F-328 – Física Geral III

Aula exploratória-03

UNICAMP – IFGW

username@ifi.unicamp.br

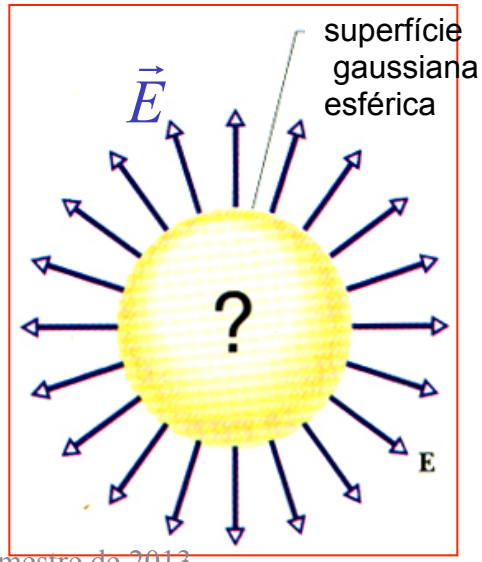
F328 – 2o Semestre de 2013

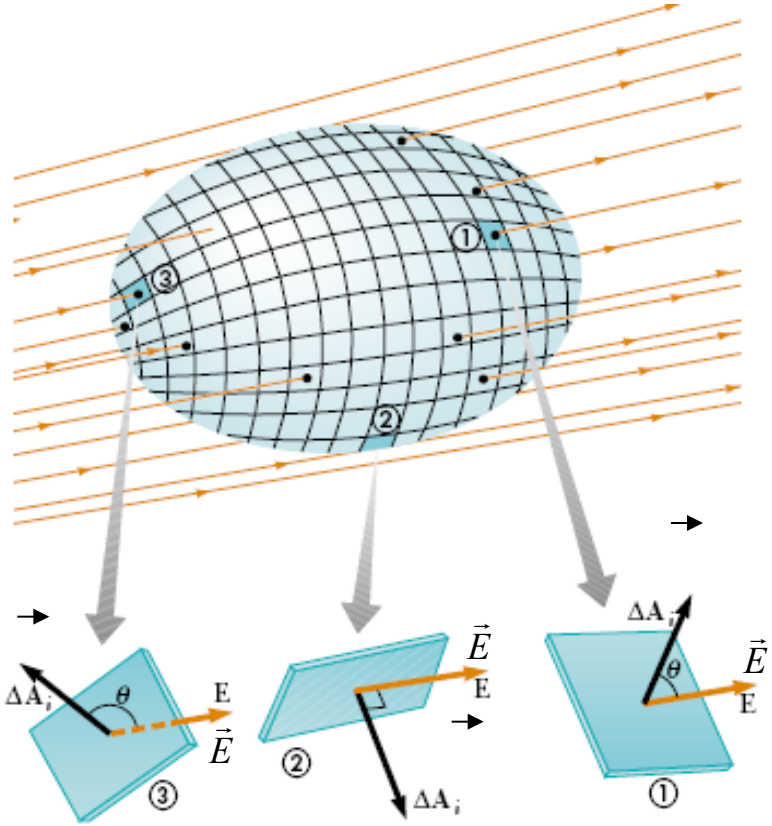
Fluxo de um campo vetorial

O fluxo do campo elétrico

Qual é o fluxo do campo elétrico de uma dada distribuição de cargas através de uma superfície *fechada*?

