F-128 – Física Geral I

Aula exploratória-09b

UNICAMP – IFGW
username@ifi.unicamp.br

F128 – 2o Semestre de 2012

Forças de interação

O resultado líquido da força de interação é fazer variar o momento linear das partículas. Pela 2ª lei de Newton:

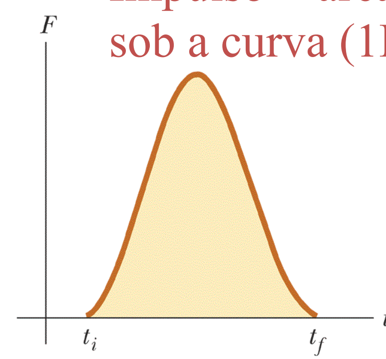
$$\int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\,dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\vec{p}}{dt}\,dt = \int_{\vec{p}_i}^{\vec{p}_f} d\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta\vec{p}$$

A integral temporal da força é chamada impulso da força:

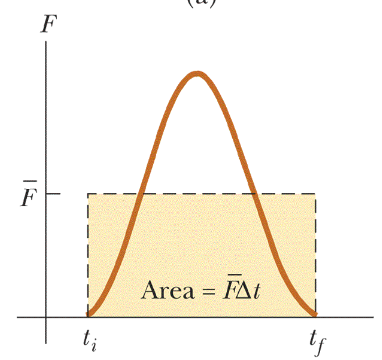
$$\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\,dt = \Delta\vec{p}$$

Ou seja, a variação do momento linear da partícula durante um intervalo de tempo é igual ao impulso da força que age sobre ela neste intervalo.

Impulso = área sob a curva (1D)



(a)



(b)

Como não conhecemos $F(t)$, recorremos à definição da força média durante o intervalo de tempo da colisão:

$$\int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\,dt = \langle \vec{F} \rangle \Delta t$$

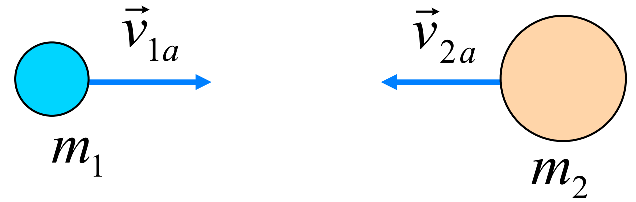
Então:

$$\Delta\vec{p} = \langle \vec{F} \rangle \Delta t \quad \text{ou} \quad \langle \vec{F} \rangle = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

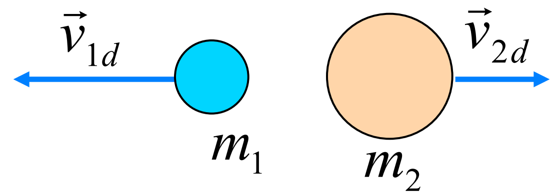
$$\langle F \rangle = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Colisões elásticas unidimensionais

Antes:



Depois:



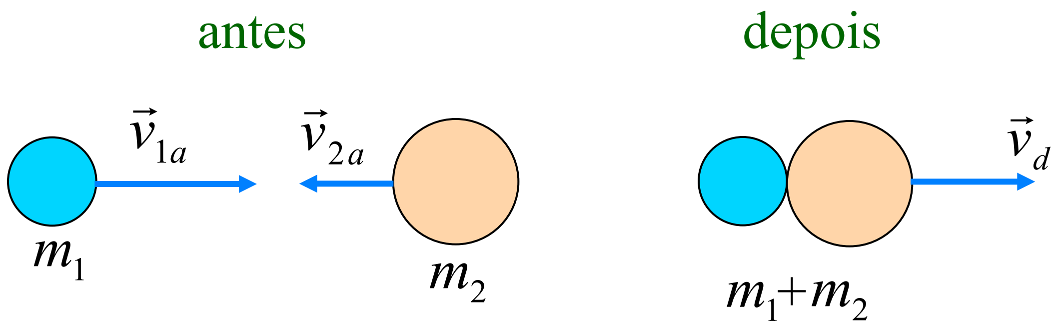
$$\begin{cases} p_{1a}+p_{2a}=p_{1d}+p_{2d} \\ \dfrac{p_{1a}^2}{2m_1}+\dfrac{p_{2a}^2}{2m_2}=\dfrac{p_{1d}^2}{2m_1}+\dfrac{p_{2d}^2}{2m_2} \end{cases}$$

(Conservação de momento linear)

