F-128 – Física Geral I

Aula exploratória-07

UNICAMP – IFGW

username@ifi.unicamp.br

F128 – 2o Semestre de 2012

Energia

Energia é um conceito que vai além da mecânica de Newton e permanece útil também na mecânica quântica, relatividade, eletromagnetismo, etc.

A **conservação da energia total** de um sistema isolado é uma lei fundamental da natureza.

Trabalho de uma força variável (1-D)

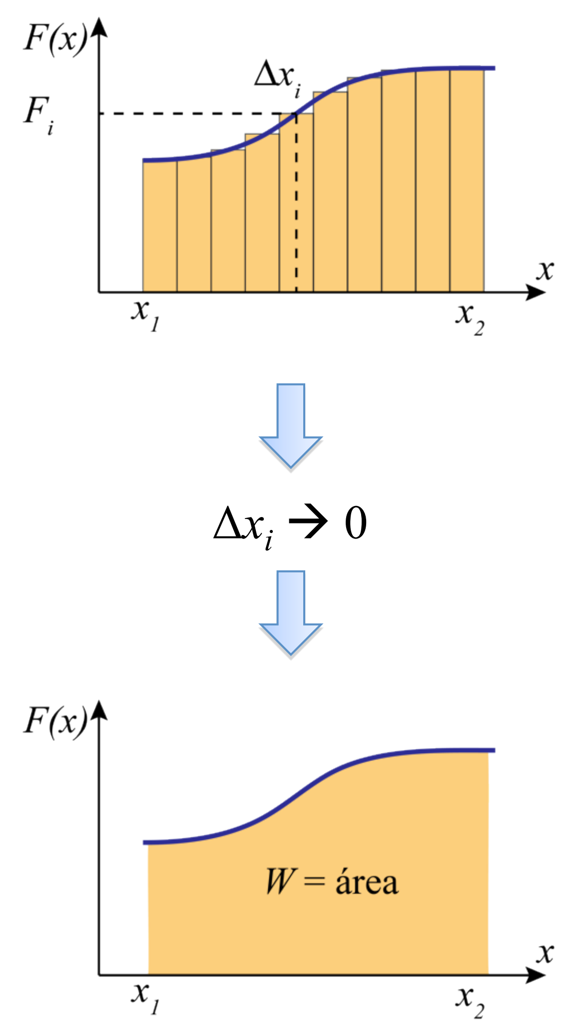
Seja $F = F(x)$ a força resultante que atua sobre uma partícula de massa m.

Dividimos o intervalo $(x_2 - x_1)$ em um número muito grande de pequenos intervalos Δx_i.

Então: $W = \sum_i F_i \Delta x_i$

No limite, fazendo $\Delta x_i \rightarrow 0$

$$\boxed{W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx}$$



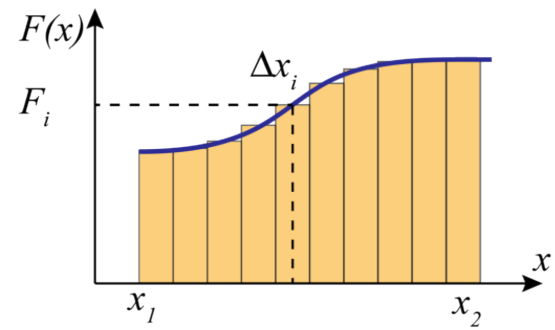
(O trabalho é a área sob a curva de força em função da posição!)

Energia cinética e trabalho

Substituindo a força pela segunda lei Newton teremos:

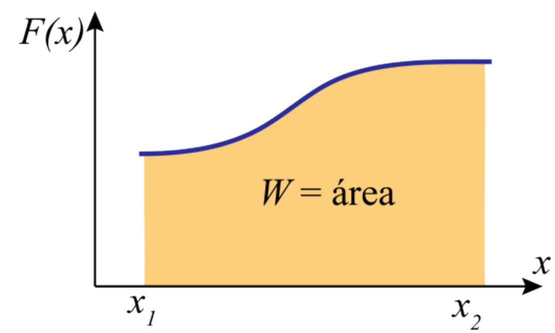
$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx = m\int_{x_i}^{x_f} \frac{dv}{dt}dx = m\int_{x_i(v_i)}^{x_f(v_f)} dv\frac{dx}{dt} = m\int_{v_i}^{v_f} v\,dv$$

$$= \frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_i^2\right) = \Delta K$$



