F-128 – Física Geral I

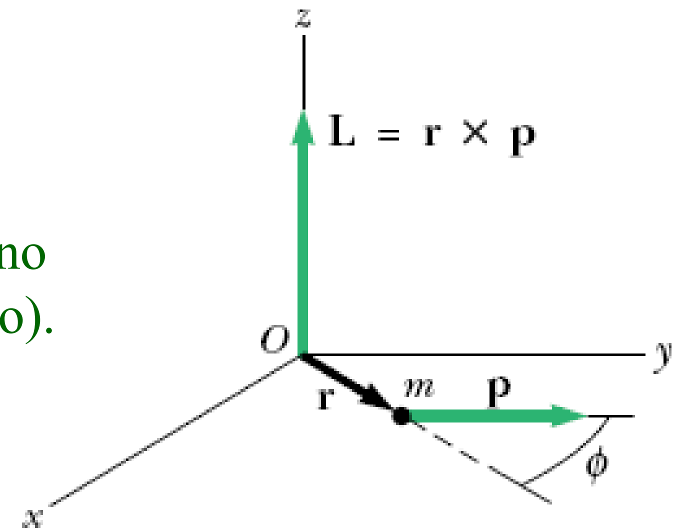
Aula exploratória-11B

UNICAMP – IFGW
username@ifi.unicamp.br

Momento Angular

O momento angular $\vec{\ell}$ de uma partícula de momento $\vec{p}$ em relação ao ponto O é:

$$\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p}$$



(Note que a partícula *não* precisa estar girando em torno de O para ter momento angular em relação a este ponto).

$$\frac{d}{dt}\vec{\ell} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{\tau}$$

Para um sistema de partículas, $\vec{\tau}_{ext} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

Para um corpo rígido em torno de um eixo fixo, $\vec{L} = I\vec{\omega}$

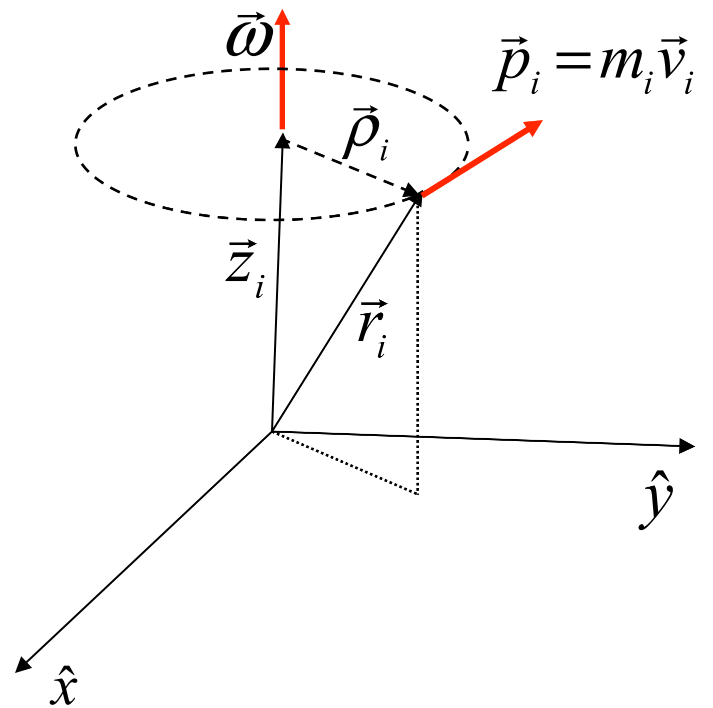
Rotação em torno de um eixo fixo

Como $\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i = m_i \vec{\omega} \times \vec{\rho}_i$,

temos: $\ell_i^{(z)} \hat{z} = \vec{\rho}_i \times \vec{p}_i = m_i \rho_i^2 \omega \hat{z}$