$$\phi = \oint_S \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n}\, dA$$





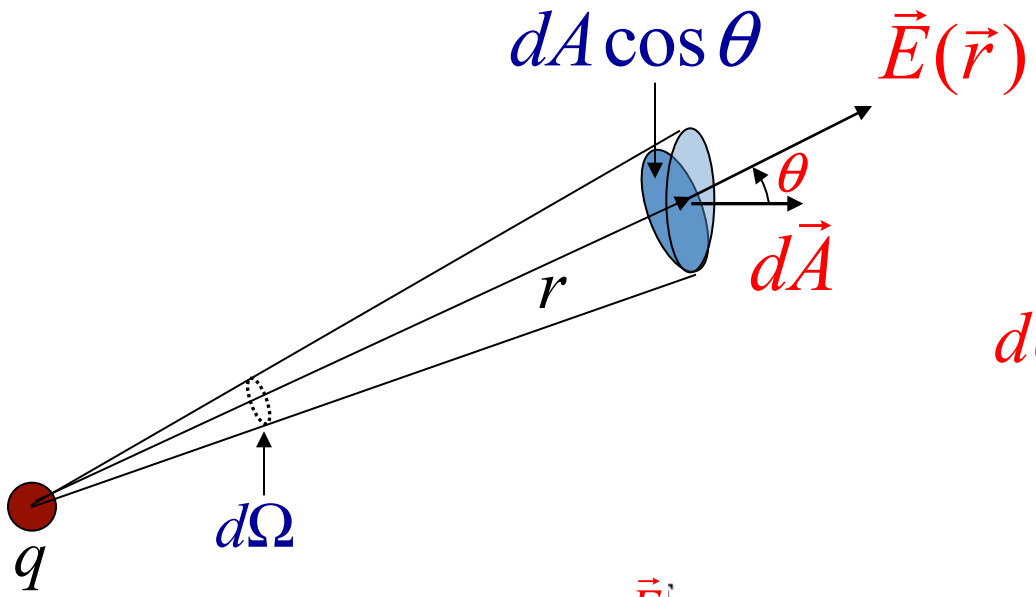
$$d\phi = \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n}\, dA < 0$$

$$d\phi = \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n}\, dA = 0$$

$$d\phi = \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n}\, dA > 0$$

Fluxo de um campo vetorial

Ângulo sólido e lei de Gauss



$$d\Omega = \frac{dA\cos\theta}{r^2}$$

$$dA\cos\theta = r^2 d\Omega$$

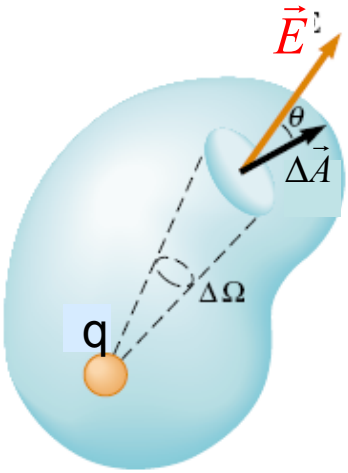
$$d\phi = \vec{E}(\vec{r})\cdot\hat{n}dA = E(\vec{r})\,dA\cos\theta$$

