Aula-09
Campos Magnéticos Produzidos por Correntes

Curso de Física Geral F-328

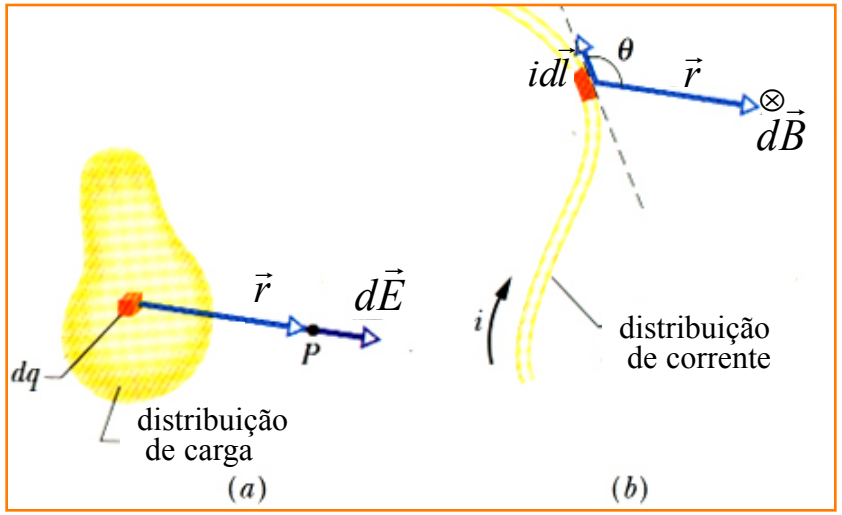
2º semestre, 2013

IFGW
Instituto de Física Gleb Wataghin

Lei de Biot - Savart

Assim como o campo elétrico $d\vec{E}$ produzido por cargas é:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^3}\vec{r},$$



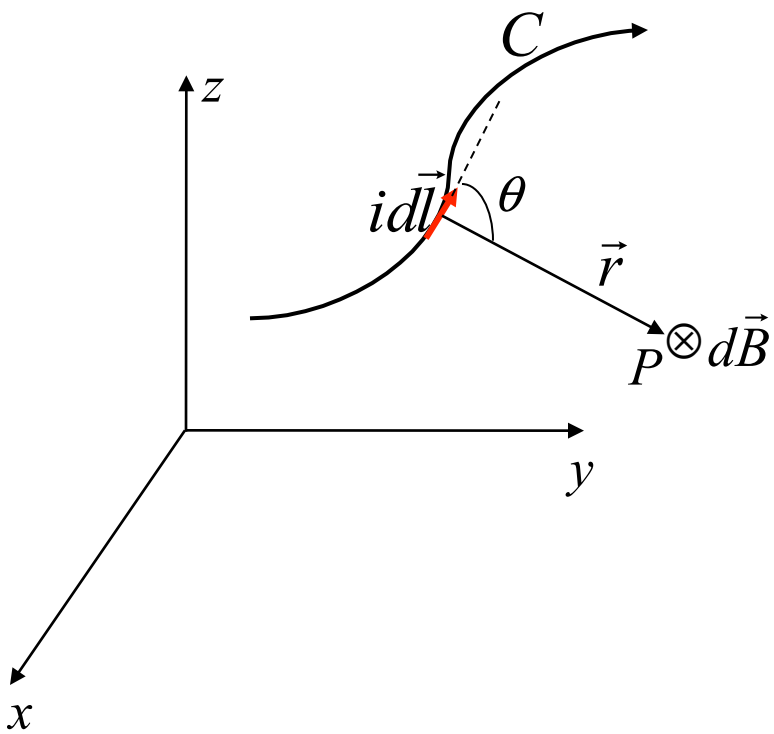
de maneira análoga, o campo magnético $d\vec{B}$ produzido por cargas em movimento (correntes) é:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2},$$

onde $d\vec{l}$ é um elemento de comprimento sobre a linha de corrente, $\vec{r}$ é um vetor que vai de $i d\vec{l}$ até o ponto P e

$$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\frac{\mathrm{T\cdot m}}{\mathrm{A}} \approx 1{,}26\times10^{-6}\,\frac{\mathrm{T\cdot m}}{\mathrm{A}}$$ é a *permeabilidade do vácuo*.

