F-128 – Física Geral I

Aula exploratória-08

UNICAMP – IFGW
username@ifi.unicamp.br

F128 – 1o Semestre de 2012

Energia Potencial em 1D

Variação de energia potencial (caso unidimensional):

$$\Delta U\left(x_0 \to x\right) = U\left(x\right) - U\left(x_0\right) = -W = -\int_{x_0}^{x} F(x)dx$$

É usual tomar x_0 como uma configuração de referência fixa. Assim, a energia potencial da partícula na configuração x é:

$$U(x) = U(x_0) - \int_{x_0}^{x} F(x)dx \longleftrightarrow F = -\frac{dU}{dx}$$

Notem que é preciso que a força seja uma função apenas da posição (configuração). Não se pode definir $U(x)$ em outros casos (a força de arraste dependente da velocidade, por exemplo): ver mais detalhes adiante.

Do ponto de vista físico, apenas as **variações** de energia potencial são relevantes. Então, pode-se sempre atribuir o valor zero à configuração de referência:

$$U\left(x_0\right) = 0$$

Conservação da Energia Mecânica

Do teorema do trabalho-energia cinética para uma força que só depende da posição:

$$\boxed{W = \Delta K}$$

Como $U(x_f) - U(x_i) = -W$

$$U(x_i) - U(x_f) = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + U(x_i) = \frac{1}{2}mv_f^2 + U(x_f)$$

$$\Downarrow$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + U(x) = \text{constante}$$

(a energia mecânica total não varia).

Energia Mecânica em mais de uma dimensão

Generalizando, sempre se pode associar uma energia potencial a uma força conservativa:

$$U(\vec{r}) - U(\vec{r}_0) = -W(\vec{r}_0 \rightarrow \vec{r}) = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Note que não é preciso dizer qual trajetória tomar entre $\vec{r}_0$ e $\vec{r}$.

Se só há forças conservativas, então a energia mecânica total (potencial + cinética) é conservada:

$$E = K + U = \text{constante}$$

Energia na presença de forças não-conservativas

Entretanto, se há forças não-conservativas:

$$\left.\begin{aligned} W &= W_{não-cons} + W_{cons} = \Delta K \\ W_{cons} &= -\Delta U \end{aligned}\right\} \Rightarrow W_{não-cons} = \Delta K + \Delta U = \Delta E_{mec}$$

ou seja, a variação da energia mecânica de um sistema é igual ao trabalho das forças não-conservativas que agem sobre ele.

No caso de forças como de atrito e de arraste, o trabalho é sempre *negativo* (a força é sempre no sentido *oposto* ao deslocamento):

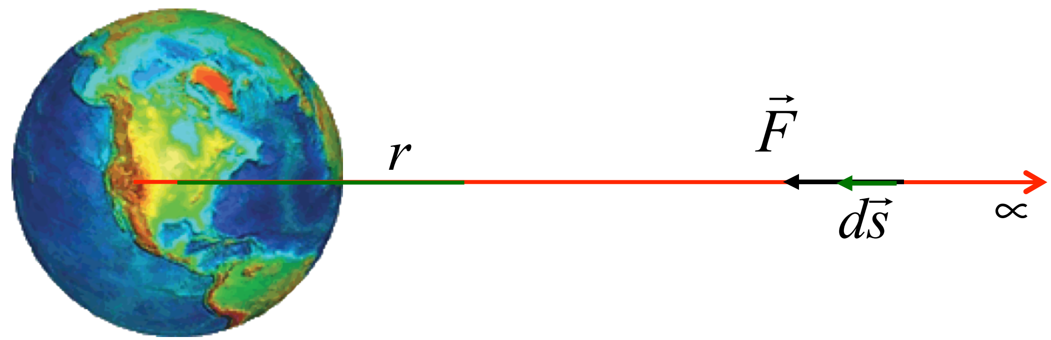
$$W_{atrito} = -f_{atrito} L < 0 \Rightarrow \Delta E_{mec} < 0$$

Como o trabalho *forças dissipativas* é sempre negativo, a energia mecânica do sistema sempre *diminui* na presença delas.