$$\Downarrow$$

$$d\phi = E(\vec{r})\,r^2 d\Omega$$

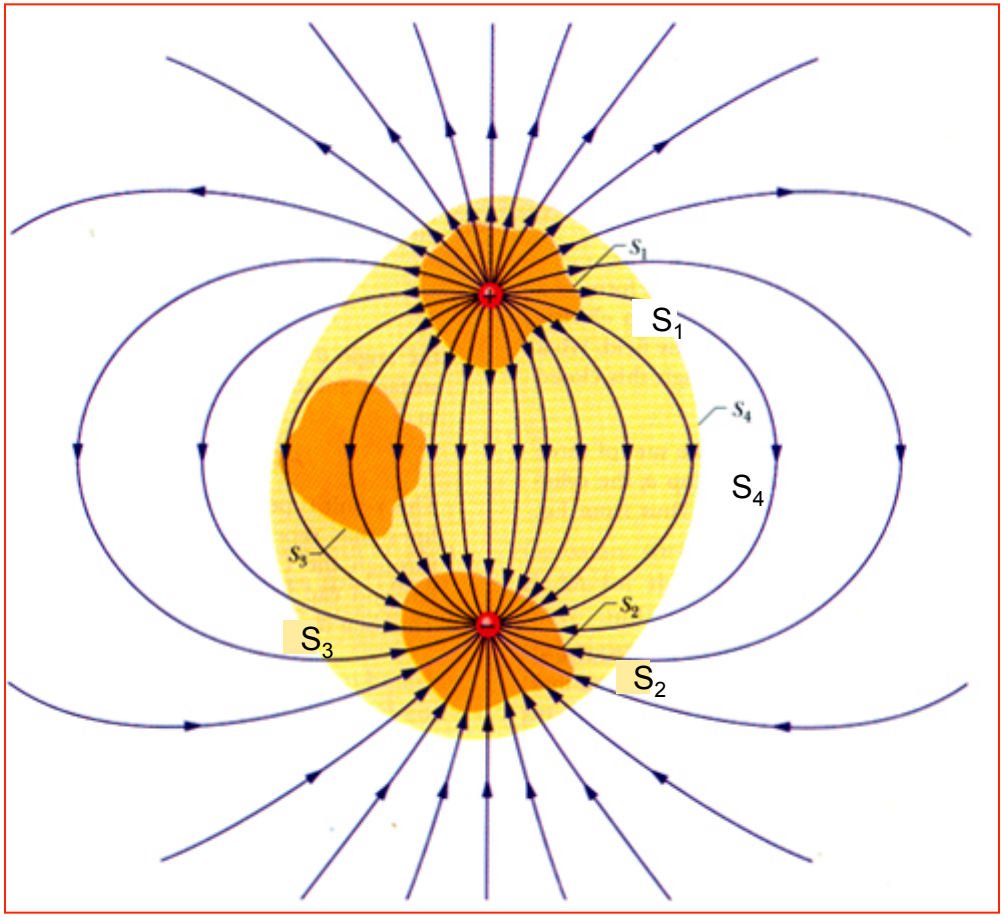
$$\Downarrow$$

$$\phi = \int d\phi = \int_0^{4\pi} \frac{q r^2 d\Omega}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

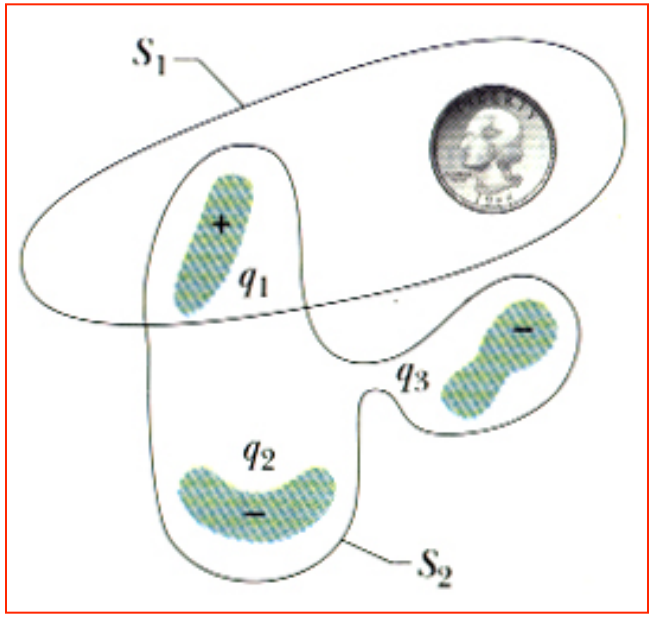


A Lei de Gauss

Esta lei relaciona os valores do campo elétrico em pontos de uma superfície (*gaussiana*) com a *carga total dentro* da superfície:



$$\phi = \oint_S \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n} dA = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

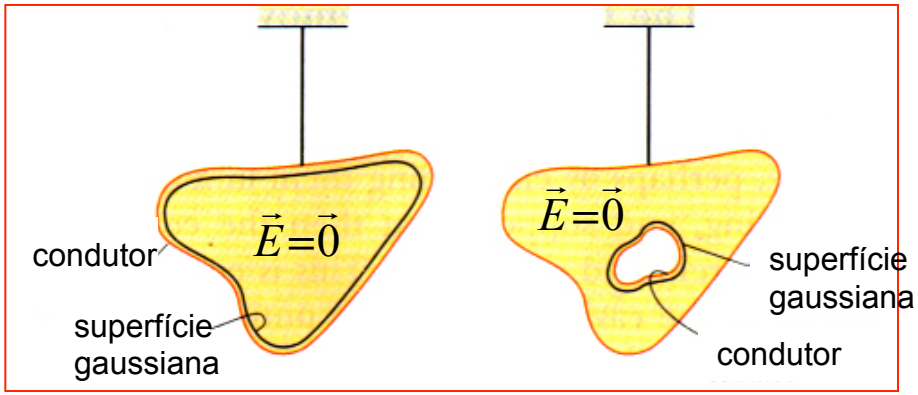


Cálculo de campo elétrico: Condutores

O campo elétrico no interior de um condutor *em equilíbrio eletrostático* é sempre nulo. Assim sendo, a lei de Gauss nos permite demonstrar que todo o excesso de carga no condutor deverá migrar para a sua superfície.

