E usando o teorema de Gauss

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{J})\, dv$$

Então

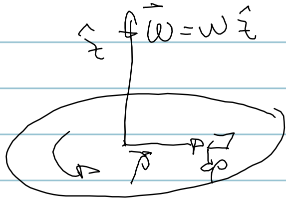
$$\int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{J})\, dv = -\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right) dv$$

para qualquer volume

Ou seja $\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$ equação da continuidade

Problema 5.6 Griffiths

(a) Disco c/ carga σ uniforme girando.



$$\Rightarrow \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{\rho} = \omega \rho \hat{\varphi}$$

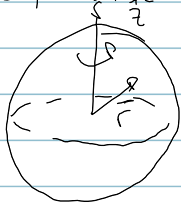
$$\vec{K} = \sigma \omega \rho \hat{\varphi}$$

Poderíamos chegar à mesma resposta pensando:
direção e sentido é $\hat{\varphi}$

$\frac{1}{\text{comprimento} = d\rho}$ $\quad \frac{dq}{dt} = \sigma \rho \frac{d\rho\, d\varphi}{dt} \Rightarrow |\vec{K}| = \frac{\sigma \rho\, \cancel{d\rho}\, d\varphi}{\cancel{d\rho}\, dt}$

$$|\vec{K}| = \sigma \omega$$

(b) Esfera c/ carga ρ uniforme girando $\vec{\omega} = \omega \hat{z}$

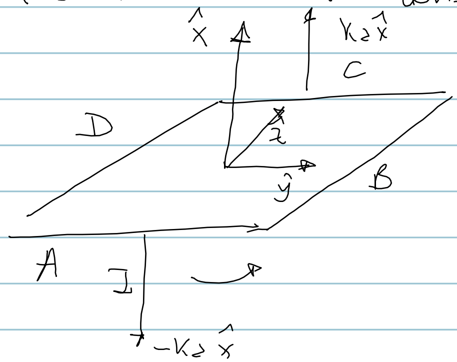


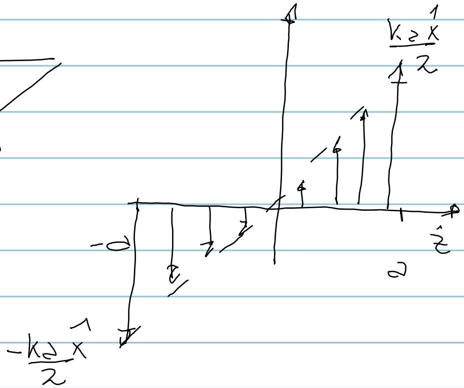
$$\vec{J} = \rho \vec{v}; \quad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \omega \hat{z} \times \vec{r} = \omega r \sin\theta\, \hat{\varphi}$$

$$\vec{J} = \rho \omega r \sin\theta\, \hat{\varphi}$$

Problema 5.4 Griffiths

$\vec{B} = K z \hat{x}$ K é constante





Sobre o braço B e D, o campo magnético resulta numa força nula total

Sobre o braço A e C, temos

$$A: I\int d\vec{l} \times \vec{B} = I\left(-\frac{Ka}{2}\right) \hat{y} \times \hat{x} \int_{-a/2}^{a/2} dy = I\left(-\frac{Ka}{2}\right)(-\hat{z}a) = \frac{IKa^2}{2}\hat{z}$$

$$B: I\int d\vec{l} \times \vec{B} = I\left(\frac{Ka}{2}\right)(-\hat{y}) \times \hat{x} \int dy = \frac{IKa^2}{2}\hat{z}$$

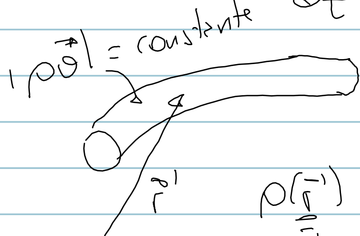
$$\boxed{\vec{F}_{total} = \cancel{2}\, \underline{IK} a^2 \hat{z}}$$

Sug. de problemas 5.39 e 5.40

10.4 Lei de Biot-Savart

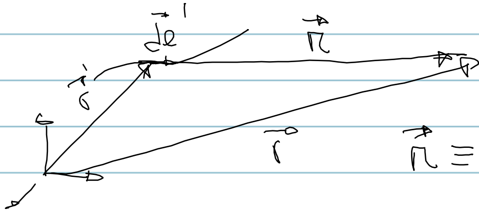
Discutir o conceito de corrente estacionária

Para ser estacionária o fluxo de cargas é constante no tempo. Também, em nenhum ponto pode haver um acúmulo de cargas, ou seja $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$ e $\frac{d\vec{J}}{dt} = 0$



(citar o exemplo da esfera carregada girando)

$\rho(\vec{r}')$ é constante e $\vec{J}$ é constante $\rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$