Ou seja:

$$\boxed{W = \frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_i^2\right) = \Delta K}$$

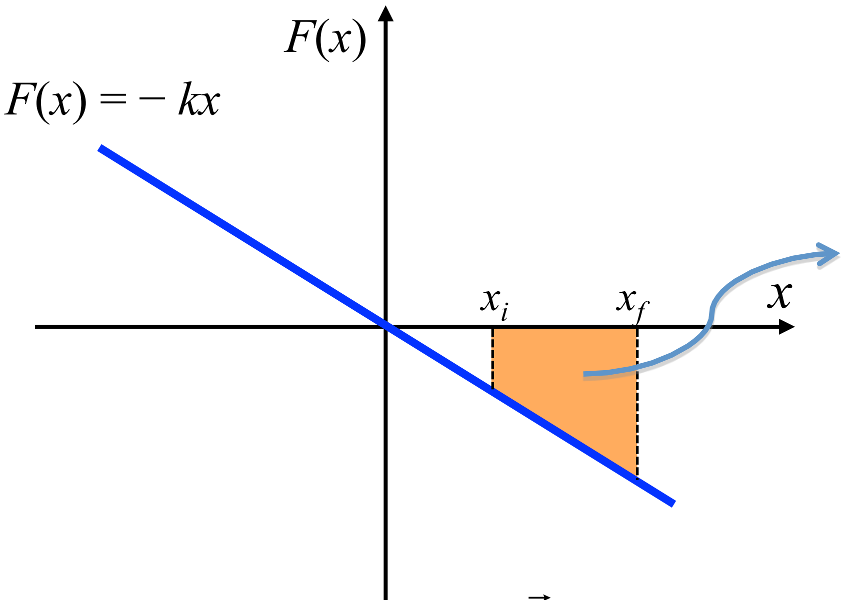


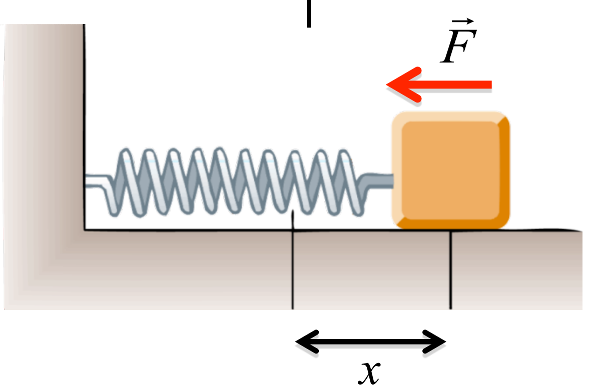
W = área = ΔK

Este é o teorema do trabalho-energia cinética:

> "O trabalho da força resultante que atua sobre uma partícula entre as posições x_1 e x_2 é igual à variação da energia cinética da partícula entre estas posições".

Trabalho realizado por uma força elástica





(mola sendo esticada)

Força da mola: $F(x) = -kx$

$$W_{mola} = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx$$

$$W_{mola} = -k\int_{x_i}^{x_f} x\,dx = -\frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2)$$