(Conservação de energia cinética)

$$\boxed{\begin{aligned} v_{1d} &= \left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)v_{1a}+\left(\frac{2m_2}{m_1+m_2}\right)v_{2a} \\ v_{2d} &= \left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)v_{1a}-\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)v_{2a} \end{aligned}}$$

Colisões unidimensionais totalmente inelásticas



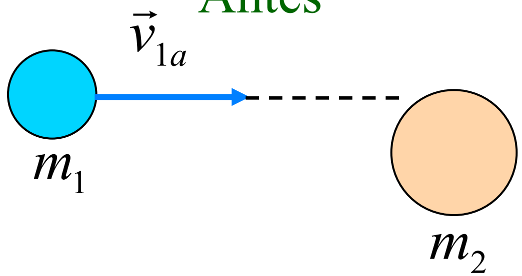
Neste tipo de colisão, a partícula incidente "gruda" na partícula alvo. Pode-se provar que essa situação representa a perda máxima de energia cinética numa colisão inelástica em uma dimensão.

$$m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a} = (m_1 + m_2) v_d \Rightarrow \quad v_d = \frac{m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a}}{m_1 + m_2} = v_{CM}$$

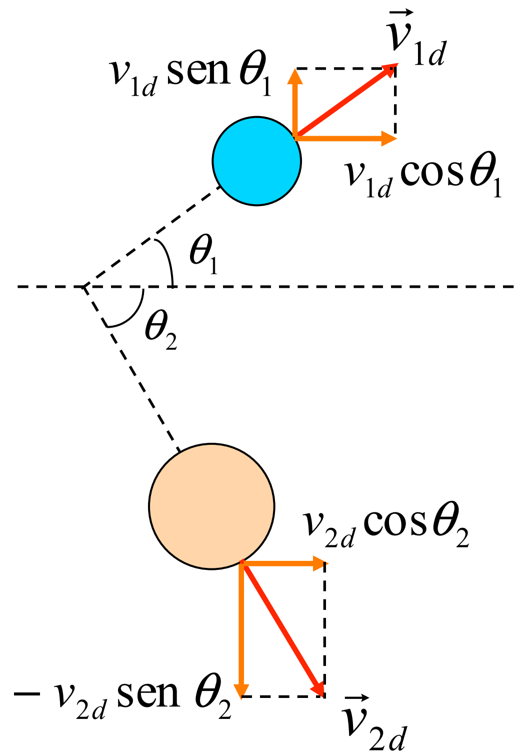
Como o centro de massa coincide com as duas partículas"grudadas", elas têm que se mover com a velocidade do centro de massa, que se mantém constante. A energia cinética final é a energia cinética associada ao movimento do CM.

Colisões elásticas bidimensionais

Antes



Depois

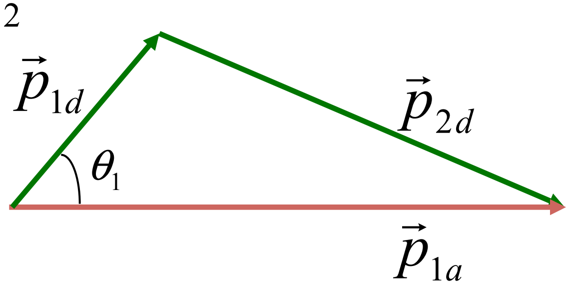


Conservação do momento linear:

$$\begin{cases} p_{1a} = p_{1d}\cos\theta_1 + p_{2d}\cos\theta_2 \\ 0 = p_{1d}\,\text{sen}\,\theta_1 - p_{2d}\,\text{sen}\,\theta_2 \end{cases}$$

Conservação da energia cinética:

$$\frac{p_{1a}^2}{2m_1} = \frac{p_{1d}^2}{2m_1} + \frac{p_{2d}^2}{2m_2}$$



triângulo dos momentos:

$$\vec{p}_{1a} = \vec{p}_{1d} + \vec{p}_{2d}$$

Exercício 01

Na figura abaixo o bloco 1 de massa m_1 desliza sem velocidade inicial ao longo de uma rampa sem atrito a partir de uma altura h = 1,25m e colide com o bloco 2 de massa $m_2 = 3/2\, m_1$, inicialmente em repouso. Após a colisão o bloco 2 desliza em uma região onde o coeficiente de atrito cinético é 0,5 e pára depois de percorrer uma distância d nesta região. Qual é o valor da distância d se a colisão é:

a) perfeitamente inelástica?

