F-328 – Física Geral III

Aula exploratória-10B

UNICAMP – IFGW

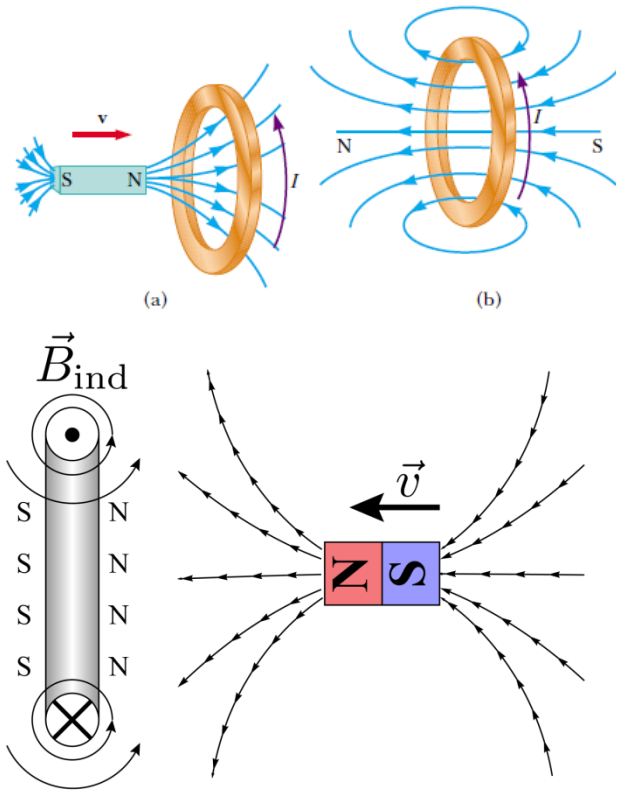
username@ifi.unicamp.br

F328 – 1o Semestre de 2013

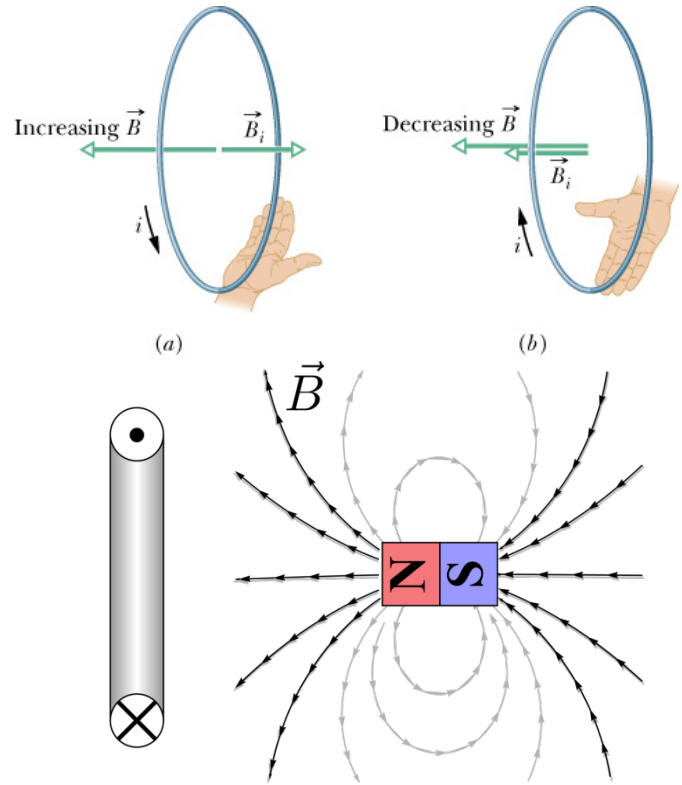
A Lei de Lenz

O sentido da corrente induzida é tal que ela se opõe à variação do fluxo magnético que a produziu.

