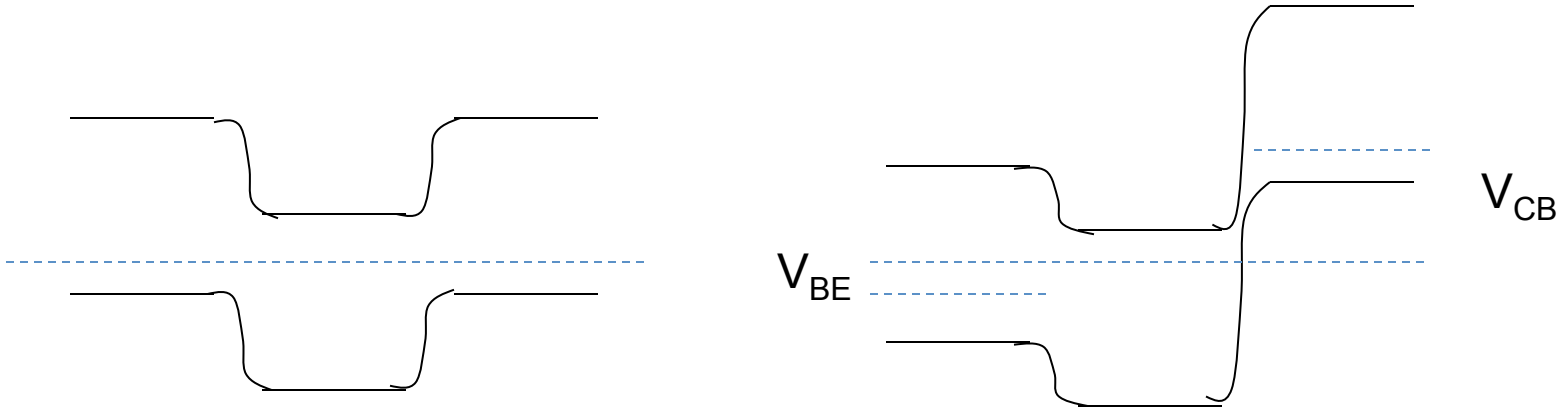
# FI-227 Física de Componentes Semicondutores