Campo $\vec{B}$ num ponto P qualquer



$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{i d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B} = \int_C \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

(Lei de Biot-Savart)

Campo magnético de um fio retilíneo longo com corrente i

Neste caso, a lei de Biot-Savart $d\vec{B}=\dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{i d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$ se reduz a:

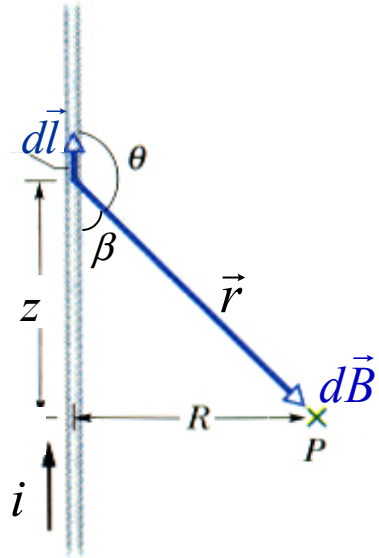
$$dB=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{i\,dz\,\text{sen}\,\theta}{r^2}=\frac{\mu_o i}{4\pi}\frac{dz\,\text{sen}\,\beta}{r^2}$$

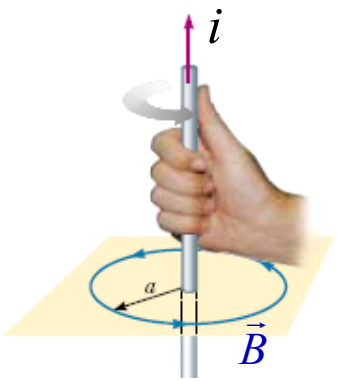
$(\beta=\pi-\theta \therefore \text{sen}\,\theta=\text{sen}\,\beta)$

Mas: $\begin{cases} \text{cotg}\,\beta=\dfrac{z}{R} \rightarrow dz=-R\,\text{cosec}^2\beta\,d\beta \\ \text{sen}\,\beta=\dfrac{R}{r} \Rightarrow r^2=R^2\text{cosec}^2\beta \end{cases}$

Integrando-se:

$$B=\frac{-\mu_0 i}{2\pi R}\int_{\frac{\pi}{2}}^{0}\text{sen}\,\beta\,d\beta=\frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$



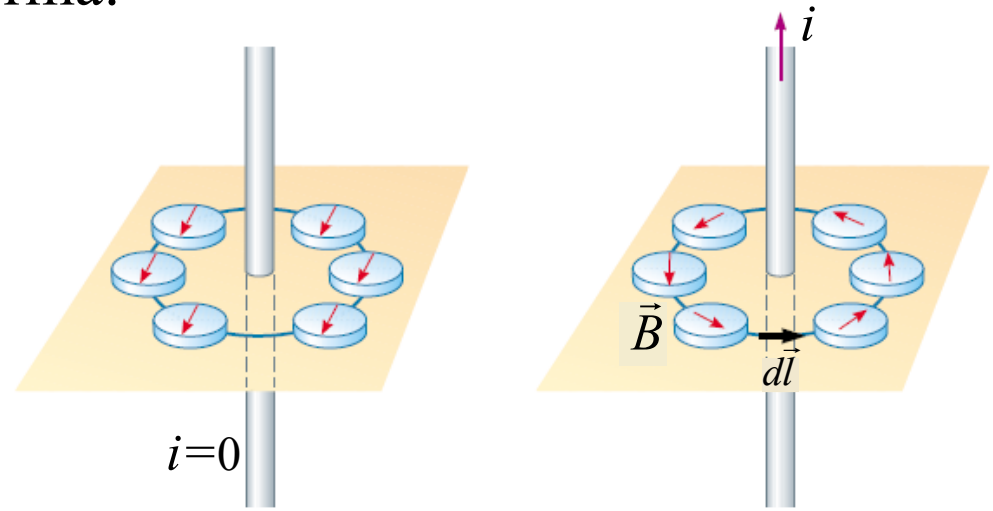


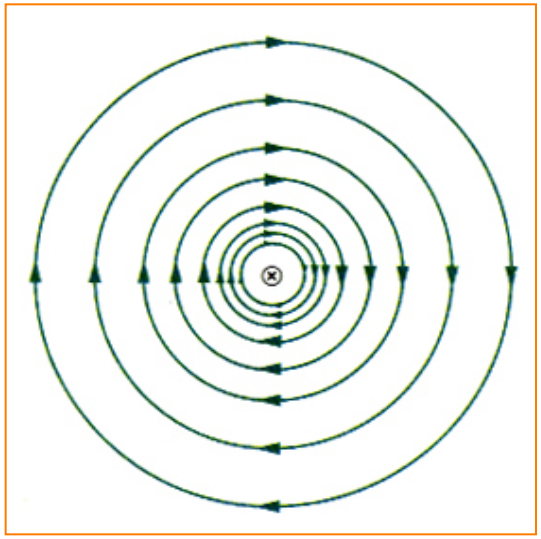
Sentido do campo $\vec{B}$: dado *pela regra da mão direita ou regra do saca-rolhas* (ver figura)