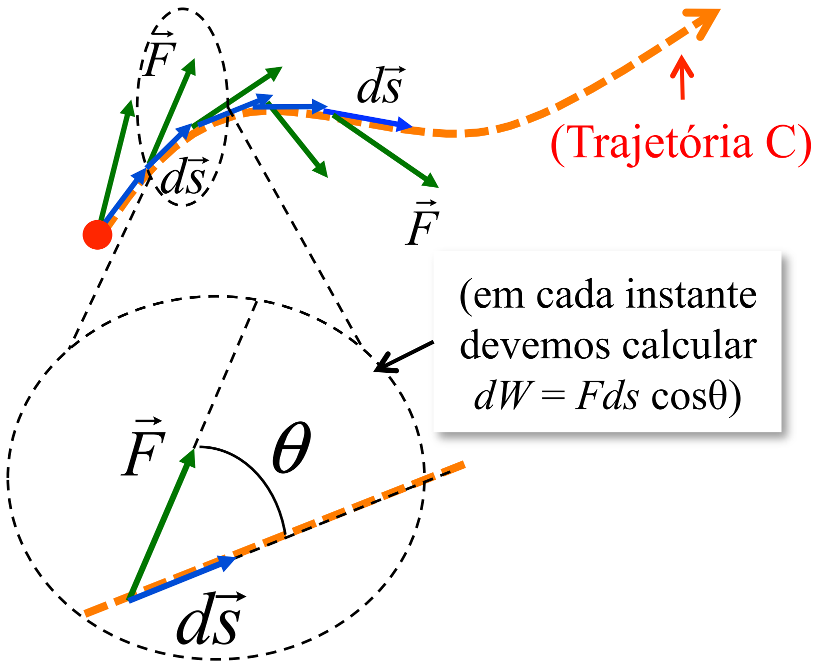
Se o trabalho sobre a mola (massa) for realizado por um *agente externo*, seu valor é o obtido acima, porém com sinal trocado.

$\boxed{\text{Se } x_i < x_f \rightarrow W < 0}$

Trabalho de uma força variável: 3D

O trabalho infinitesimal dW de uma força $\vec{F}$ agindo em uma partícula ao longo de um deslocamento infinitesimal $d\vec{s}$ é:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$



Portanto o trabalho total, W, será a soma de todos estes trabalhos infinitesimais, dW, ao longo da trajetória descrita pela partícula.

Esta soma leva uma nome e uma símbolo especial; é a Integral de Linha

$$W = \int_C dW = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_C F\, ds \cos\theta$$

Se $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$

e

$$F_x = F_x(x);\ F_y = F_y(y);\ F_z = F_z(z)$$

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\, dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y\, dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z\, dz$$

Potência

Até agora não nos perguntamos sobre quão rapidamente é realizado um trabalho!

A potência P é a razão (taxa) de realização do trabalho por unidade de tempo:

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}}$$

Unidade SI:
J/s = watt (W)

Considerando o trabalho em mais de uma dimensão: $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

O segundo termo é a velocidade. Então:

$$\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v}}$$

Exercício 01

Uma partícula de massa m = 2,0 kg desloca-se ao longo de uma reta. Entre x = 0 e x =7,0 m, ela está sujeita a uma força $F(x)$ representada no gráfico abaixo. Sabendo-se que sua velocidade para x = 0 é de 3,0 m/s:

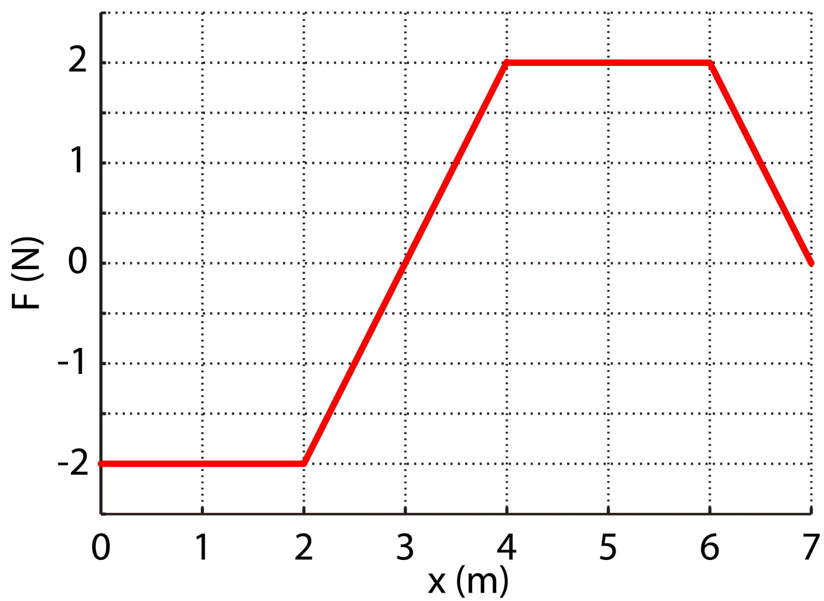
a) calcule a velocidade da partícula nas posições x = 4,0 m e x = 7,0 m;

b) em que posição a velocidade da partícula é nula?

a) $v_f(x=4{,}0m)=\sqrt{5}m/s$

$v_f(x=7{,}0m)=\sqrt{10}m/s$

b) Nunca



Exercício 02

Um bloco de massa m é lançado para cima sobre um plano inclinado de θ com velocidade inicial v_o. O coeficiente de atrito entre o bloco e o plano é menor que tgθ, de modo que, depois de parar ao final do movimento ascendente, o bloco voltará a descer ao longo do plano.