Oposição ao movimento



Oposição à variação do fluxo



Auto-indutância

Consideremos uma bobina de *N* voltas, chamada de *indutor*, percorrida por uma corrente *i* que produz um fluxo magnético ϕ_B através de todas as espiras da bobina.

Se $i = i(t)$, pela lei de Faraday aparecerá nela uma *fem* dada por:

$$\varepsilon_L = -\frac{d(N\phi_B)}{dt}$$

($N\phi_B$ = fluxo concatenado)

Na ausência de materiais magnéticos, $N\phi_B$ é proporcional à corrente:

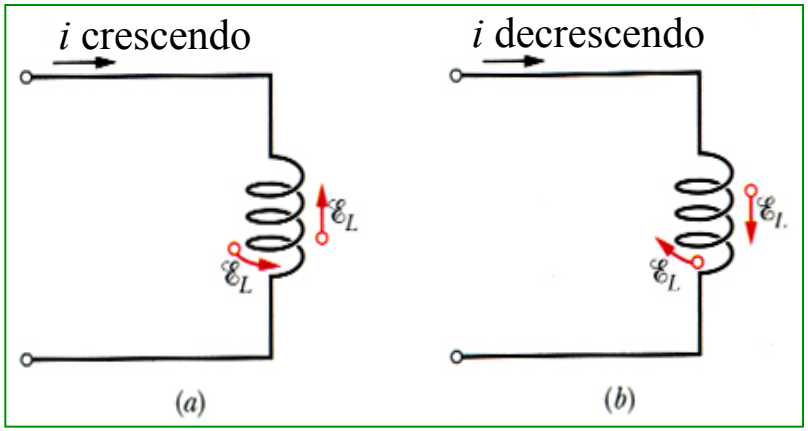
$$N\phi_B = Li \qquad \text{ou:} \qquad \boxed{L = \frac{N\phi_B}{i}}$$

(*L: auto-indutância*)

Então:

$$\varepsilon_L = -\frac{d(Li)}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

(*fem* auto-induzida)



O sentido de ε_L é dado pela lei de Lenz: ela deve se *opor* à *variação* da corrente que a originou (figura).

Indutância mútua

Fluxos conectados: a variação de fluxo produzido pela bobina 1 induz uma *fem* na bobina 2 e vice-versa.

Indução mútua $L_{21} \rightarrow M_{21}$ $\boxed{M_{21} = \dfrac{N_2 \phi_{21}}{i_1}}$

$$\boxed{M_{21} i_1 = N_2 \phi_{21} \quad ou \quad N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt}}$$

A *fem* induzida na bobina 2: $\varepsilon_2 = -M_{21} \dfrac{di_1}{dt}$

A *fem* induzida na bobina 1: $\varepsilon_1 = -M_{12} \dfrac{di_2}{dt}$

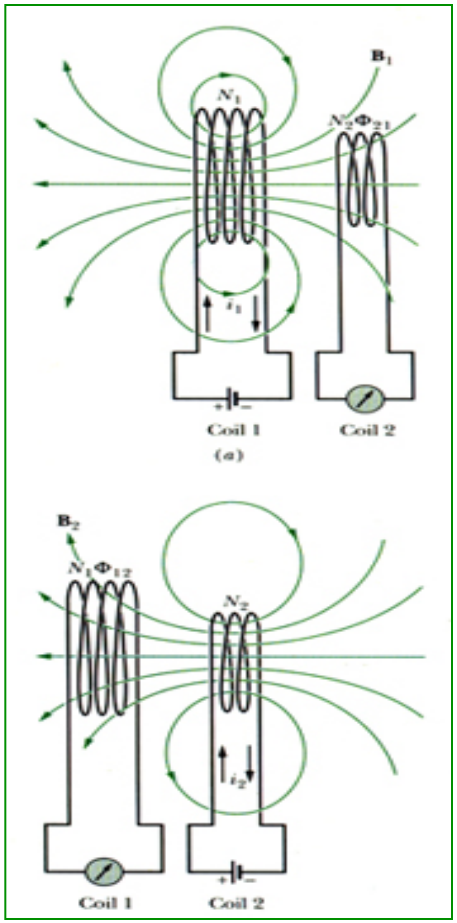
Pode-se provar que:

$$\boxed{M_{12} = M_{21} = M}$$

A indução é de fato mútua

$$\varepsilon_1 = -M \frac{di_2}{dt}$$

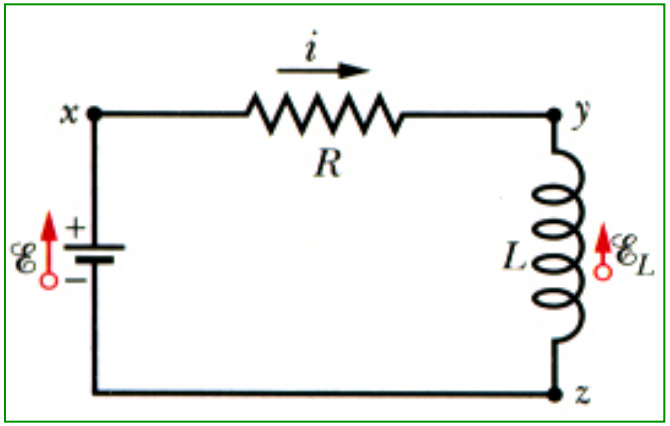
$$\varepsilon_2 = -M \frac{di_1}{dt}$$



Circuito RL

A equação do circuito é :

$$\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{\varepsilon}{L}$$



Resolvendo esta equação diferencial para $i(t)$, vamos ter:

ε_L : voltagem no indutor

$$i(t)=\frac{\varepsilon}{R}(1-e^{-Rt/L}) \Rightarrow i(t)=I(1-e^{-t/\tau_L}),\ \text{ onde}$$

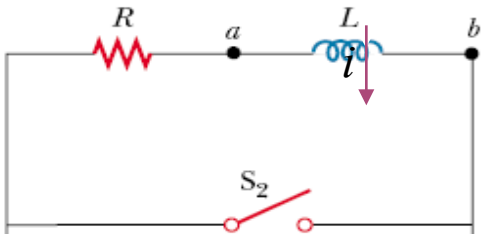
$$\tau_L=\frac{L}{R} \text{ e } I=\frac{\varepsilon}{R}$$

(τ_L : constante de tempo *indutiva*)

(I : corrente máxima, assintótica)

Para t muito grande, a corrente atinge um valor máximo constante.

Circuito RL



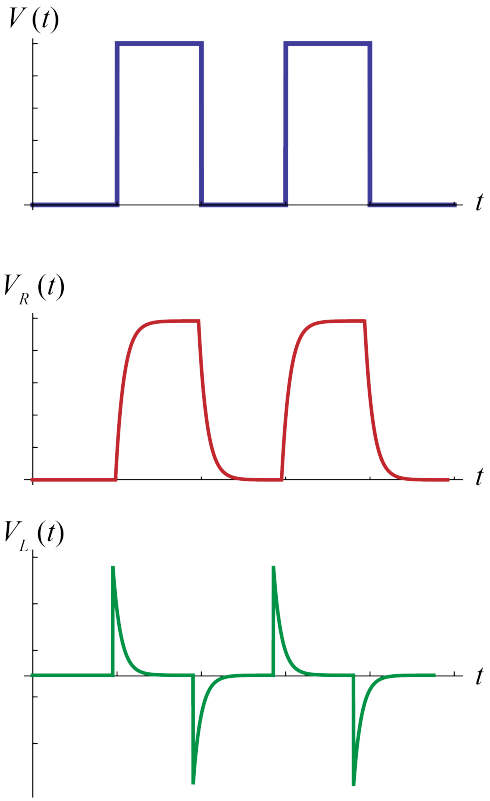
Fechando-se a chave S_2: neste caso, a equação das quedas de potencial será:

$$Ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

A solução desta equação é:

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-Rt/L} = I_0 e^{-t/\tau_L}$$

Variações das voltagens com o tempo:



Ao lado, temos gráficos das tensões em V_L, V_R e $V_R + V_L = \varepsilon$ para várias situações a) e b).