$$\phi = \oint_S \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n} dA = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

$$\phi = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = 0$$



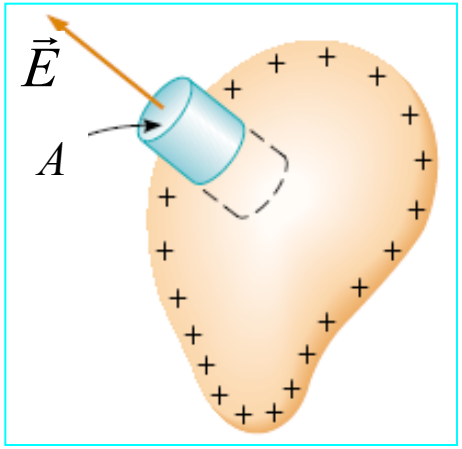
No caso de haver uma cavidade no condutor, a lei de Gauss nos diz que o excesso de carga se situa na superfície *externa* do condutor.

Cálculo do campo elétrico

Campo nas proximidades de um condutor

No interior do condutor o campo elétrico é nulo.

$$\phi = \oint_S \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n} dA = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_0 E A = \sigma A$$



$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \hat{n}}$$

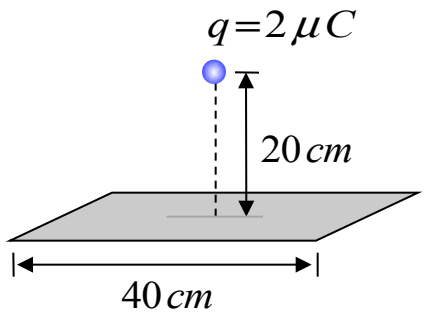
O campo deve ser sempre perpendicular à superfície do condutor carregado, em equilíbrio eletrostático. Por quê?

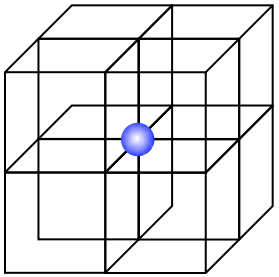
Exercício 01

Uma carga de 2μC dista 20 cm do centro de um quadrado de 40 cm de lado.

a) determine o fluxo do campo elétrico da carga através do quadrado.

b) qual seria o fluxo do campo elétrico desta carga, através de um cubo de aresta igual a 40 cm, se ela estivesse em um de seus vértices?





a) $\varphi_{quad} = \dfrac{\varphi_{cubo}}{6} = 3{,}8\times10^{4}\,\mathrm{N\,m^2/C}$

b) Empilhando 8 cubos como na figura da direita, ficamos com uma superfície gaussiana S tal que:

$$\varphi_{cubo} = \frac{\varphi_S}{8} = 2{,}8\times10^{4}\,\mathrm{N\,m^2/C}$$

Exercício 02

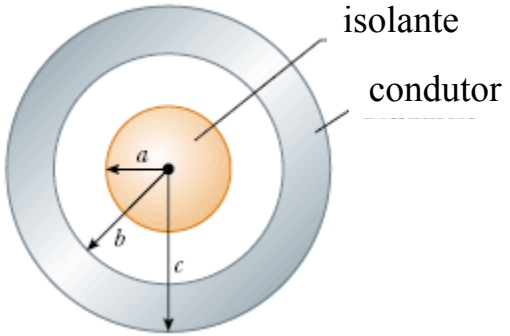
Para a configuração da figura abaixo, temos a =5,0 cm, b=20 cm e c =25 cm. Suponhamos agora que o campo elétrico em um ponto a 10 cm do centro da esfera isolante seja $3{,}6\times10^3$ N/C e aponte radialmente para dentro, e que o campo elétrico em um ponto a 50 cm do centro seja $3{,}6\times10^2$ N/C, apontando radialmente para fora. A partir destas informações e baseando-se na Lei de Gauss, calcule:

a) A carga da esfera isolante;

b) A carga resultante na camada esférica condutora;

c) As densidades de carga nas superfícies interna e externa da camada condutora;