b) perfeitamente elástica?;

$$v_{1,a} = \sqrt{2gh}$$

a) Depois de colidir, elásticamente, o bloco 1 volta, sobe até uma altura $h_1 < h$, pára, e retorna chegando ao ponto da colisão com a mesma velocidade (em módulo), calculada ao lado. A aceleração na região com atrito para ambos os blocos vale: $a = gm_c$. Assim:

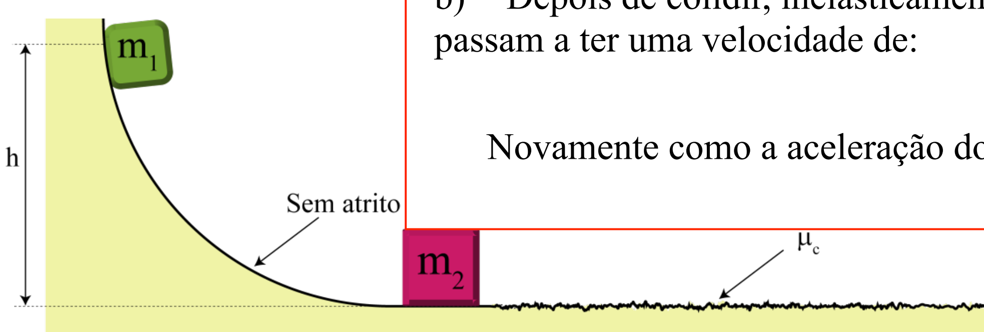
$$v_{1,d} = -\frac{1}{5} v_{1,a} \qquad v_{2,d} = \frac{4}{5} v_{1,a}$$

$$\Delta S_1 = \frac{v_{1,d}^2}{2a} = \frac{h}{25\mu g} \qquad \Delta S_2 = \frac{v_{2,d}^2}{2a} = \frac{16h}{25\mu g}$$

b) Depois de colidir, inelásticamente os dois blocos se juntam e passam a ter uma velocidade de:

$$v_{1+2,d} = \frac{2}{5} v_{1,a}$$

Novamente como a aceleração do conjunto é de $a = gm_c$, teremos: $\Delta S_{1+2} = \frac{v_{1+2,d}^2}{2a} = \frac{4h}{25\mu_c}$



