
F-128 – Física Geral I – 2º Semestre 2012

LISTA AUXILIAR

Questão 1: Suponha que uma partícula move-se ao longo do eixo x de acordo com a seguinte equação horária: $x(t) = t^3 - 9t$, onde x é dado em metros e t em segundos.

a) Esboçe a curva da posição da partícula em função do tempo entre $0 \le t \le 10$ s;
b) Baseando-se no gráfico determine para quais valores de tempo a velocidade da partícula é positiva;
c) Calcule a velocidade da partícula em função do tempo;
d) Calcule a aceleração da partícula em t = 5 s.

Questão 2: Esboce a integral e a derivada do gráfico a seguir:



Questão 3: Mostre que um corpo que se desloca de acordo com a equação:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2,$$

possui aceleração constante igual a.

Questão 4: Um corpo se desloca em três dimensões de acordo com o vetor posição:

$$\vec{x}(t) = 5t^2\hat{i} - 3\hat{j} + (5t^3 + 3t + 1)\hat{z}$$

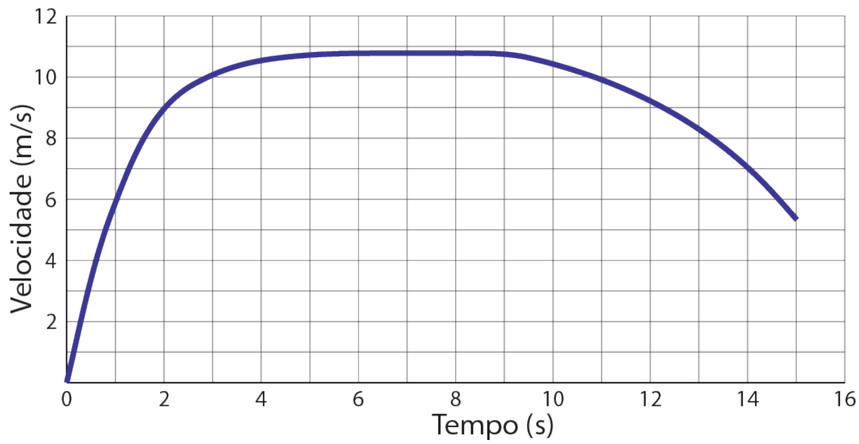
Encontre os vetores que representam a velocidade, ***v***(t) e a aceleração, ***a***(t), deste corpo.

Questão 5: O trabalho W pode ser calculado como sendo a área sob a curva $F(x)$ no plano (Força)x(Espaço). Calcule o trabalho realizado pela força:

$$F(x) = -x^2 + 8x - 12$$

no intervalo de x = 3 m a x = 5 m e faça um esboço do gráfico, com a área calculada destacada.

Questão 6: O gráfico abaixo mostra a velocidade de um corredor de 100 metros rasos em função do tempo. Calcule a aceleração instantânea do corredor aos 2 segundos considerando que a reta tangente a este ponto também passa pelo ponto (v = 5 m/s, t = 0 s).



Questão 7:

a) Utilize a prova por indução e a propriedade da regra do produto de derivadas para mostrar que a derivada de um polinômio é dada por:

$$f(x) = x^n \Rightarrow \frac{df(x)}{dx} = nx^{n-1}$$

(Dica: escreva a derivada aproximada da função como:

$$\Delta f(x) = f(x+\Delta x) - f(x) = (x+\Delta x)^n - x^n$$

Demonstre que ela pode ser escrita como:

$$\Delta f(x) = \Delta x[(x+\Delta x)^{n-1} + x(x+\Delta x)^{n-2} + x^2(x+\Delta x)^{n-3} + ... + x^{n-1}]$$

e tome o limite para encontrar a derivada exata.)

b) A partir do resultado provado à cima, qual seria a função que, derivando, obteríamos x^n? (ié, qual a integral de x^n?)

Questão 8: Mostre que se a equação da posição de uma partícula é dada por:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

então, a igualdade abaixo é verdadeira:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\omega^2 x(t)$$

Questão 9: Dado um vetor $\vec{x}(t) = R\cos(\omega t)\hat{i} + R\sin(\omega t)\hat{j}$, onde R é uma constante, calcule:

a) O módulo deste vetor e note que ele é independente do tempo (isso significa que esse vetor parametriza uma circunferência de raio igual ao seu módulo).

b) Calcule sua derivada em relação ao tempo (ié $\vec{v}(t) = d\vec{x}(t)/dt$) e mostre que ela é perpendicular ao vetor original.

c) Calcule a derivada segunda desse vetor (em relação ao tempo, ié, $\vec{a}(t) = d\vec{v}(t)/dt$). Expresse-a em termos do vetor *x(t)*.

d) Mostre que $|\vec{v}|^2/R = |\vec{a}|$;

Questão 10: Mostre, usando conceitos de derivadas ou integrais, que $\sin(x)^2 + \cos(x)^2 = 1$.

LISTA AUXILIAR

Questão 11: Escreva a equação da reta tangente a curva: $y(x) = x^3 - 3x^2 - x + 5$ no ponto de abcissa $x = 3$.

Questão 12: Usando as regras de derivação, calcule as derivadas das seguintes funções:

a) $f(t) = -6t^3 + 12t^2 - 4t + 7$
b) $f(t) = (3t+5)^2$ (dica: primeiro desenvolva o quadrado)
c) $f(x) = (-2x^2+1)^3$ (dica: primeiro desenvolva o cubo)
d) $f(x) = (3x^2 - 7x + 1)(x^2 + x - 1)$ (dica: primeiro desenvolva a multiplicação)
e) $f(x) = x^3 - x^2 + 15$

Questão 13: Considere o problema das filas no Restaurante Universitário (bandejão). Suponha que o número de alunos, em função do tempo, que estão em suas salas de aula, laboratórios, bibliotecas, ruas, casa, etc, seja dado pela função:

$$N(t) = \frac{N_0}{e^{(t-t_0)/w} + 1}$$

Onde:
N_0 = 7500 alunos que almoçam no bandejão;
t_0 = 12h (meio dia - hora do almoço);
w = 0,4h (metade do tempo que leva para boa parte dos alunos deixarem as salas);

Suponha que se os alunos não estão nesses lugares eles estão no bandejão (ou na fila do bandejão). Esta função não conta as pessoas que voltaram para suas salas, casa, biblioteca, etc, após o almoço. Suponha ainda que o bandejão é capaz de atender a uma taxa constante de R=2600 alunos por hora.

a) Calcule a taxa $T(t)$ de chegada de alunos para almoçar no bandejão;
b) Ache o momento em que a fila começa a se formar;
c) Ache o momento em que a fila é máxima;
d) Calcule o comprimento máximo que a fila atinge, sabendo que ela é composta por 8 alunos por metro;