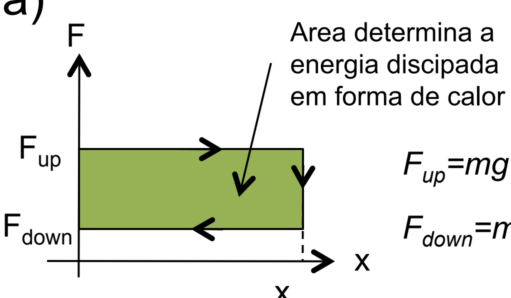
a) Construa o gráfico de força total sobre o bloco em função da posição sobre o plano.

b) Qual será a altura máxima atingida pelo bloco sobre o plano?

c) Qual é a quantidade de energia mecânica transformada em energia térmica durante este processo?

d) Em que velocidade o bloco retornará ao ponto de partida?

a)



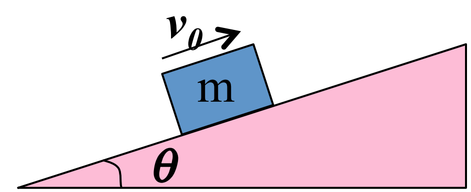
F_{up}=mg(sina+mcosa)

F_{down}=mg(sina-mcosa)

b) $$x_{\max} = \frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

c) $$\Delta E = m\frac{\mu\cos\alpha}{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}v_0^2$$

d) $$v_f = v_0\sqrt{\frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}}$$



Exercício 03

Um corpo de massa m acelera-se uniformemente, partindo do repouso até a velocidade v_f, no tempo t_f.

a) Mostre que o trabalho realizado sobre o corpo, como função do tempo t em função de v_f e t_f é dado por:

$$\frac{1}{2}m\frac{v_f^2}{t_f^2}t^2$$

b) Em função do tempo t, qual a potência instantânea fornecida ao corpo?

c) Qual a potência instantânea, em t=10 s, fornecida a um corpo de 1500 kg que é uniformemente acelerado de 0 a 100km/h nestes 10 s?

a) $a = \frac{v_f}{t_f} \Rightarrow \mathrm{F} = \mathrm{m}\frac{v_f}{t_f}$ $\quad W = \int^{x(t)} F dx = m\frac{v_f}{t_f}\int_0^t \frac{dx}{dt}dt = m\frac{v_f}{t_f}\int_0^t v dt$ $\quad v = at = \frac{v_f}{t_f}t$

b) $P = \frac{dW}{dt} = m\frac{v_f^2}{t_f^2}t$ $\quad$ c) P=1.15 x 10^5W = 155 cv (1cv = 745W)

Exercício 04

Um caixote de massa m esta pendurado na extremidade de uma corda de comprimento L. Você puxa o caixote horizontalmente com uma força variável $\vec{F}$, deslocando-o para o lado de uma distância d.

a) Qual é o módulo de $\vec{F}$, quando o caixote está na posição final?

Neste deslocamento quais são:

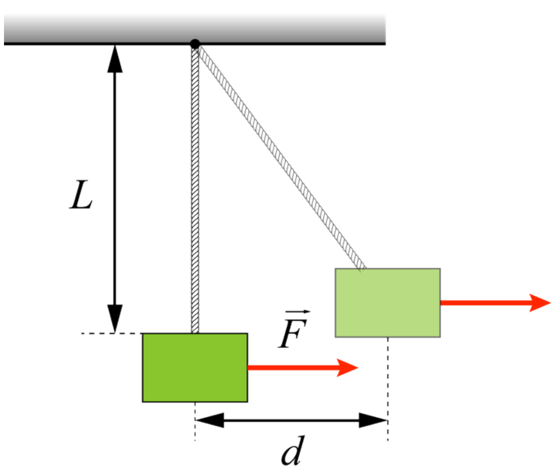
b) o trabalho total realizado sobre o caixote;

c) o trabalho total realizado pela força gravitacional sobre o caixote;

d) o trabalho realizado pela corda sobre o caixote?

e) Sabendo que o caixote está em repouso antes e depois do deslocamento, use os itens (b), (c) e (d) para determinar o trabalho que sua força realiza sobre o caixote;

f) Porque o trabalho da sua força não é igual ao produto do deslocamento horizontal pela resposta do item (a)?



