F-128 – Física Geral I – 2º Semestre 2012

Respostas à Lista Auxiliar

1) a) Gráfico; b) $v(t) > 0$ para $t > \sqrt{3}$ s; c) $v(t) = -9 + 3t^2$ m/s; d) $a(t = 5s) = 30$ m/s^2

2) Note que a função se assemelha a um polinômio de quarta ordem. Portanto a derivada desta função é semelhante a um polinômio de terceira ordem, enquanto a integral (sem sentido físico neste caso) tem a forma de um polinômio de quinta ordem somado a uma constante.

3) Calcule a segunda derivada de $x(t)$ e mostre que ela é uma constante igual a aceleração a.

4) $v(t) = 10t\hat{i} + (15t^2 + 3)\hat{k}$; $a(t) = 10\hat{i} + 15t\hat{k}$.

5) $W = \dfrac{22}{3}$ N.m.

6) $a(t = 2\text{s}) = 2$ m/s^2

7) Demonstração. (Veja a solução deste problema na Aula 2 do material extra de cálculo)

8) Demonstração.

9) a) $|\vec{x}| = \sqrt{R^2\cos(\omega t)^2 + R^2\sin(\omega t)^2} = R$;

b) $\vec{v}(t) = R\omega(-\sin(\omega t)\hat{i} + \cos(\omega t)\hat{j})$ e $\vec{x}(t)\cdot\vec{v}(t) = 0$ (condição de perpendicularidade);

c) $\vec{a}(t) = -R\omega^2(\cos(\omega t)\hat{i} + \sin(\omega t)\hat{j}) = -\omega^2\vec{x}(t)$;

d) Demonstração

10) Tome $f(x) = \sin(x)^2$ e $g(x) = \cos(x)^2$ e $h(x) = f(x) + g(x)$. Mostre que $\dfrac{df(x)}{dx} = 2\sin(x)\cos(x)$ e $\dfrac{dg(x)}{dx} = -2\sin(x)\cos(x)$. Portanto $\dfrac{dh(x)}{dx} = 0$. Isso mostra que $h(x) = \sin(x)^2 + \cos(x)^2 = C$, onde C é uma constante qualquer.

Agora mostre que $\int f(x)dx = \dfrac{x}{2} - \dfrac{1}{4}\sin(2x)$ e $\int g(x)dx = \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{4}\sin(2x)$. Portanto $\int h(x)dx = Cx = x$, ou seja, $C = 1$.

11) O coeficiente angular da reta tangente a curva é dado pela derivada de $$ curva. Além disso, a reta tangente passa pelo ponto $x = 3$ e $y(x = 3) = 2$. Portanto a reta tangente segue a seguinte equação: $y_{tan}(x) = 8x - 22$.

12) a) $\dfrac{df(t)}{dt} = -4 + 24t - 18t^2$; b) $\dfrac{df(t)}{dt} = 6(5 + 3t)$; c) $\dfrac{df(x)}{dx} = -12x\left(1 - 2x^2\right)^2$

d) $\dfrac{df(x)}{dx}=2\left(4-9x-6x^2+6x^3\right)$;   e) $\dfrac{df(x)}{dx}=x(-2+3x)$

13) a) Derivada de $N(t)$ com sinal trocado (quem sai das salas chega ao bandejão):

$$T(t)=-\frac{dN(t)}{dt}=\frac{N_0}{w}\frac{e^{(t-t_0)/w}}{(e^{(t-t_0)/w}+1)^2}$$

b) A fila cresce quando a taxa de chegada de alunos que chegam torna-se maior que a taxa de entrada de alunos. Quando elas são iguais é o momento em que a fila começa a se formar:

$$T(t')=R$$

Resolvendo obtemos dois resultados, o menor deles é:

$$t'_1=t_0+w\ln\left[\frac{N_0-2Rw-\sqrt{N_0^2-4N_0Rw}}{2Rw}\right]=11{,}35\text{ h}$$

Portanto a fila começa a se formar às 11 horas e 21 minutos.

c) A fila apenas diminui quando finalmente a taxa de alunos que entram é maior que os que chegam. Quando as duas taxas são iguais a fila está máxima:

$$T(t')=R$$

Resolvendo obtemos dois resultados, o maior deles é:

$$t'_2=t_0+w\ln\left[\frac{N_0-2Rw+\sqrt{N_0^2-4N_0Rw}}{2Rw}\right]=12{,}65\text{ h}$$

Portanto a fila começa a diminuir às 12 horas e 38 minutos.

d) Entre os dois instantes calculados há um acumulo de alunos na fila dado pela taxa:

$$T(t)-R$$

Ou seja, o número de alunos na fila é dado por:

$$N_{alunos}=\int_{t'_1}^{t'_2}(T(t)-R)dt=(-N(t_2')-Rt_2')-(-N(t_1')-Rt_1')\approx 1652\text{ alunos}$$

Dessa forma o comprimento máximo da fila é de 206 m (entra no PB e faz uma curva!).