ou $\ell_i^{(z)} = m_i \rho_i^2 \omega$

$$\boxed{L^{(z)} = \sum_i \ell_i^{(z)} = \sum_i m_i \rho_i^2 \omega = I\omega}$$



Se $\vec{\tau}_{res} = \vec{0} \Rightarrow I_i \omega_i = I_f \omega_f$

Rotação vs. Translação

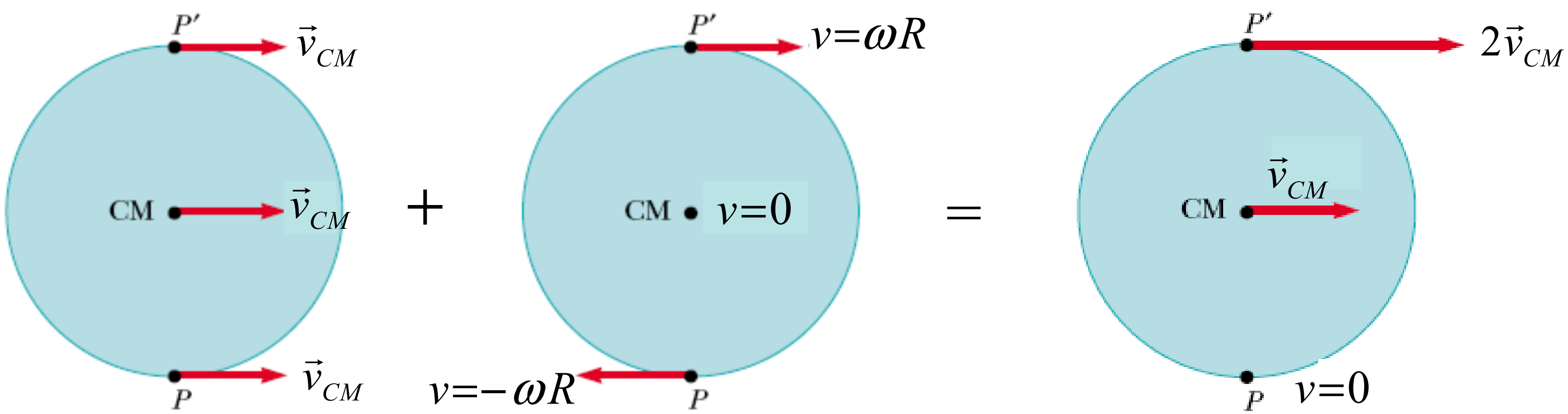
Tabela de analogias

	Rotação em torno de um eixo fixo	Movimento de translação
energia cinética	$K_R = \frac{1}{2} I \omega^2$	$K = \frac{1}{2} m v^2$
equilíbrio	$\sum \vec{\tau} = \vec{0}$	$\sum \vec{F} = \vec{0}$
2ª lei de Newton	$\sum \vec{\tau} = I \vec{\alpha}$	$\sum \vec{F} = m \vec{a}$
2ª lei de Newton	$\sum \vec{\tau}_{(ext)} = \frac{d\vec{L}}{dt}$	$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
momento	$L = I\omega$	$\vec{p} = m\vec{v}$
conservação	$\vec{L}_i = \vec{L}_f$	$\vec{p}_i = \vec{p}_f$
potência	$P = \tau\omega$	$P = Fv$

Rolamento (sem deslizamento)

Decomposição do rolamento em rotação + translação

Translação pura | Rotação pura | Translação + Rotação



$$\boxed{v = v_{CM} = R\omega}$$

$v = r\omega$ (acima do centro)

$v = -r\omega$ (abaixo do centro)

O ponto de contato está sempre em repouso.

