

Integração

$$F(x) = \int f(x) dx \Leftrightarrow \frac{dF}{dx} = f(x); \quad \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Algumas Integrais importantes em F-328:

$$1. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \quad (n \neq -1)$$

$$2. \int \frac{dx}{x^n} = \int x^{-n} dx, \quad (n \neq 1)$$

$$3. \int \frac{dx}{x} = \ln|x|$$

$$4. \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \int \cos \theta d\theta = \frac{1}{a^2} \sin \theta; \quad \textbf{Faz-se} \quad x = a \operatorname{tg}(\theta) \therefore dx = a \sec^2(\theta) d\theta;$$

$x^2 + a^2 = a^2 \sec^2(\theta)$; (esta integral aparece no cálculo de campos gerados por fios ou por segmentos de fios retilíneos).

$$5. \int \frac{xdx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{2} \int \frac{du}{u^{3/2}} = \frac{1}{2} \int u^{-3/2} du = \frac{-1}{\sqrt{x^2 + a^2}}; \quad \textbf{(Faz-se} \quad u = x^2 + a^2 \therefore xdx = \frac{du}{2} \textbf{)}.$$

$$6. \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{1/2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$$

$$7. \int \sin^2(\theta) d\theta = \frac{\theta}{2} - \frac{\sin(2\theta)}{4}$$

$$8. \int \cos^2(\theta) d\theta = \frac{\theta}{2} + \frac{\sin(2\theta)}{4}$$

Solução curiosa para (7) e (8) simultaneamente:

Sejam:

$$A = \int \sin^2 \theta d\theta$$

$$B = \int \cos^2 \theta d\theta$$

$$\text{Então:} \quad A + B = \int d\theta = \theta;$$

$$B - A = \int \cos(2\theta) d\theta = \frac{1}{2} \sin(2\theta)$$

Resolvendo-se este sistema para A e B , acham-se os resultados de 7. e 8. acima.