Resposta (ver exercício 65 do livro texto):

a) $F = mg\text{tg}\theta$

b) $W_{\text{Total}} = 0$

c) $W_P = -L(1 - \cos\theta)\, mg$

d) $W_T = 0$

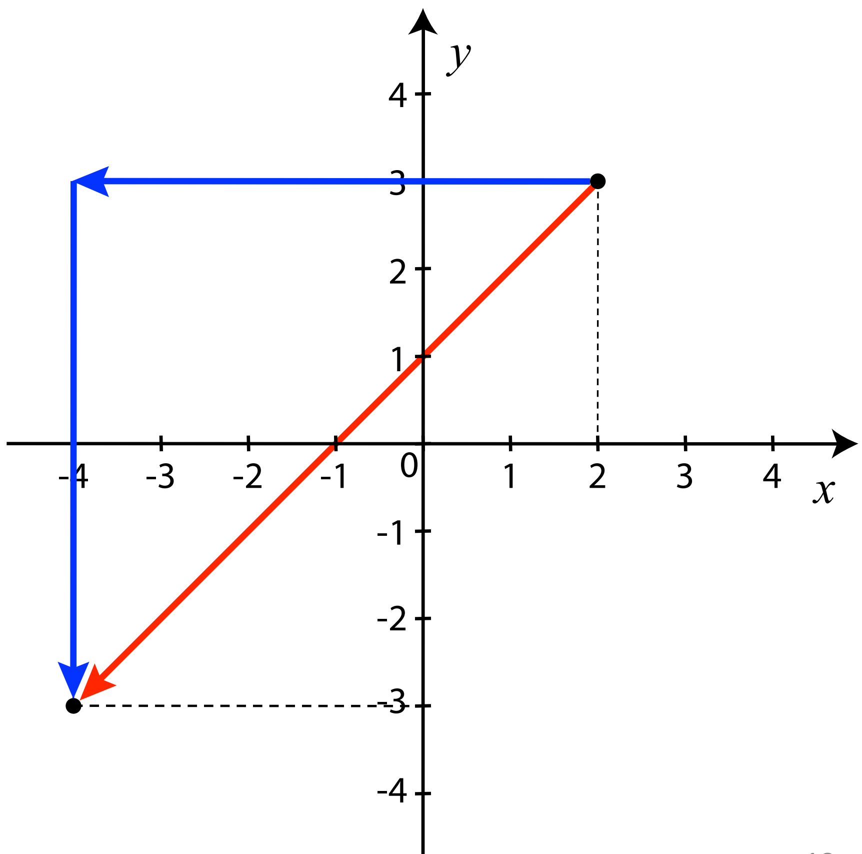
e) $W_F = L(1 - \cos\theta)\, mg$

f) A força aplicada no caixote varia durante o deslocamento

Exercício 05

Qual o trabalho realizado por uma força: $\vec{F} = 2x\hat{i} + 3\hat{j}$, onde x está em metros, que é exercida sobre uma partícula enquanto ela se move entre as posições $\vec{r}_i = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ e $\vec{r}_j = -4\hat{i} - 3\hat{j}$? (Use os dois caminhos abaixo)

Resp. -6J



Exercício 06-Extra

Um sistema formado por duas lâminas delgadas de mesma massa m, presas por uma mola de constante elástica k e massa desprezível, encontram-se sobre uma mesa horizontal.

a) De que distância a mola está comprimida na posição de equilíbrio?

b) Comprime-se a lâmina superior, abaixando-a de uma distância adicional x a partir da posição de equilíbrio. De que distância ela subirá acima da posição de equilíbrio, supondo que a lâmina inferior permaneça em contato com a mesa?

c) Qual é o valor mínimo de x no item (b) para qual a lâmina inferior salte da mesa?