$B=\dfrac{\mu_0 i}{4\pi R}$ (fio semi-infinito)

Campo magnético de um fio infinito

As *linhas de campo magnético* são linhas a partir das quais pode-se visualizar a configuração do campo magnético de uma dada distribuição de correntes no espaço. Como vimos, no entorno de um fio longo transportando uma corrente, elas são da forma:





corrente "entrando" no papel

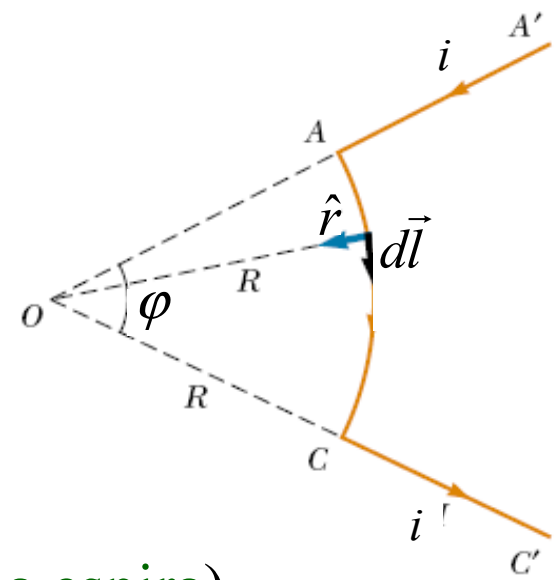
➡ Observe que as linhas de $\vec{B}$ são fechadas.

$\vec{B}$ de uma corrente em um arco circular

- Calcular o campo magnético no ponto O.
- Para os segmentos AA' e CC' da figura, o produto $d\vec{l}\times\vec{r}$ é nulo (vetores paralelos e antiparalelos)
- No arco AC, $d\vec{l}$ e $\vec{r}$ são perpendiculares.

Neste caso:

$$B=\frac{\mu_0 i\varphi}{4\pi R},$$



onde φ é o ângulo central subentendido pelo arco. Se $\varphi=2\pi$:

$$B=\frac{\mu_0 i}{2R}$$ (campo no centro de uma espira)

Força entre dois fios condutores paralelos

A corrente do fio *a* gera um campo $\vec{B}_a$ na posição do fio *b*:

$$\vec{B}_a = \int_a \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_a d\vec{l}_a \times \hat{r}}{r^2} \quad \Rightarrow \quad \vec{B}_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}\,\hat{e}_\varphi$$

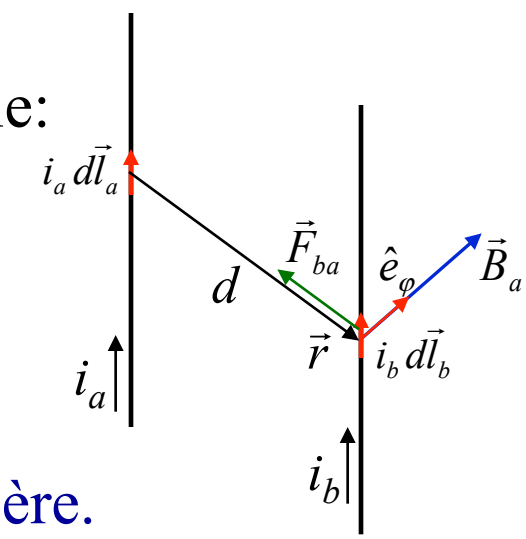
O fio *b*, na presença de $\vec{B}_a$, fica sujeito a uma uma força dada por:

$$d\vec{F}_{ba} = i_b d\vec{l}_b \times \vec{B}_a = \frac{\mu_0 i_a i_b}{2\pi d} d\vec{l}_b \times \hat{e}_\varphi = \frac{\mu_0 i_a i_b}{2\pi d} dl_b\,(-\hat{r})$$ (de atração, neste caso)