Energia Potencial Gravitacional

Força gravitacional:

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}$$



$$U(r) - U(r_0) = -\int_{r_0}^{r} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{r_0}^{r} F(r)\,dr \quad , \text{ pois } \; d\vec{r} = -dr\,\hat{r}$$

$$= \int_{r_0}^{r} \frac{GMm}{r^2}\,dr$$

Tomando a configuração de referência $U(r_0 \to \infty) = 0$:

$$U(\vec{r}) = \int_{\infty}^{r} \frac{GMm}{r^2}\,dr = -\frac{GMm}{r}$$

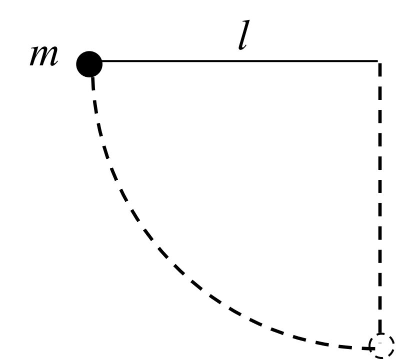
Exercício 01

Soltando-se a pequena esfera na posição indicada na figura:

a) qual será sua velocidade ao passar pelo ponto mais baixo da trajetória?

b) qual será a tração no fio nessa posição?;

c) determine o ângulo (medido em relação à vertical) para o qual o módulo da tração no fio é igual ao peso da bola.



a) $v = \sqrt{2gl}$

b) $T = 3mg$

c) $\cos\theta = \dfrac{1}{3}$

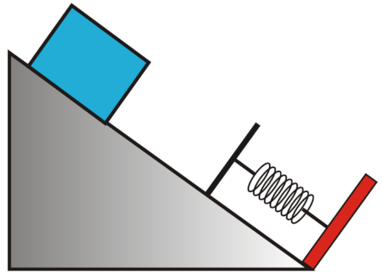
Exercício 02

Um bloco de massa m = 10 kg é solto, a partir do repouso, em um plano inclinado de 45° em relação ao plano horizontal, com coeficiente de atrito cinético μ_c = 0,5. Depois de percorrer uma distância d = 2m ao longo do plano inclinado, o bloco colide com uma mola de constante k = 800N/m, de massa desprezível, que se encontrava relaxada, de acordo com o esquema mostrado na figura abaixo.

a) qual é a compressão sofrida pela mola?

b) qual é a energia dissipada pelo atrito durante o trajeto do bloco desde o alto do plano até a compressão máxima da mola? Que fração representa da variação total de energia potencial durante o trajeto?

c) Se o coeficiente de atrito estático com o plano é de μ_e = 0,8, o bloco permanecerá em repouso após comprimir a mola?



a) $\Delta x \cong 0{,}47m$

b) $W_{atrito} = -87{,}2J$ $\quad W_{Peso} = -2W_{atrito} = 174{,}4J$

c) Será acelerado para cima da rampa com uma força inicial de F=267,5N

Exercício 03

Uma partícula move-se ao longo da direção x sob o efeito de uma força $F(x) = -kx + Kx^2$, onde k=200 N/m e K = 300N/m^2

–Calcule a energia potencial $U(x)$ da partícula, tomando $U(0)$= 0 , e faça um gráfico de $U(x)$ para –1,0 m< x < 1,5 m;

a)Ache as posições de equilíbrio da partícula e discuta sua estabilidade.

b)Para que domínio de valores de x e da energia total da partícula E a partícula pode ter um movimento oscilatório?

c)Discuta qualitativamente a natureza do movimento da partícula nas demais regiões do eixo dos x.

