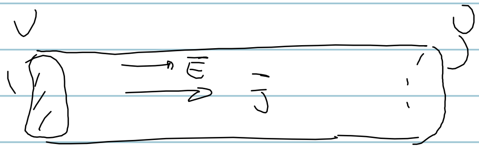
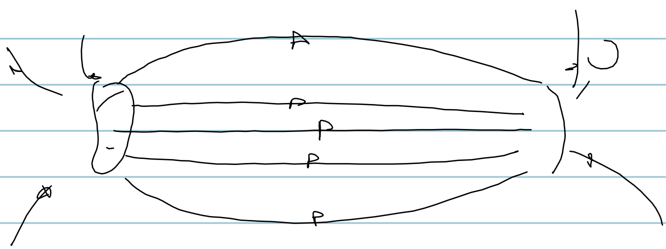
Voltemos à discussão da corrente nos condutores seção 20.1)

Vimos que o campo é paralelo à superfície para não poder haver fluxo de cargas para fora dela



É interessante pensar sobre o campo fora do condutor. Note que sem o condutor teríamos campo em todo espaço



Ao cobrirmos o condutor temos uma região onde $\vec{J} = \sigma \vec{E}$. Se $\vec{J}$ for estacionário

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\sigma} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

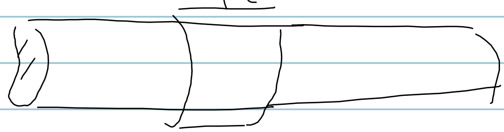
, portanto se $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ o que implica em não haver cargas em toda região do condutor.

Se cargas são extraídas no circuito externo que mantém a diferença de potencial V entre as duas extremidades.

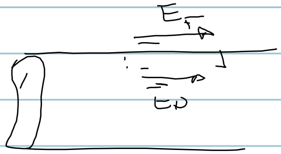
Sendo assim usando a lei de Gauss num cilindro

$\oint \bar{E}$



$\bar{E}_\perp = 0$ fora pois não há carga dentro

Também, como $\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = 0$, na superfície



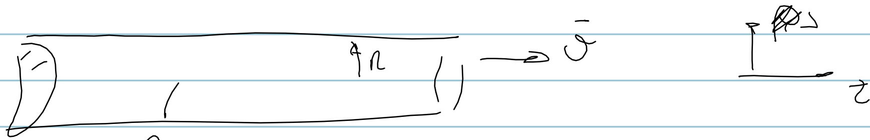
$\bar{E}_F^{\parallel} = \bar{E}_D^{\parallel}$

$\sigma_F << \sigma_D$

$\vec{J}_F = \sigma_F \vec{E}_F$ $\qquad \frac{|J_F|}{|J_D|} = \frac{\sigma_F}{\sigma_D} << 1$

$\vec{J}_D = \sigma_D \vec{E}_D$

Note bem que este problema é diferente do caso de um cilindro dielétrico com cargas fixas se movendo com respeito a nós

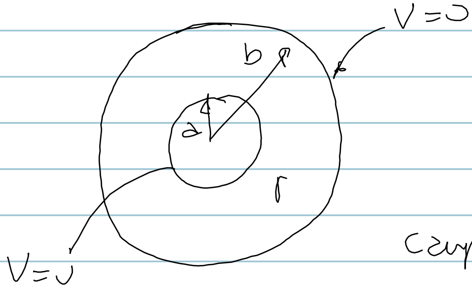


Neste caso $\bar{J} = \rho \vec{v}$, mas $E \neq \sigma J$

De fato $\bar{E} = \frac{\rho s}{2\epsilon_0} \hat{s}$ dentro e $\bar{E} = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 s} \hat{s}$ fora

e $\bar{J} = \rho v_z \hat{z}$

~~Problema 20.2?~~
Exemplo 20.1.2 (Problema 7.1)



Solução p/ $a<r<b$

$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=0 \qquad \nabla^2 V=0$

campo depende só de r

$$\Rightarrow \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dV(r)}{dr}\right)=0 \Rightarrow V(r)=C_1+\frac{C_2}{r}$$