A força sobre um comprimento L_b do fio *b* vale:

$$\vec{F}_{ba} = \frac{\mu_0 i_a i_b L_b}{2\pi d}\,(-\hat{r}) \quad \text{ou} \quad \frac{F_{ba}}{L_b} = \frac{\mu_0 i_a i_b}{2\pi d}$$

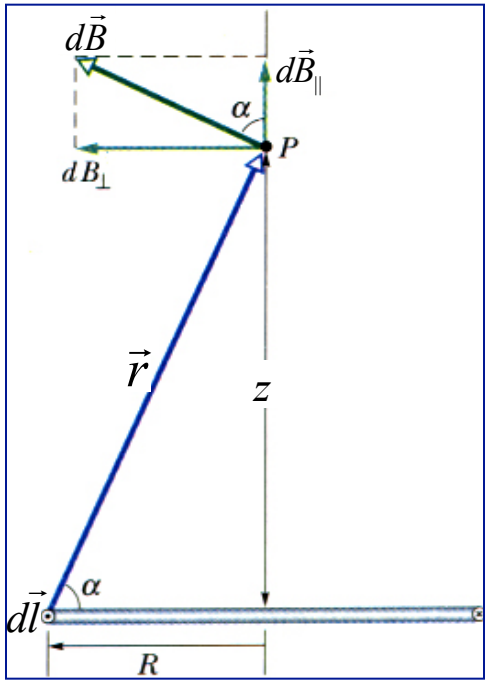
(módulo da força por unidade de comprimento)



Esta expressão possibilita a definição do ampère.

Campo magnético de uma bobina

O campo de uma bobina não tem simetria suficiente para ser calculado pela lei de Ampère. Usaremos a lei de Biot-Savart para calcular $\vec{B}$ *em pontos do eixo central da espira*.



Temos: $d\vec{B}(z) = d\vec{B}_{\parallel} + d\vec{B}_{\perp}$

Como a soma vetorial dos $d\vec{B}_{\perp}$ se anula:

$$B(z) = \int dB_{\parallel} = \int dB \cos\alpha$$

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl}{r^2} \text{ sen } (90^0)$$

$$r^2 = R^2 + z^2 \quad \text{e} \quad \cos\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

Substituindo essas três relações na integral de $B(z)$ tem-se:

$$B(z) = \int dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi (R^2 + z^2)^{3/2}} \int_{espira} dl \quad \Rightarrow \quad B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

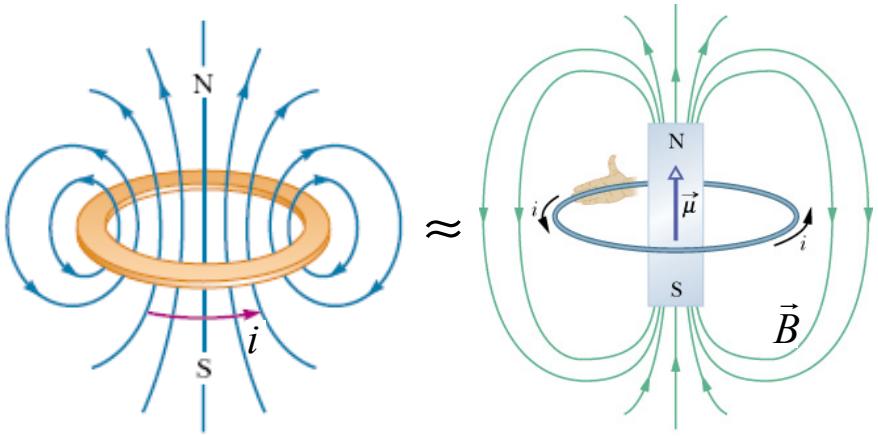
Campo magnético de uma bobina

Vimos:

$$B(z)=\frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}$$

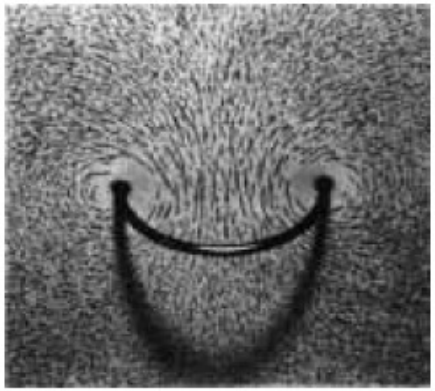
Para pontos afastados ($z >> R$):

$$B(z) \approx \frac{\mu_0 i R^2}{2z^3}$$



i

Lembrando que $\pi R^2 = A$ é a área da espira e $\vec{\mu}=i A\hat{n}$ é o seu momento de dipolo magnético:



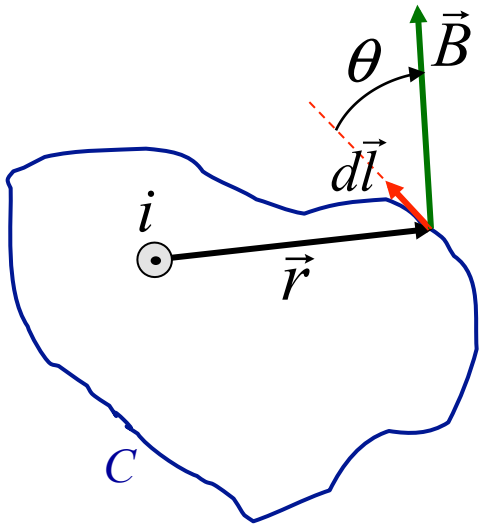
$$B(z)=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{iA}{z^3} \quad \Rightarrow \quad \vec{B}(z)=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{\mu}}{z^3}$$

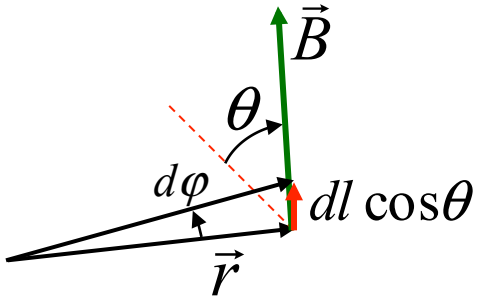
(a bobina se comporta como um ímã – ver semelhança das linhas)

Circuitação de um campo vetorial

- Cada linha de $\vec{B}$ é uma *curva fechada*.
- A determinação de $\vec{B}$ pode ser feita em termos da sua *circuitação*.

Circuitação de $\vec{B}$ ao longo de um contorno C : $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l}$





Intensidade de $\vec{B}$: $B=\dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}$

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_C B dl\cos\theta$$

Mas, da figura: $r d\varphi = dl\cos\theta$

$$\oint_C B dl\cos\theta = \oint B r d\varphi = \oint \frac{\mu_0 i}{2\pi r} r d\varphi = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\oint d\varphi = \mu_0 i$$

A lei de Ampère

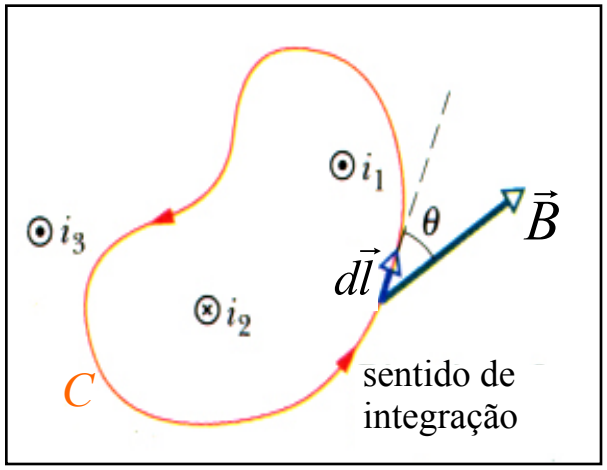
$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o i_{env} \qquad (\textit{lei de Ampère})$$

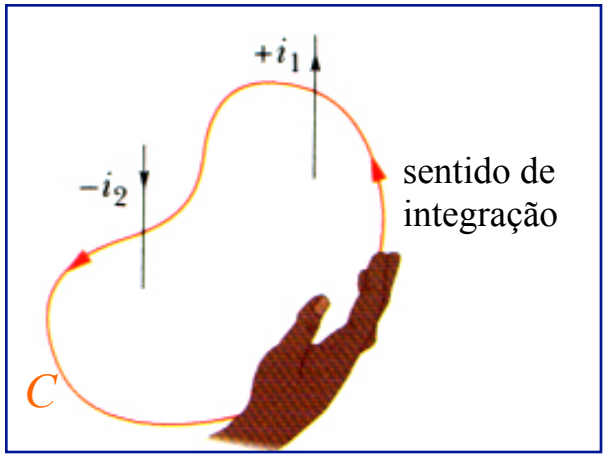
Da figura ao lado tem-se:

$$i_{env} = i_1 - i_2 \Rightarrow \oint_C B dl \cos\theta = \mu_o (i_1 - i_2)$$

Então:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o (i_1 - i_2)$$





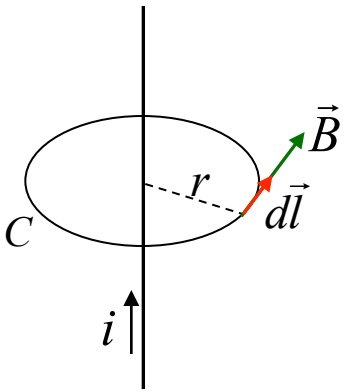
A *lei de Ampère* é geral, mas a sua utilidade no cálculo do campo magnético devido a uma distribuição de correntes depende da *simetria da distribuição*.

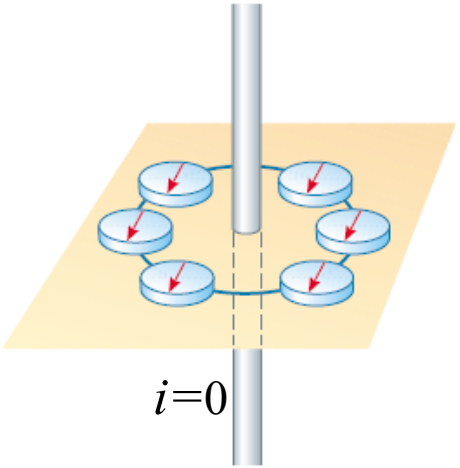
Campo magnético de um fio infinito

Lei de Ampère: $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$

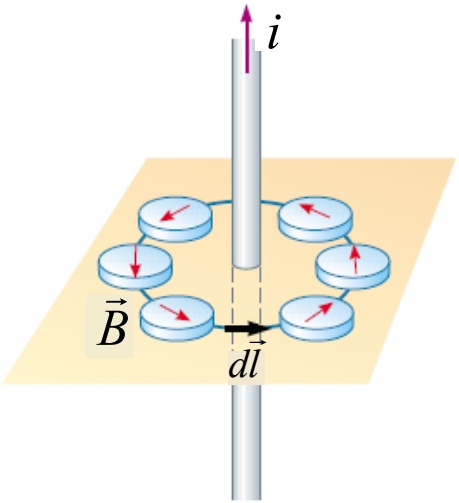
Em C, $\vec{B}$ é paralelo a $d\vec{l}$ e $|\vec{B}|$=uniforme $\therefore$

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\oint dl = B\cdot 2\pi r = \mu_0 i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$





a bússola aponta sempre na mesma direção (norte geográfico)



a bússola aponta na direção de $\vec{B}$ resultante

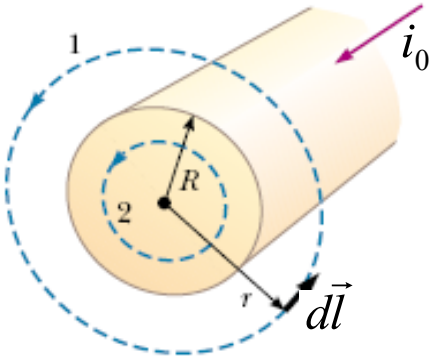
limalhas de ferro nas proximidades do fio

Campo magnético de um fio cilíndrico longo com corrente

$\vec{B}$ possui simetria cilíndrica em torno do fio e a mesma intensidade em todos os pontos a uma distância *r* do centro.

Curva 1 ($r>R$):

$$\oint_1 \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_1 B dl \cos\theta = \mu_0 i_0$$



$\vec{B}$ é paralelo a $d\vec{l}$ ⟶ $\theta = 0^o \Rightarrow \cos\theta = 1$

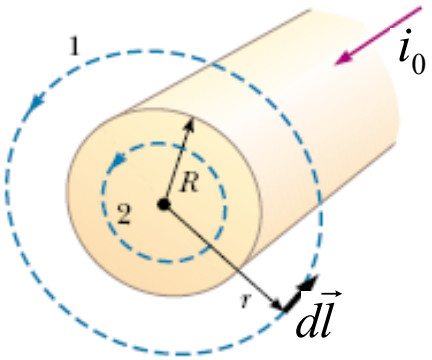
$$\oint_1 B dl \cos\theta = B \oint dl = B \cdot 2\pi r$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 i_0 \longrightarrow B = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi r}$$ (fora do fio)

Campo magnético de um fio cilíndrico longo com corrente

Curva 2 ($r<R$):

$$\oint_2 B dl \cos\theta = B \oint dl \quad = B \cdot 2\pi r$$



A corrente envolvida pela curva *2* (de raio *r)* é:

$$i_{env} = i_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 i_{env} = \mu_0 i_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi R^2} r \qquad \text{(dentro do fio)}$$

O sentido de $\vec{B}$ é dado pela regra da mão direita.