Energia armazenada no campo magnético

Do circuito abaixo tem-se:

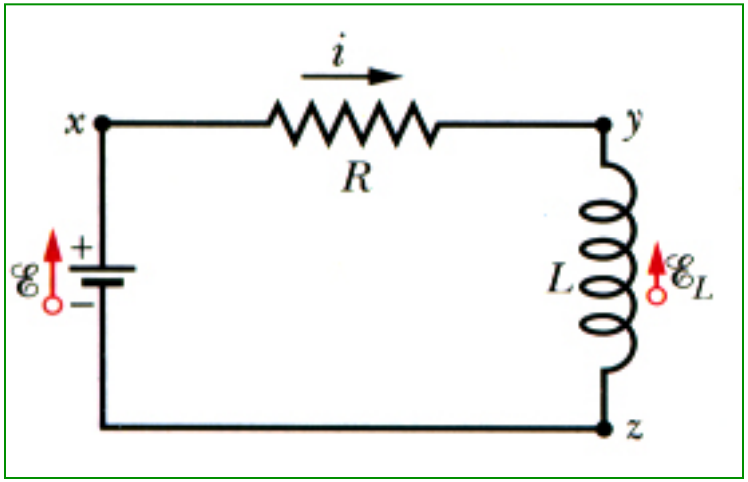
$$\varepsilon = Ri + L\frac{di}{dt} \quad \rightarrow \quad \varepsilon i = Ri^2 + Li\frac{di}{dt}$$

Os termos εi, Ri^2 e $Lidi/dt$ são, respectivamente, a potência fornecida pela bateria, a potência dissipada no resistor e taxa com que a energia é armazenada no campo magnético do indutor, isto é:

$$\frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt} \rightarrow dU_B = Lidi$$

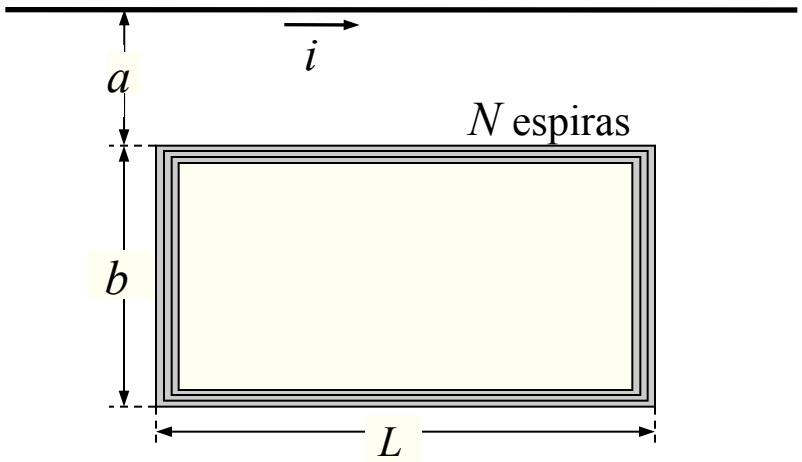
$$\int_0^{U_B} dU_B = \int_0^i Lidi$$

$$\boxed{U_B = \frac{1}{2}Li^2}$$



Exercício 01

Uma bobina retangular com N espiras compactas é colocada nas proximidades de um fio retilíneo longo, como mostra a figura.
Qual a indutância mútua M da combinação fio-bobina para $N = 100$, $a = 1{,}0$ cm, $b = 8{,}0$ cm e $L = 30$ cm ?



