② Aplicações sucessivas ~~ou~~ de operadores ~~que~~ e operadores sobre produtos.

GRADIENTE OPERA EM ESCALAR $\rightarrow$ É VETOR

DIVERGENTE OPERA EM VETOR $\rightarrow$ É ESCALAR

ROTACIONAL OPERA EM VETOR $\rightarrow$ É VETOR

PRODUTOS Funções escalares f e g

Funções vetoriais $\vec{A}$ e $\vec{B}$

escalar escalar fg

escalar vetor $f\vec{A}$

vetor vetor $\rightarrow$ $\vec{A} \cdot \vec{B}$ escalar

$\rightarrow$ $\vec{A} \times \vec{B}$ vetor

GRADIENTE:

~~2.~~ $\vec{\nabla}(fg)$ e $\vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{B})$

2.1 $\vec{\nabla}(fg) = f\vec{\nabla}g + g\vec{\nabla}f$

$$\vec{\nabla}(\vec{A}\cdot\vec{B}) = \vec{A}\times(\vec{\nabla}\times\vec{B}) + \vec{B}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}) + (\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B} + (\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{A}$$

$$(\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B} = \sum_{i\,j} A_i \frac{\partial}{\partial x_i}(B_j \hat{x}_j) \qquad \begin{matrix} i=1,2,3 \\ j=1,2,3 \end{matrix}$$

DIVERGENTE: $\vec{\nabla}\cdot(f\vec{A})$ e $\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$

2.3 $\vec{\nabla}\cdot(f\vec{A}) = f(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) + \vec{A}\cdot(\vec{\nabla}f)$

2.4 $\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{B}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A}) - \vec{A}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{B})$

ROTACIONAL $\vec{\nabla}(f\vec{A})$ $\vec{\nabla}\times(\vec{A}\times\vec{B})$

2.5 $\vec{\nabla}\times(f\vec{A}) = f(\vec{\nabla}\times\vec{A}) - \vec{A}\times(\vec{\nabla}f)$

2.6) $\vec{\nabla}\times(\vec{A}\times\vec{B}) = (\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B} + \vec{A}(\vec{\nabla}\cdot\vec{B}) - \vec{B}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})$

Quanto às operações sucessivas temos

Gradiente do divergente de um vetor $\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})$
2.7

2.8 Divergente do gradiente de um escalar $\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\varphi) \equiv \nabla^2\varphi$

$$= \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$

Laplaciano (fluxo infinitesimal em torno de um ponto, do campo vetorial que aponta para a máxima variação da função escalar.

2.9 Divergente do rotacional de um vetor $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$

2.10 Rotacional do gradiente de um escalar $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \phi) = 0$

2.11 Rotacional do rotacional de um vetor $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \underbrace{\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A})}_{2.7} - \nabla^2 \vec{A}$$