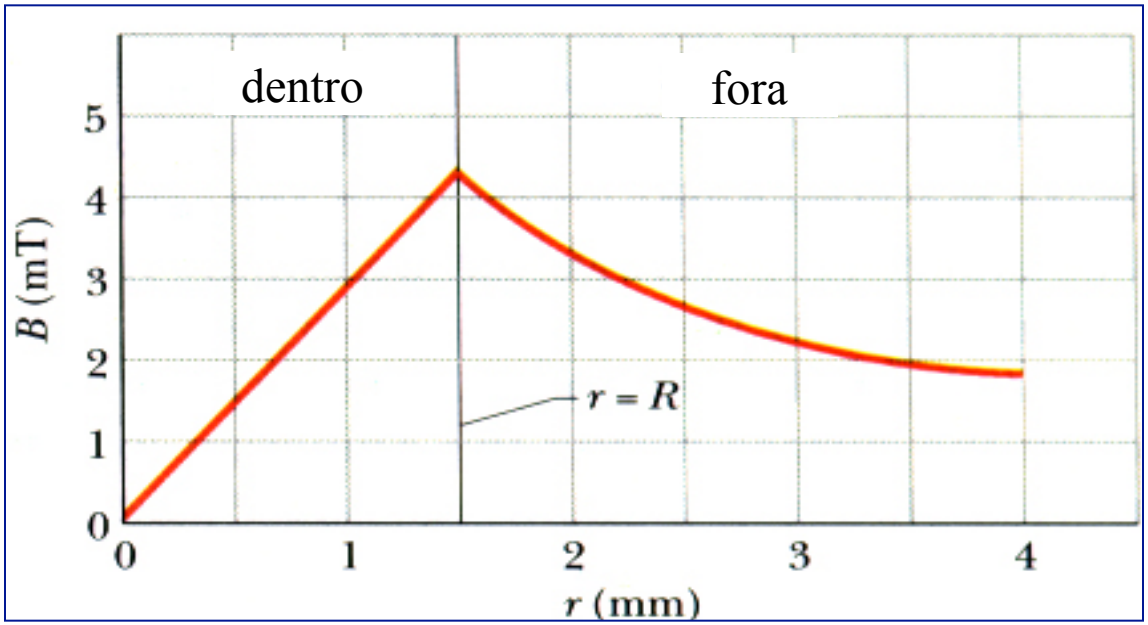
Gráfico da intensidade de $\vec{B}$ de um fio cilíndrico longo com corrente

- Para $r \leq R$:

$$B = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi R^2} r$$

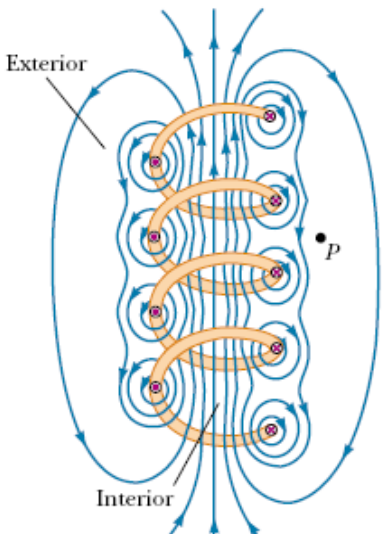
- Para $r \geq R$:

$$B = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi r}$$

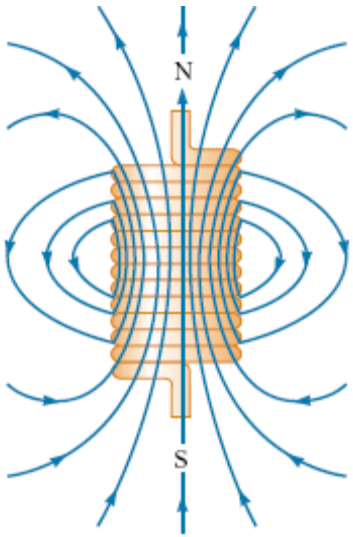


Solenoides e Toroides

- Um fio longo enrolado formando uma bobina em espiral é chamado de solenoide.
- O campo magnético do solenoide é a soma vetorial dos campos produzidos por cada uma das voltas do fio que o forma.