Exercício 02

Dois cilindros maciços paralelos de mesmo comprimento *l* transportam correntes iguais em sentidos opostos. Sabendo-se que a distância entre os eixos dos cilindros é *a,* mostre que a indutância por unidade de comprimento desse sistema é

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right)$$

Despreze o fluxo no interior dos cilindros.

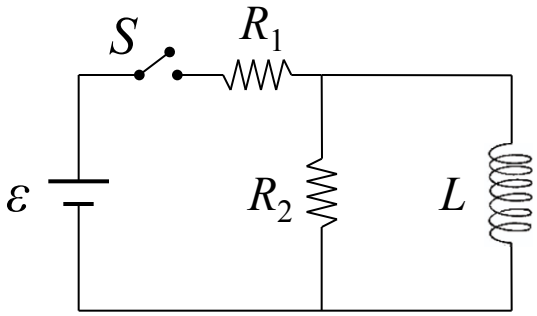
Exercício 03

Dado o circuito mostrado na figura abaixo, suponha que a chave S esteja fechada por um tempo muito longo, de tal forma que exista uma corrente em regime permanente no indutor L , e que este tenha uma resistência desprezível.

a) encontre a corrente na bateria, a corrente no resistor R_2 e a corrente através do indutor;

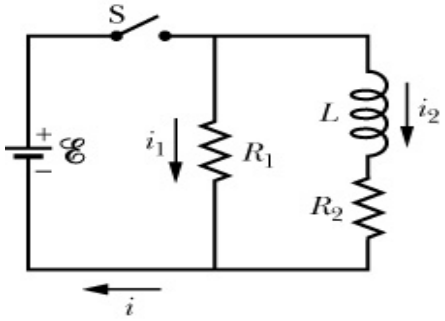
b) encontre a *ddp* inicial no indutor ($t = 0$) quando a chave S é aberta;

c) encontre as correntes e tensões, em função do tempo, no indutor e nos resistores com S aberta.



Exercício 04 (Opcional)

Na figura abaixo a *fem* é ideal, $\varepsilon = 10\text{V}$, $R_1 = 5{,}0\Omega$, $R_2 = 10\Omega$ e $L = 5{,}0\text{H}$. A chave S é fechada no instante $t = 0$. Determine, logo após o fechamento da chave: a) a corrente i_1; b) a corrente i_2; c) a corrente i_s na chave; d) a diferença de potencial V_2 entre os terminais de R_2; e) a diferença de potencial V_L entre os terminais do indutor; f) a taxa de variação di_2/dt. Determine também, muito tempo após o fechamento da chave: g) i_1; h) i_2; i) i_s; j) V_2; k) V_L e (l) di_2/dt.



Exercício 05 (Opcional)

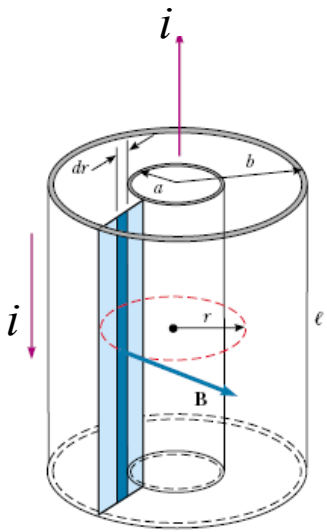
Um cabo coaxial longo é formado por dois cilindros concêntricos de paredes finas de raios a e b. Os cilindros interno e externo transportam correntes iguais em sentidos opostos.

a) calcule a densidade de energia magnética na região entre os dois cilindros;

b) integrando a densidade de energia u_B , calcule a energia U_B armazenada no campo magnético no volume de comprimento l do cabo;

c) reobtenha a energia U_B, calculando a autoindutância do cabo e utilizando a relação $U_B = \frac{1}{2} L i^2$

Resp:

a) $u_B = \dfrac{\mu_0 l^2}{8\pi^2 r^2}$

b) $U_B = \dfrac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \ln \dfrac{b}{a}$