Exercício 01

Uma partícula de massa $\boldsymbol{m}$ desce de uma altura $\boldsymbol{h}$ deslizando sobre uma superfície sem atrito e colide com uma haste vertical uniforme (de massa $\boldsymbol{M}$ e comprimento $\boldsymbol{l}$), ficando grudada nela, conforme a figura abaixo. A haste pode girar livremente em torno de um eixo horizontal que passa por $\boldsymbol{O}$.

a) qual é o momento angular da massa $\boldsymbol{m}$ em relação a $\boldsymbol{O}$ no instante em que ela atinge a haste?;

b) qual é a velocidade angular do conjunto (massa+haste) logo após a colisão?;

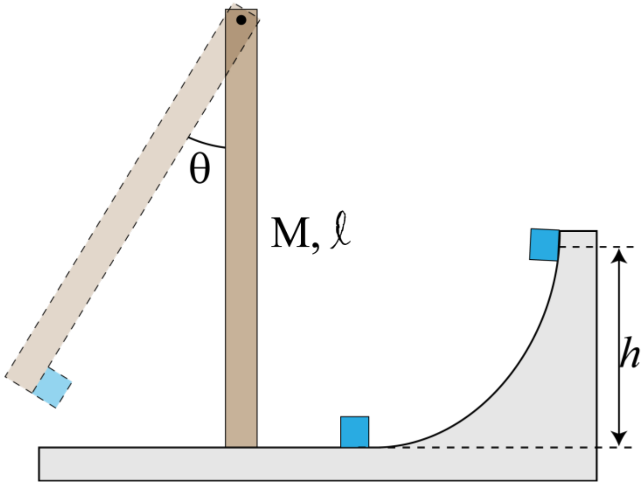
c) encontre a valor do ângulo θ para o qual a haste para momentaneamente.

Resp:

a) $L_{\mathrm{i}} = m(2gh)^{1/2}l$

b) $\omega = \dfrac{3m\sqrt{2gh}}{(M+3m)l}$

c) $\cos\theta = 1 - \dfrac{6m^2h}{(2m+M)(3m+M)l}$



Exercício 02

Uma pequena bola de gude sólida de massa ***m*** e raio ***r*** rola sem deslizar ao longo da pista com um *loop* no fim, de acordo com a figura abaixo, quando solta do repouso em algum ponto sobre a seção reta da pista.

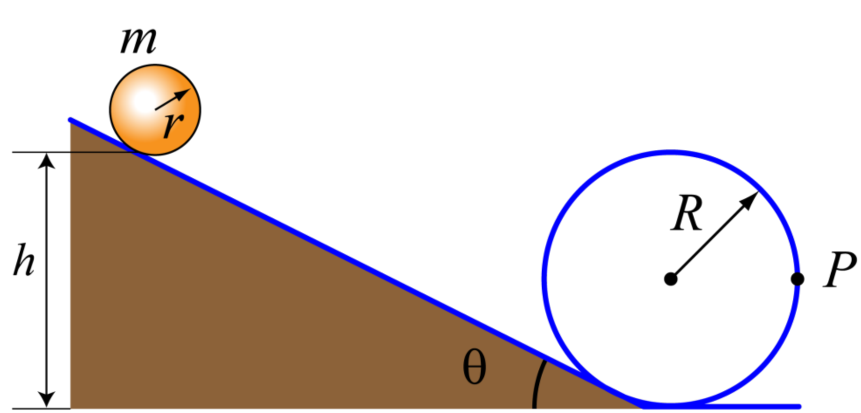
a) de que altura inicial ***h*** acima do ponto mais baixo da pista deve ser solta a bola de gude para que ela esteja na iminência de se separar da pista no ponto mais alto do *loop*? O raio do *loop* é ***R***; (suponha que **R** >> **r**)

b) se a bola de gude for solta de uma altura *6**R*** acima do ponto mais baixo da pista, qual será a componente horizontal da força que age sobre ela no ponto ***P***?