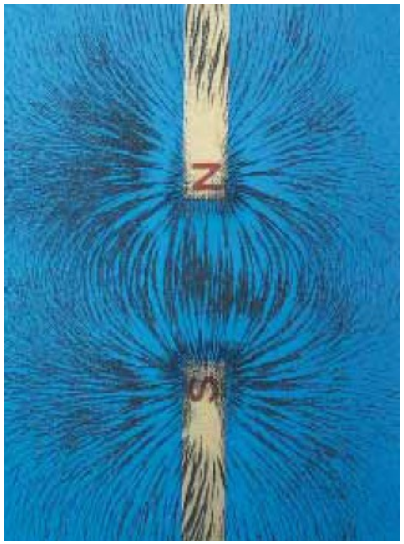


Solenoide esticado



Solenoide compacto

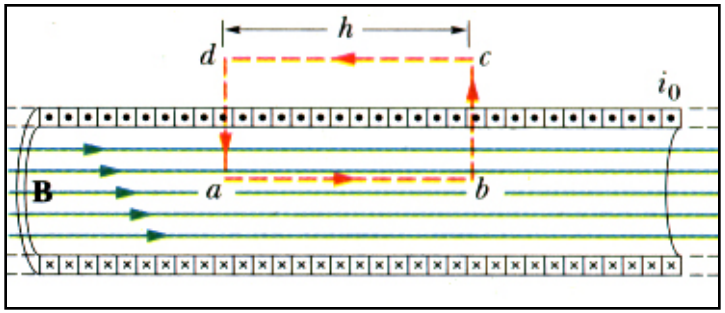
≈

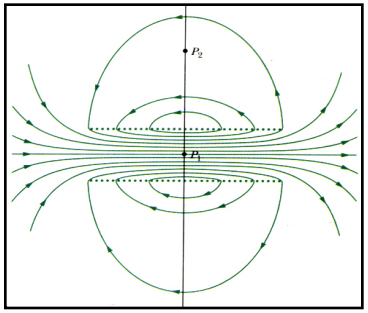


ímã

Campo de um solenoide

O campo no interior de um solenoide é praticamente uniforme. As figuras abaixo mostram um solenoide ideal e um solenoide real. Em ambos os casos os campos fora do solenoide são muito fracos, em comparação com os do interior.





Aplicando-se a lei de Ampère à curva *abcd*:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{l} = Bh = \mu_0 i_{env}$$

Havendo *n* espiras por unidade comprimento no solenoide:

$$i_{env} = nhi_0 \quad \Rightarrow \quad B = n\mu_0 i_0$$

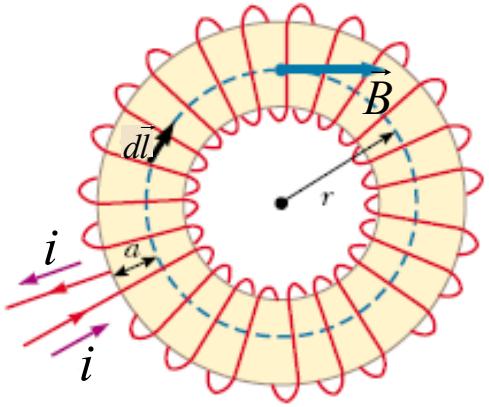
Campo de um toroide

A figura mostra o enrolamento de um toroide de N voltas, transportando uma corrente i. O campo $\vec{B}$ é diferente de zero apenas no interior do toroide. Sua intensidade varia com r.

Aplicando-se a lei de Ampère para a curva tracejada em azul, tem-se:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i N \qquad \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = B(2\pi r)$$

$$B = \frac{N\mu_0 i}{2\pi r} \text{ (toroide)}$$



Note que como $\frac{N}{2\pi r} \approx n$, esta expressão é parecida à do campo magnético de um "*solenoide enrolado*".

Lista de exercícios do Capítulo 29

Os exercícios sobre Lei de Ampère estão na página da disciplina :
(http://www.ifi.unicamp.br).
Consultar: Graduação → Disciplinas → F 328-Física Geral III

Aulas gravadas:
http://lampiao.ic.unicamp.br/weblectures (Prof. Roversi)
ou
UnivespTV e Youtube (Prof. Luiz Marco Brescansin)