[Isto seria obtido dos polinômios de Legendre se só considerássemos aqueles que não dependem de θ

$$\sum_l\left(A_l r^l P_l(\cos\theta)+\frac{B_l}{r^{l+1}}P_l(\cos\theta)\right) \qquad \underline{\underline{P_0=1}}$$

$$A_0+B_0/r$$]

Condição de contorno

$$V(a)=V=C_1+\frac{C_2}{a} \Rightarrow C_1=V-\frac{C_2}{a} \quad \text{(I)}$$

$$V(b)=0=C_1+\frac{C_2}{b} \qquad C_1=-\frac{C_2}{b} \quad \text{(II)}$$

(I)-(II) $\quad V=\dfrac{C_2(b-a)}{ab} \Rightarrow C_2=\dfrac{abV}{(b-a)}$

e de (I) $\quad C_1=-\dfrac{aV}{(b-a)}$

$$V(r) = -\frac{aV}{(b-a)} + \frac{abV}{(b-a)}\frac{1}{r} = \frac{aV}{(b-a)}\left(\frac{b}{r} - 1\right)$$

(Notem que esta solução leva a $V(a) = V$ e $V(b) = 0$)

$$\bar{E} = -\vec{\nabla} V = -\frac{\partial V(r)}{\partial r}\hat{r} = \frac{abV}{(b-a)}\frac{1}{r^2}\hat{r}$$

$$\bar{J} = \sigma \bar{E} \Rightarrow \bar{J} = \frac{\sigma abV}{(b-a)}\frac{1}{r^2}\hat{r}$$

$$I = \int_{\substack{\text{esfera} \\ R=a}} \bar{J} \cdot d\bar{A} = 4\pi a^2 J = \frac{4\pi\sigma abV}{(b-a)}\frac{\cancel{a^2}}{\cancel{a^2}}$$

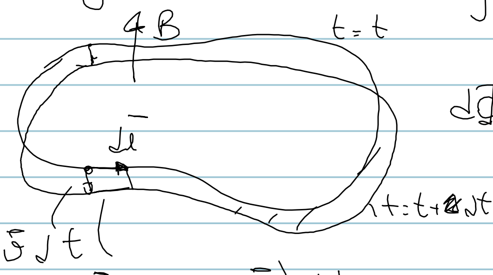
$$\Rightarrow \boxed{V = \frac{(b-a)}{4\pi\sigma ab} I} \qquad \boxed{R = \frac{(b-a)}{4\pi\sigma ab}}$$

Se $b \gg a$ $\quad I = \frac{4\pi\sigma abV}{(b-a)} \sim 4\pi\sigma aV$

é independente de b.

Voltando à fem → seção 20.2

Dedução geral de $\mathcal{E} = \oint \bar{f}_s \cdot d\bar{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$



$$d\bar{a} = (\bar{v} \times d\bar{l})\,dt$$

$$d\Phi = \cancel{\Phi(t)}\ \Phi(t+dt) - \Phi(t) = \int_{\text{faixa}} \bar{B} \cdot d\bar{A}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \oint \vec{B}\cdot(\bar{v} \times \vec{dl})$$

Se uma carga no fio tem velocidade $\bar{u}$ e o fio se move com velocidade $\bar{v}$, vemos a carga se mover com velocidade

$$\bar{w} = \bar{v} + \vec{u} \quad ; \quad \bar{u} \,//\, \vec{dl}$$

$$\vec{w} \times \bar{dl} = \bar{v} \times \bar{dl} + \underbrace{\bar{u} \cancel{\times} \bar{dl}}_{=0}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \oint \bar{B} \cdot (\bar{w} \times \vec{dl}) = -\oint (\bar{w} \times \bar{B}) \cdot \vec{dl}$$