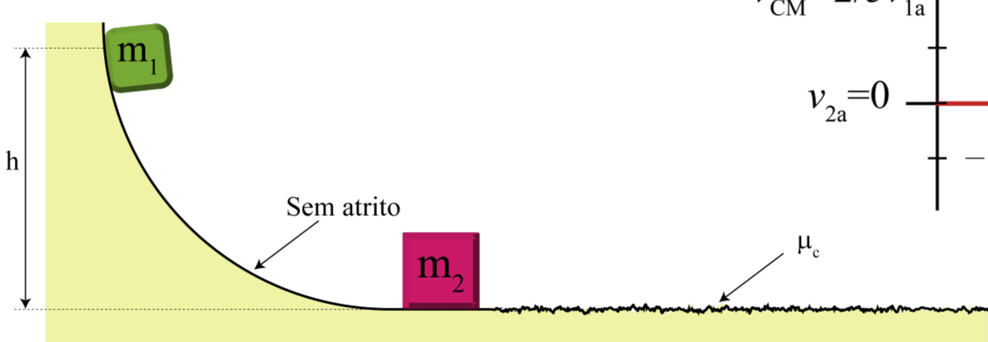
Exercício 01

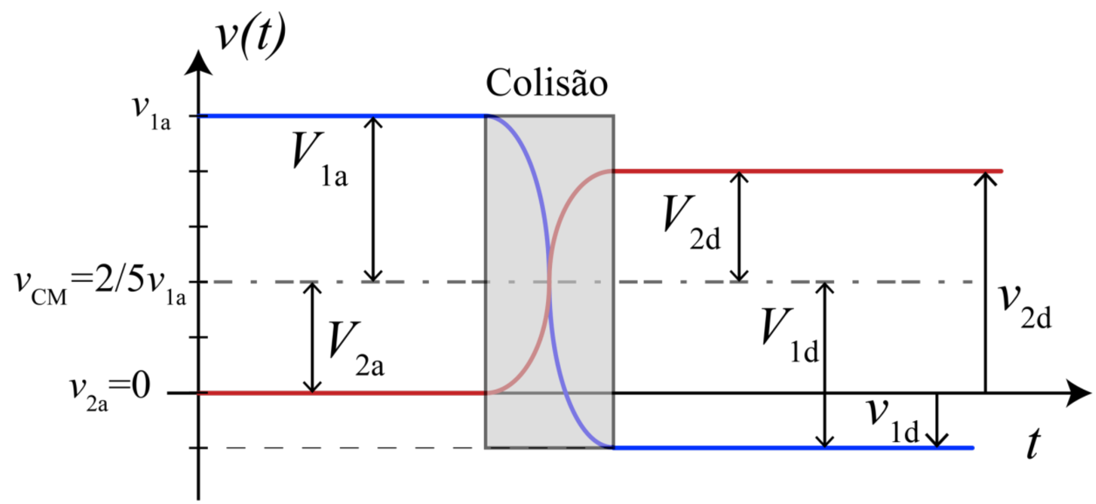
Na figura abaixo o bloco 1 de massa m_1 desliza sem velocidade inicial ao longo de uma rampa sem atrito a partir de uma altura h = 1,25m e colide com o bloco 2 de massa $m_2 = 3/2\ m_1$, inicialmente em repouso. Após a colisão o bloco 2 desliza em uma região onde o coeficiente de atrito cinético é 0,5 e pára depois de percorrer uma distância d nesta região. Qual é o valor da distância d se a colisão é:

a) perfeitamente inelástica?

b) perfeitamente elástica?;

$$v_{1,a} = \sqrt{2gh} \qquad v_{CM} = \frac{m_1 v_{1,a} + m_2 v_{2,a}}{m_1 + m_2} = \frac{2}{5} v_{1,a}$$





Exercício 02

Cubos de gelo pequenos, cada um de massa 5,00 g, deslizam para baixo em uma pista sem atrito em um fluxo constante, como mostrado na figura abaixo. Partindo do repouso, percorrem uma distância vertical total *h*=1,50 m, e deixam a extremidade inferior da pista formando um ângulo de 40° em relação à horizontal. No ponto mais alto de sua trajetória posterior, o cubo atinge uma parede vertical e retorna com metade da velocidade que tinha no momento do impacto. Se 10 cubos atingem a parede a cada segundo, qual a força média exercida sobre a parede?

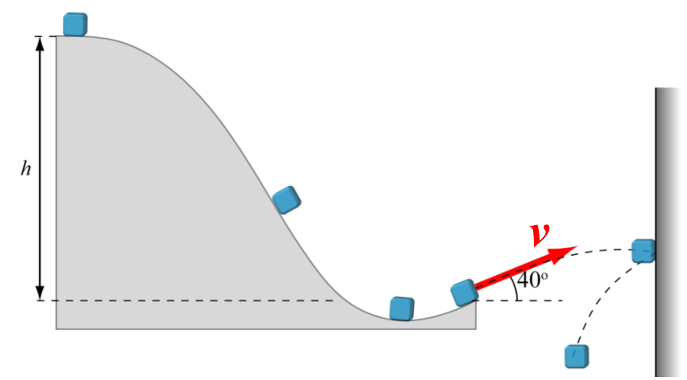
Por conservação de energia encontramos $v^2 = 2gh$, assim no ponto mais alto da trajetória (imediatamente antes do impacto) a componente horizontal (única existente) será:

$$v_x = v\cos\theta = \cos\theta\sqrt{2gh} = 4{,}2 m/s$$

Considerenando-se o impulso produzido por um cubo teremos:

$$F\Delta t = mv_{x,f} - mv_{x,i} = -3{,}15\times10^{-2} kg \times m/s$$

$$\langle F \rangle = \frac{J}{\Delta t} = \frac{n}{\Delta t} J = 0{,}315 N$$



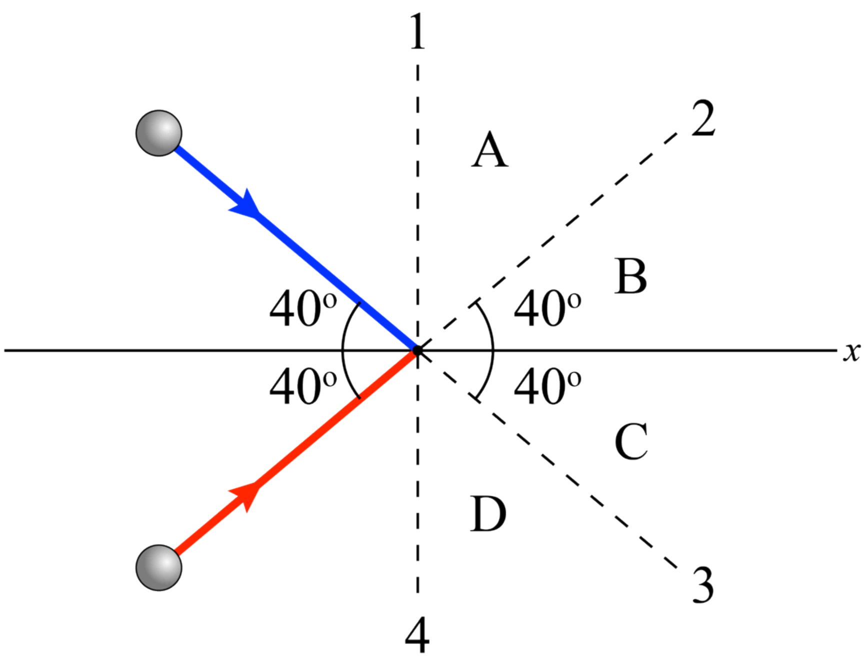
Exercício 03

A figura mostra a vista superior de duas partículas com mesma massa e mesma velocidade inicial de 4,0 m/s. Elas colidem no ponto de intersecção e suas trajetórias formam um ângulo θ = 40º com a horizontal. A região à direita da colisão está dividida em quatro partes, identificadas por letras, pelo eixo *x* e quatro retas tracejadas numeradas. Em que região ou ao longo de qual reta as partículas viajam se a colisão é:

(a) perfeitamente inelástica; (b) elástica e (c) inelástica ?

Quais são as velocidades escalares finais das partículas se a colisão é:

(d) perfeitamente inelástica e (e) elástica ?



a) Ao longo do eixo-*x*
b) Ao longo das retas 2 e 3 (veja que no referencial do CM há apenas uma reflexão)
c) Nos quadrantes B e C;
d) $v_f = 3{,}06$ m/s;
e) $\vec{v}_{1,f} = \vec{v}_{2,i}$

$\vec{v}_{2,f} = \vec{v}_{1,i}$

Exercício 04

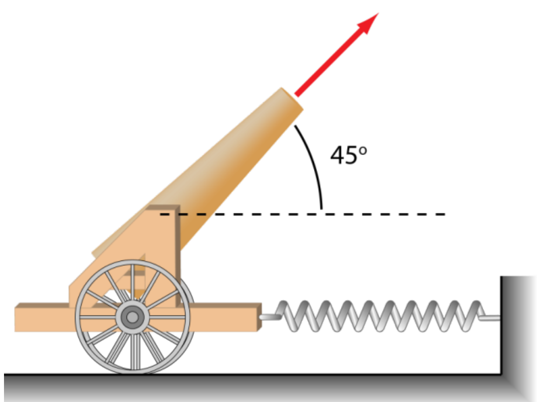
Um canhão é rigidamente fixado a uma base, que pode se mover ao longo de trilhos horizontais, mas é conectado a um poste por uma mola, inicialmente, não esticada e com constante elástica $k = 2{,}00 \times 10^4$ N/m, como na figura. O canhão dispara um projétil de massa $m = 200$ kg a uma velocidade $v_0 = 125$ m/s fazendo um ângulo de $\theta = 45°$ acima da horizontal.

a) Se a massa do (canhão+base) é de $M = 5\ 000$ kg, qual é a velocidade de recuo do canhão?;

b) Determine a extensão máxima da mola;

c) Encontre a força máxima que a mola exerce sobre a base;

d) Considere o sistema constituído pelo canhão, base, e projétil. O momento linear deste sistema é conservado durante o disparo? Por quê?



a) conservação de momento na horizontal:

$$p_{x,f} = p_{x,i} \qquad MV_x = mv_o \cos\theta \rightarrow V_x = -3.54\, m/s$$

b) conservação de energia:

$$\tfrac{1}{2} MV_x^2 = \tfrac{1}{2} k\Delta x^2 \rightarrow \Delta x = 1{,}77m$$

c) $F_{\max} = k\Delta x_{\max} \rightarrow F_{\max} = 3{,}54\times 10^4\, N$

d) Na direção ***x***, sim, há conservação de momento como usado no item **a**. No entanto, na direção ***y*** não há conservação de momento, pois a normal (força externa) atua sobre o conjunto canhão+base de forma a anular o impulso nesta direção.

Exercício 05 -Extra

Uma bola de sinuca, com velocidade de 10 m/s, colide com outra de massa igual, e sua trajetória sofre um desvio de 60º. Calcule as velocidades das duas bolas após a colisão.