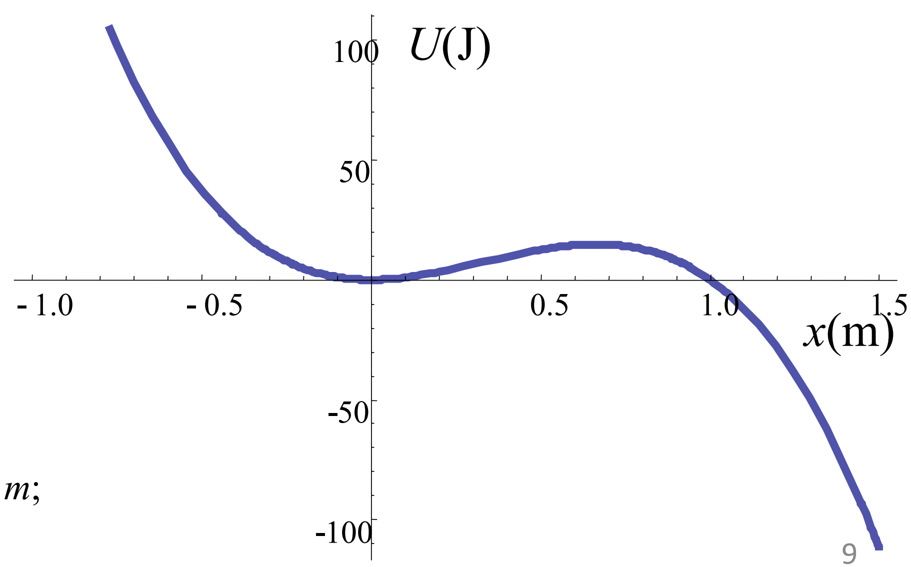
Respostas

a) $$U(x) = 100(x^2 - x^3)$$

b) $x = 0\ m$ - Equilibrio estável
$x = 2/3\ m$ – Equilíbrio instável

c) $-1/3\ m < x < 2/3\ m$ e
$0 < E_0 < 14.8$J

d) Para E > 14.8J, partícula tem apenas um ponto de retorno em $x < -1/3\ m$;
Para E<0; partícula tem um ponto de retorno em $x > 1\ m$;



Exercício 04

No modelo de Bohr do átomo de hidrogênio, o elétron segue uma órbita circular em torno do próton. No estado de energia mais baixo, o raio da órbita é $R = 0{,}529\times10^{-10}$ m. A força que o próton aplica no elétron é dada por:

$$F(r) = -\frac{ke^2}{r^2},$$

onde $e = 1{,}6\times10^{-19}$ C e $k = 9 \times 10^9$ Nm²/C².

a) Calcule o trabalho que a força elétrica realiza para trazer o elétron de uma distância muito grande ($r \rightarrow \infty$) até a posição $r = R$ e determine a energia potencial do elétron em $r = R$;

b) Calcule a energia cinética do elétron nesta órbita;

c) Qual é a energia de ligação do elétron?

Obs: Em Física Atômica mede-se usualmente a energia em elétron-volts (eV), onde 1eV = 1,6×10-19 J.

Respostas

a) $$W = \int_{\infty}^{R} \vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}})\cdot d\vec{\mathbf{r}} = \frac{ke^2}{R} = 27.2eV = -U$$

b) $$\mathbf{F} = m\mathbf{a}_{cp} \Rightarrow \frac{ke^2}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \therefore K = \frac{ke^2}{2R} = 13.6eV$$

c) Energia de ligação = energia para levar de r=R até r=infinito, $E_{ligação}$=13.6 eV

(poderia fazer por energia total, E=K+U)

Exercício 05

Uma bola de aço, inicialmente em repouso, cai num fluido viscoso a partir de uma altura *h*.

a) Calcule a razão da dissipação da sua energia mecânica depois de atingir o limite.

b) Quem está dissipando essa energia?

c) Em que está se transformando a energia perdida?

Assumindo a força de arraste na forma F = bv; para uma esfera, do capitulo 6, $b = 6\pi r\eta$

$$\frac{dE_M}{dt} = -\frac{m^2 g^2}{b}$$

Exercício 06 - Extra

No sistema da figura abaixo, onde as polias e os fios têm massa desprezível, m_1=1kg e m_2=2kg.

a) O sistema é solto com velocidade inicial nula quando as distâncias ao teto são l_1 e l_2. Usando conservação de energia, calcule as velocidades de m_1 e m_2 depois que m_2 desceu uma distância x_2.

b) Calcule a partir daí as acelerações a_1 e a_2 das duas massas e verifique estes resultados usando as leis de Newton.