(use $k=1/4\pi\varepsilon_0=9{,}0\times10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}$)



a) $q_{esf}=-4{,}0$ nC

b) q_{tot}=14 nC

c) q_{int}= 4,0 nC ; q_{ext} = 10 nC

Exercício 03

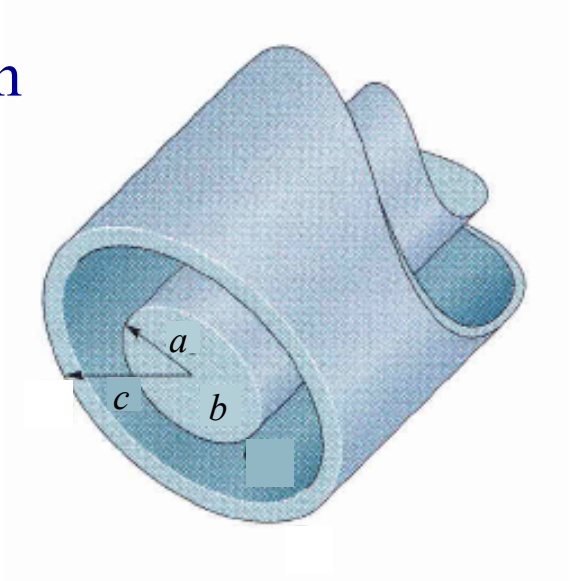
O cilindro interno da figura, de comprimento muito longo L, é feito de um material não condutor com uma distribuição de carga volumétrica dada por $\rho(r)=C/r$, onde C=50 nC/m^2. A camada cilíndrica externa é condutora.

a) determine a carga por unidade de comprimento (λ) do cilindro interno;

b) calcule o campo elétrico para todos os valores de r;

c) Esboce o gráfico de $E(r)$ versus r.

Dados: a =1,0 cm, b = 2,0 cm, c = 2,5 cm



Exercício 04

No interior de uma esfera condutora neutra de raio R existem duas cavidades esféricas de raios a e b, em cujos centros estão localizadas as cargas puntiformes q_a e q_b. Determine:

a) as densidades superficiais de carga σ_a, σ_b, σ_R;

b) o campo elétrico $E_{\text{ext}}(r)$ na região externa à esfera;

c) os campos elétricos $E_a(r)$ e $E_b(r)$ dentro de cada cavidade;

d) as forças que agem sobre q_a e q_b;

e) quais dessas respostas mudariam se uma terceira carga fosse colocada fora da esfera condutora?

a) $\sigma_a = -\dfrac{q_a}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$; $\sigma_b = -\dfrac{q_b}{4\pi\varepsilon_0 b^2}$; $\sigma_R = \dfrac{q_a + q_b}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$

b) $\vec{E}_{ext} = \dfrac{q_a + q_b}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{r}$

c) $\vec{E}_a = \dfrac{q_a}{4\pi\varepsilon_0 r_a^{\,2}}\,\hat{r}_a$; $\vec{E}_b = \dfrac{q_b}{4\pi\varepsilon_0 r_b^{\,2}}\,\hat{r}_b$

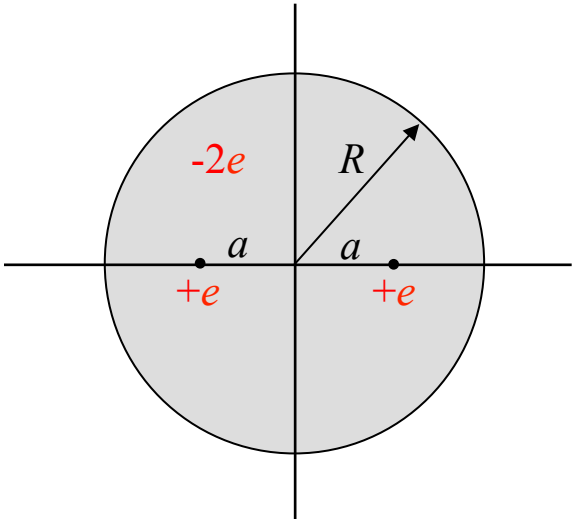
d) $F = 0$ (uma carga não sente a presença da outra)

e) E_{ext} e σ_R (a carga externa pode induzir cargas na superfície da esfera)

Exercício 05

Considere um simples, porém surpreendente e preciso modelo para a molécula de hidrogênio: duas cargas puntiformes positivas, cada uma com carga $+e$, colocadas no interior de uma esfera de raio R, que tem uma carga $-2e$ uniformemente distribuída. As duas cargas puntiformes são posicionadas simetricamente. Determine a distância ao centro, a, onde a força resultante em ambas as cargas seja nula.

$$F_C = \frac{ke^2}{(2a)^2}$$

$$F_E = eE \quad \Rightarrow \quad E = \frac{ea}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$$

Impondo $F_C = F_E$, acha-se $a = R/2$