Resp:

a) $h = \frac{27}{10}R - r\left(\frac{17}{10} + \cos\,\theta\right) \cong 2{,}7\,R$

b) $F_h = \frac{10}{7}mg\left(\frac{5R + r\cos\theta}{R - r}\right) \cong \frac{50}{7}mg$



Exercício 03

Na figura, uma força horizontal constante $\boldsymbol{F}$ é aplicada a um cilindro maciço de raio $\boldsymbol{R}$ e massa $\boldsymbol{M}$ através de uma linha de pescar enrolada nele. Supondo que o cilindro rola sem escorregar em uma superfície horizontal, mostre que:

a) a aceleração do centro de massa do cilindro é $4\boldsymbol{F}/3\boldsymbol{M}$;

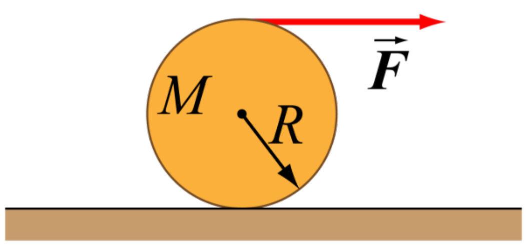
b) encontre a direção e o sentido da força de atrito e mostre que ela tem módulo igual a $\boldsymbol{F}/3$;

c) se o cilindro parte do repouso, qual é a velocidade de seu CM após ter rolado por uma distância $\boldsymbol{d}$?

Resp:

a) e b): escreva as equações de movimento do CM e da rotação

c) $v_{CM} = \sqrt{\dfrac{8Fd}{3M}}$



Exercício 04

Uma tacada horizontal, na altura do centro de massa, comunica a uma bola de bilhar de raio ***R*** e massa ***m*** uma velocidade inicial $\boldsymbol{v}_0$ (velocidade de translação do CM). Determine:

a) o tempo decorrido entre a tacada e o instante em que a fase inicial de deslizamento cessa, e a bola passa a rolar sem deslizar;

b) a velocidade angular da bola neste instante;

c) o espaço percorrido durante a fase inicial de rolamento com deslizamento;

d) a velocidade linear da bola no instante em que começa o rolamento suave.

Suponha que o coeficiente de atrito entre a bola e a mesa é μ.

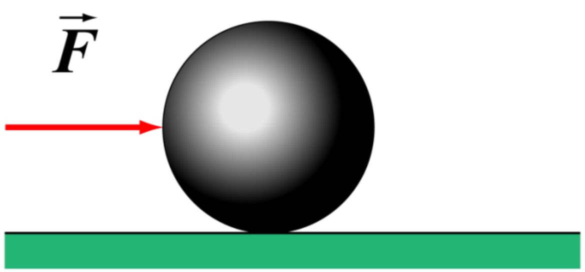
Resp:

a) $t = 2v_0/7\mu g$

b) $\omega = 5v_0/7R$

c) $x = \dfrac{12v_0^2}{49\mu g}$

d) $v = 5v_0/7$



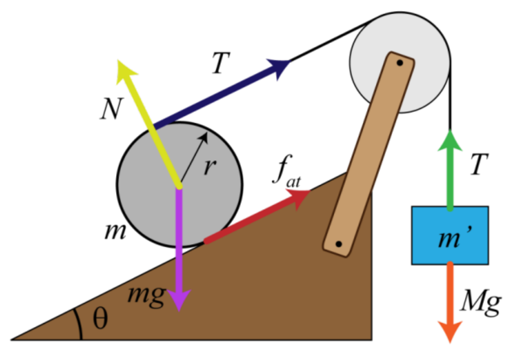
Exercício 05

Uma fita leve está enrolada em volta de um disco circular de massa ***m*** e raio ***r***, que rola sem deslizar sobre um plano inclinado áspero de inclinação θ. A fita passa por uma roldana fixa de massa desprezível e está presa a um bloco suspenso de massa ***m'***, como mostra a figura. Calcule:

a) a aceleração ***a*** da massa ***m'***;

b) a tração ***T*** na fita.

c) Discuta o movimento do disco em função de ***m***, ***m'*** e θ .