$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l}' \times \hat{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}^2}$$

$$\vec{\mathscr{r}} \equiv \vec{r} - \vec{r}'$$

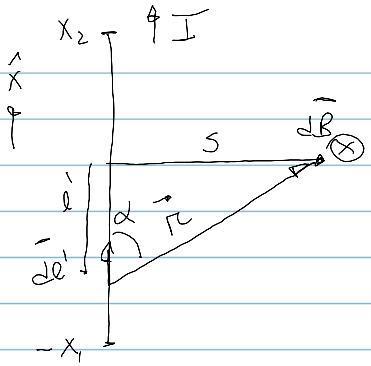
μ_0 é a permeabilidade magnética do espaço livre

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \, N/A^2$$

$$[\vec{B}] = \frac{N}{Am} = T \text{ (tesla)}$$

Ex. 18.4.1 (5.5 do Griffiths)

Campo magnético a uma distância s de um fio com corrente I



$d\vec{l}' \times \hat{r} \rightarrow$ entrando na página

$$|d\vec{B}| = dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl' \operatorname{sen}\alpha}{r^2}$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{s}{r} \qquad r = (s^2 + l'^2)^{1/2}$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{s\, dl'}{(s^2+l'^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{s^2} \frac{dl'}{(1+l'^2/s^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi s^2} \int_{-x_1}^{x_2} \frac{dl'}{(1+l'^2/s^2)^{3/2}}$$

$$\frac{l'}{s} = \operatorname{tg}\theta \quad \Rightarrow \quad dl' = s \sec^2\theta \, d\theta$$

$$\text{e} \quad (1 + l'^2/s^2) = 1 + \operatorname{tg}^2\theta = \sec^2\theta$$

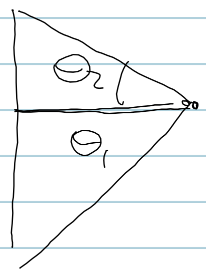
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi s^2} \int_{-\theta_1}^{\theta_2} \frac{s \sec^2\theta \, d\theta}{\sec^3\theta} \quad ; \quad \operatorname{tg}\theta_2 = x_2/s, \quad \operatorname{tg}\theta_1 = -x_1/s$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi s} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta \, d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi s} (\operatorname{sen}\theta_2 - \operatorname{sen}\theta_1)$$

Se o fio é infinito, $\theta_2 = \pi/2$ e $\theta_1 = -\pi/2$

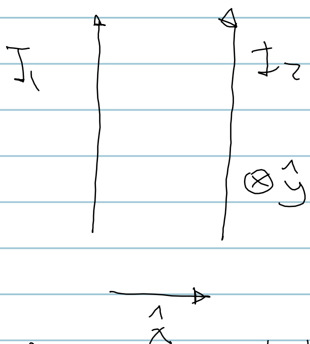
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi s}(1+1) \rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi s} \hat{\varphi}}$$

Notem que θ é o ângulo conforme a figura abaixo



ponto onde determinamos o campo.

Força entre dois fios longos distantes de d.



$$\vec{F} = I_2 \int \vec{dl_2} \times \vec{B} =$$

$$= I_2 \int \vec{dl_2} \times \frac{\mu_0 I_1 \hat{y}}{2\pi d}$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \left(\int dl_2 \right) (-\hat{x})$$

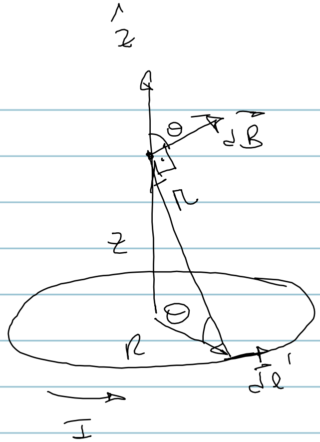
A força por unidade de comprimento é

$$\vec{f} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} (-\hat{x})$$

← atração se I_1 mesma direção I_2; repulsão se I_1 antiparalelo a I

Exemplo 18.4.2 (Griffiths 5.6)

Campo no eixo central de uma espira, corrente no sentido ~~#~~ anti-horário



$\vec{\mathscr{r}} \perp d\vec{l}'$

$\mathscr{r}$ é constante na integração em dl'

Componente horizontal de $\vec{B}$ se anula. Resta a componente vertical $\parallel \hat{z}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\cos\theta}{\mathscr{r}^2} 2\pi R \, \hat{z} \qquad \cos\theta = \frac{R}{(z^2+R^2)^{1/2}}$$

$$\mathscr{r} = (z^2+R^2)^{1/2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} 2\pi R \frac{R}{(z^2+R^2)^{3/2}} \hat{z}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2+R^2)^{3/2}} \hat{z}}$$

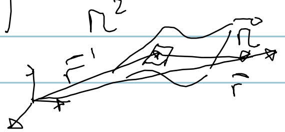
No centro da espira $z = 0 \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \hat{z}$

Sug. problema 5.8 e 5.9 Griffiths

Por fim, nos casos de correntes superficiais ou volumétricas, a lei de Biot-Savart fica:

Superficial

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{K}(\vec{r}') \times \hat{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}^2} da'$$



Volumétrica

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times \hat{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}^2} d\tau'$$