11.5 A carga induzida num furo dentro do condutor (na superfície) é igual à carga dentro do furo.

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint 0 \cdot d\vec{A} = 0$

então carga na superfície igual à carga dentro

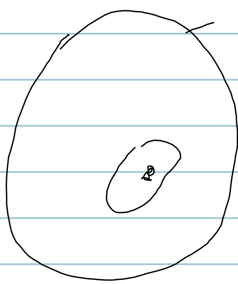
Se não houver carga dentro as linhas de campo não podem convergir no buraco e só na superfície.

Como $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

$\vec{E}$ dentro é nulo

11.6 Distribuição externa de cargas é independente da assimetria da interna no buraco. Como o campo anula dentro do condutor, a distribuição externa não "sente" a interna.

Mais problemas (Griffith) 2.35



carga total Q

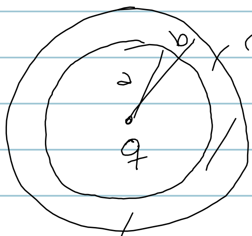
Dentro do buraco q

Induz na superfície interna $-q$

Sobra na ~~sf~~ externa $Q + q$

q

Com simetria



$r < a$ $\quad \bar{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{r}$

$a < r < b$ $\quad \bar{E} = 0$

carga na superfície $-q$

$\sigma = -q / 4\pi a^2$

$r > b$ $\quad \bar{E} = \dfrac{(q+Q)}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{r}$

carga na superfície externa

$Q + q$ $\quad \sigma = (Q+q)/4\pi b^2$

11.7 Energia

Como o campo é nulo dentro do condutor, o condutor é uma equipotencial

$$\int_A^B \bar{E} \cdot d\bar{l} = \int_A^B 0 \cdot d\bar{l} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta V = 0$$

Mais ainda como se houver carga, elas estarão na superfície, a energia devido dos condutores vai ser $\frac{1}{2} QV$, onde

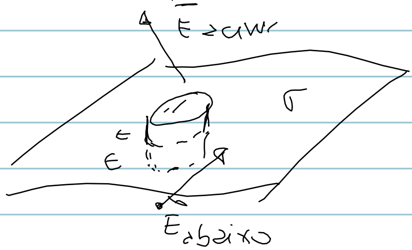
V é o potencial do condutor e Q a carga total que estará na superfície.

12 Condições de contorno

Temos que $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$

E em eletrostática $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

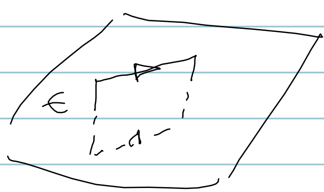
Considere a interface entre dois meios sendo uma superfície que tenha uma densidade superficial σ



Se utilizarmos o cilindro conforme a figura para calcular o fluxo, fazendo $\epsilon \to 0$, teremos

$$E_{\perp acima} - E_{\perp abaixo} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$ (note que a normal inverte)

Da mesma forma usando o circuito retangular abaixo temos:



$\epsilon \to 0$ $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_{// acima} - E_{// abaixo}$

Ou seja, a descontinuidade do campo depende da carga na interface, mas só afeta a componente perpendicular à superfície

$$\boxed{\vec{E}_{acima} - \vec{E}_{abaixo} = \frac{\sigma \hat{n}}{\epsilon_0}}$$

Notem que com $\sigma \to 0$ $\int_{acima}^{abaixo} \vec{E} \cdot d\vec{l} \to 0$ $\Delta V = 0$

$\Rightarrow$ o potencial é contínuo.

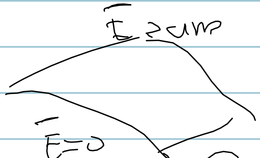
Como $E = -\nabla V$, obviamente

$$\vec{\nabla} V_{acima} - \vec{\nabla} V_{abaixo} = -\frac{1}{\epsilon_0} \sigma \hat{n}$$

Fazendo o produto escalar com $\hat{n}$ e lembrando que $\nabla V \cdot \hat{n} = \frac{\partial V}{\partial n}$

$$\frac{\partial V}{\partial n}_{acima} - \frac{\partial V}{\partial n}_{abaixo} = -\frac{1}{\epsilon_0} \sigma$$

Para o condutor, o campo interno é nulo, então



$$\vec{E}_{acima} - 0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$$

Ou seja, bem próximo à superfície

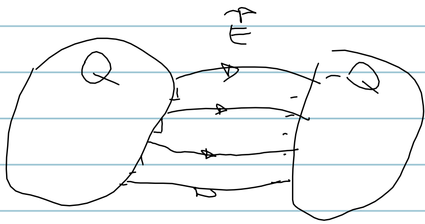
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n} \quad \text{e} \quad \sigma = -\epsilon_0 \frac{\partial V}{\partial n}$$

13. Capacitores

A idéia aqui é muito simples: tomemos dois condutores de formas quaisquer.

~~Defin~~ Considere ambos descarregados.
Portanto, não há campo elétrico devido a eles e nem diferença de potencial.

Se retirarmos uma quantidade Q de um deles, este ficará com carga $-Q$ enquanto o outro fica com carga $+Q$. (na verdade, em geral, movemos cargas negativas).



Cria-se um campo elétrico entre os dois.

Definindo $V \equiv V_+ - V_- = -\int_{(-)}^{(+)} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$,

podemos calcular a diferença de potencial para uma quantidade de carga Q.

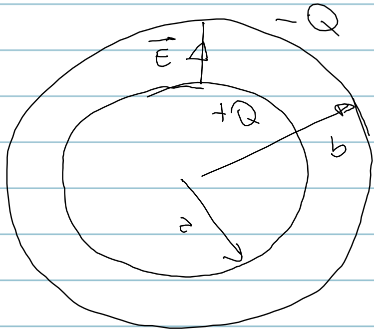
Como, $\vec{E} \propto Q$, esperamos que V seja também proporcional a Q.
A capacitância do sistema é a razão entre a voltagem desenvolvida pela quantidade de carga:

$$C = \frac{Q}{V} \qquad (\text{FARAD} \; 1\,C/\text{Volt})$$

Obs.: Quando falarmos da capacitância de um só condutor queremos dizer que o segundo condutor com carga $-Q$ é uma esfera de raio ∞.

Vejam exemplo 2.11

Duas esferas concêntricas de raio a e b



Campo

$\vec{E} = 0 \quad r > b$
$\quad\quad\quad\; r < a$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r} \quad a < r < b$$

$$V = -\int_{-}^{+} \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\int_b^a \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{dr}{r^2} = +\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}\Big|_b^a$$

$d\vec{\ell} \,//\, -\hat{r}$
$d\ell = -dr$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{b-a}{ab}$$

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{(b-a)}$$

Se fosse o potencial de um condutor (raio a)

$b \to \infty \quad C \to 4\pi\epsilon_0 a$; Quanto maior o raio, maior a capacitância

Problema ~~Ex.~~ sugerido 2.39