Resp:

a) $a = \dfrac{8m' - 4m\,\mathrm{sen}\,\theta}{3m + 8m'}\, g$

b) $T = m'(g - a)$

c) se $m' > \dfrac{m}{2}\,\mathrm{sen}\,\theta \Rightarrow$ o disco sobe o plano, etc

Exercício 06

Uma esfera de massa $\boldsymbol{m}_1$ e um bloco de massa $\boldsymbol{m}_2$ são ligados por um fio de massa desprezível que passa por uma polia, conforme figura. O raio da polia é $\boldsymbol{R}$ e o momento de inércia em relação a seu eixo é $\boldsymbol{I}$. O bloco desliza sobre uma superfície horizontal sem atrito.

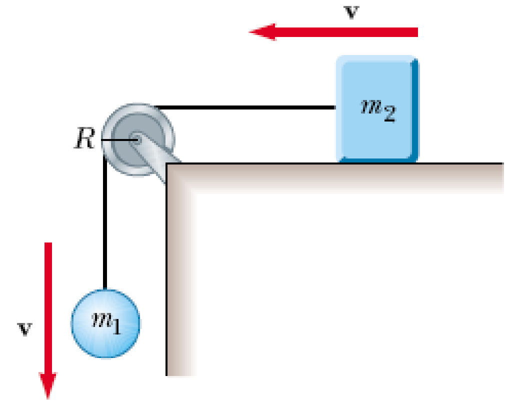
a) calcule a aceleração linear dos dois objetos, utilizando os conceitos de momento angular e torque;

b) quando a esfera tiver descido uma altura $\boldsymbol{h}$ a partir do repouso, qual é a energia cinética da polia?

Resp:

a) $$a = \frac{m_1 g}{(m_1 + m_2) + \frac{I}{R^2}}$$

b) $$K_{rot} = m_1 g h \left(1 - \frac{(m_1 + m_2)}{(m_1 + m_2) + \frac{I}{R^2}} \right)$$



Exercício 7a

Um cilindro de massa ***M*** e raio ***R*** desce rolando ao longo de um plano inclinado de um ângulo θ em relação à horizontal. Determine a velocidade do cilindro ao atingir a base do plano utilizando:

a) a 2.ª lei de Newton (para o CM e para o eixo instantâneo) ;

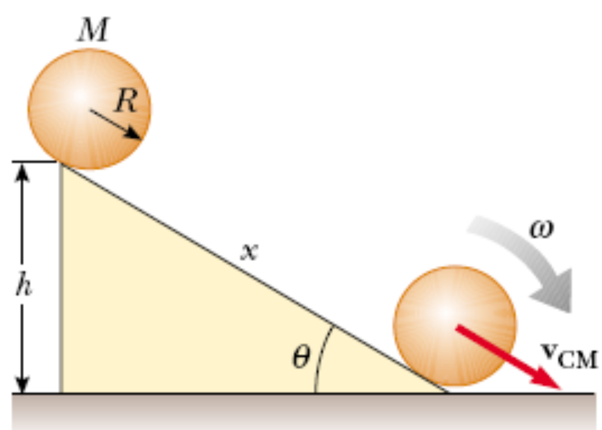
b) considerações sobre energia (idem);

c) calcule a força de atrito que age sobre o cilindro.

Resp:

a) e b) $v = \sqrt{\frac{4}{3} gh}$

c) $f = \frac{1}{3} mg \operatorname{sen}\theta$ (para cima)



Exercício 7b

Uma esfera de massa ***M*** e raio ***R*** desce rolando ao longo de um plano inclinado de um ângulo θ em relação à horizontal. Determine a velocidade da esfera ao atingir a base do plano utilizando:

a) a 2.ª lei de Newton (para o CM e para o eixo instantâneo) ;

b) considerações sobre energia (idem);

c) calcule a força de atrito que age sobre o cilindro.

Resp:

a) e b) $v = \sqrt{\frac{10}{7} gh}$

c) $f_a = \frac{2}{7} mg \operatorname{sen}\theta$ (para cima)