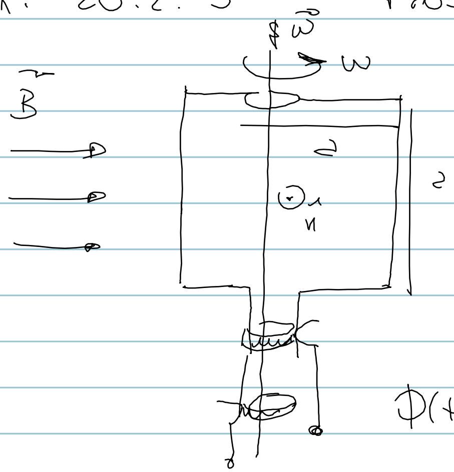
$$\left[\bar{B}\cdot(\bar{w} \times \bar{dl}) = \bar{dl} \cdot (\bar{B} \times \bar{w}) = -\bar{dl} \cdot (\bar{w} \times \bar{B}) = -(\bar{w} \times \bar{B}) \cdot \bar{dl} \right]$$

Agora $\bar{F}_{MAG} = q\,\bar{w} \times \bar{B} \Rightarrow \bar{w} \times \bar{B} = \frac{\bar{F}_{MAG}}{q} = \vec{f_s}$

$$\Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = -\oint \bar{f_s} \cdot \bar{dl} = -\mathcal{E}$$

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Ex. 20.2.3 Problema 7.10



$$\phi(t) = B a^2 \frac{\vec{B} \cdot \hat{n}}{B}$$

$$\frac{\vec{B} \cdot \hat{n}}{B} = \cos[\varphi(t)]$$

$$\phi(t) = B a^2 \cos\varphi \quad ; \quad \dot{\varphi} = \omega$$
$$\varphi = \omega t$$

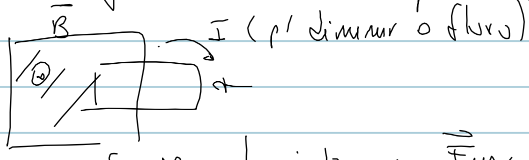
$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = + B a^2 \sin\varphi \, \dot{\varphi}$$

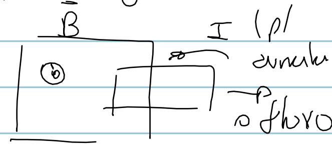
$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = B a^2 \omega \sin\omega t}$$

aumenta com ω (dínamo de bicicleta aumenta intensidade quando sob. velocidade mais alta.

20.3 Indução Eletromagnética

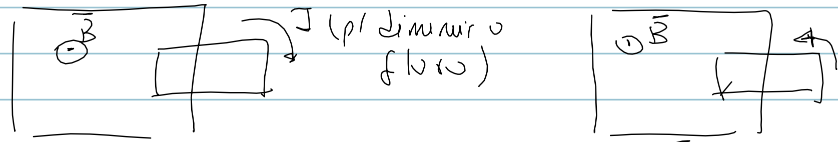
Como já vimos uma espira ao se mover com respeito a um campo magnético ou o campo magnético se movendo com respeito à espira resulta numa fem causada pela força magnética





a fem surge devido a $\vec{F}_{mag}$.

No entanto, mesmo que nada se mover, mas o campo variar aparece uma corrente



$\vec{B}$ aumenta $\qquad\qquad$ $\vec{B}$ diminui

Não há movimento relativo algum. O que ocorre é que ao variar o fluxo de $\vec{B}$ surge um campo elétrico → fem na espira que gera uma corrente que tenta manter o fluxo constante.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \oint \vec{E}\cdot d\vec{l}$$ Lei de Faraday

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{a} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{a}$$

(espira ñ varia)

Teorema de Green

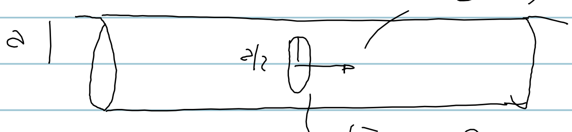
$$\int_S \vec{\nabla}\times\vec{E}\cdot d\vec{a} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{a}$$ (p/ qualquer área)

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

Note que se $\vec{B}$ varia no tempo $\vec{\nabla}\times\vec{E} \neq 0$

Ex. 20.3.1 (Problema 7.12)

$\bar{B} = \mu_0 n I = B_0 \cos(\omega t)\,\hat{z}$



$$\Phi = \frac{\pi a^2}{4} \cdot B_0 \cos(\omega t)$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\pi a^2 \omega B_0 \sin \omega t}{4}$$

$$\boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\pi a^2}{4} \frac{\omega B_0 \sin \omega t}{R}}$$