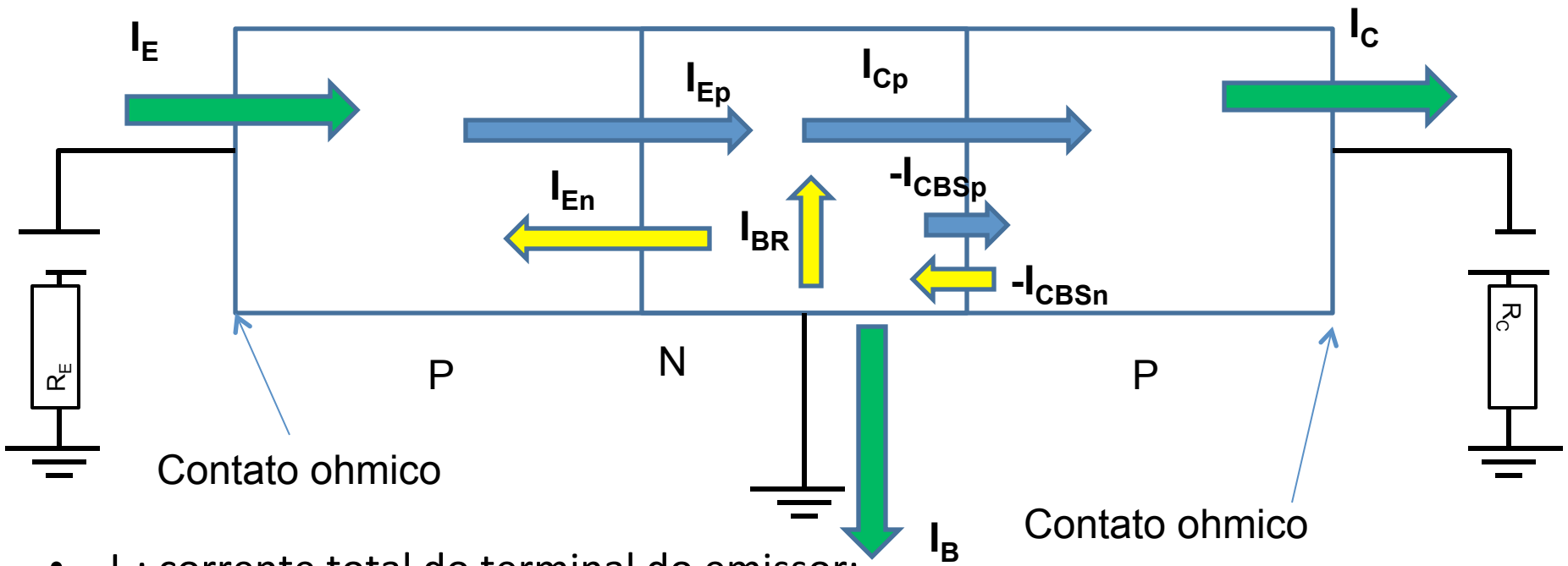
Tópico 5: Transistor Bipolar de Junção

# Transistor

- Uma sequência de duas junções (PNP ou NPN) com a região central muito mais fina que o comprimento de Debye.



# As correntes




- $I_E$: corrente total do terminal do emissor:
  - $I_{Ep}$: corrente de buracos injetados na base;
  - $I_{En}$: corrente de eletrons injetados no emissor;
- $I_C$: corrente total do terminal do coletor:
  - $I_{cp}$: corrente de buracos injetados do emissor que vão direto ao coletor;
  - $I_{CBSp}$: $-I_{CBSp}$ Corrente de saturação de buracos da base para o coletor; $I_{CPT} = I_{CBSp} + I_{cp}$
  - $I_{cBSn} = -I_{CBSn}$: Corrente de saturação de elétrons do emissor para a base;
- $I_B$: corrente total do terminal da base:
  - $I_{En}$ e $-I_{CBn}-I_{CBp}$
  - Ibr: corrente de elétrons que se movem para recombinar com os buracos injetados do emissor que não atravessam ao coletor

- Eficiência de injeção: $I_{EP}=\gamma I_E$
- Eficiência de transporte: $I_{CP}=BI_{EP}$
- $I_C=I_{CP}+I_{CN}\sim I_{CP}$; Se a junção base-coletor está polarizada reversa;
- $I_C=I_{CP}=BI_{EP}=B\gamma I_E=\alpha I_E$

$$I_B = I_E - I_C = I_C\left(1/\alpha - 1\right) = I_C\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right);$$

$$I_C = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)I_B = \beta I_B$$

- $\beta$ é o ganho de corrente. Como $\alpha\sim1$, $\beta$ é grande; De fato $\beta\sim$centenas.

# Correntes e relação do ganho com parâmetros do trasistor

## Correntes nas junções:

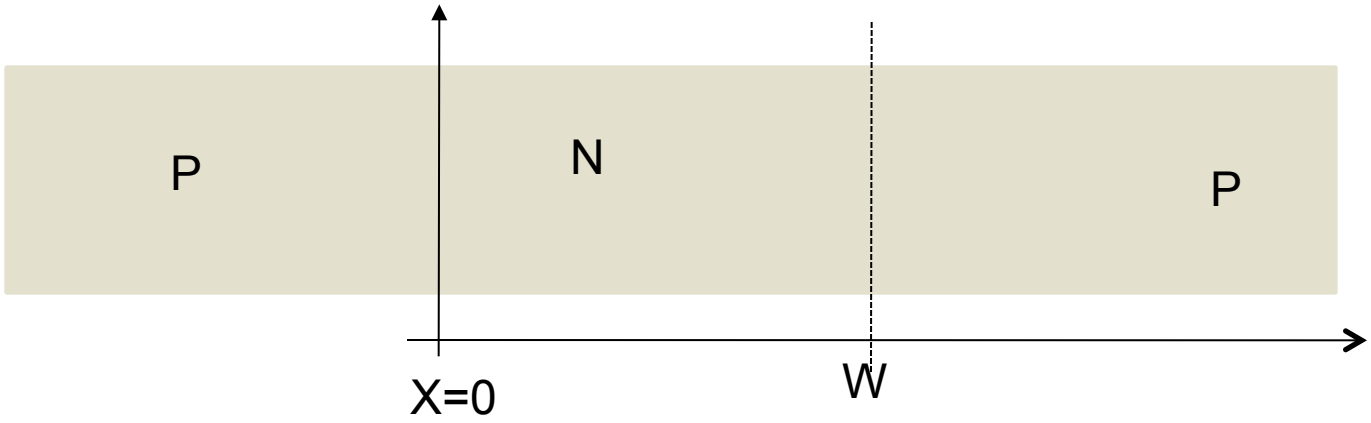
$I_{En}$: $$I_{En} = eA\frac{D_{nE}}{L_{nE}}n_{E0}\left(e^{qV_{EB}/kT}-1\right) = \Gamma_E\left(e^{qV_{EB}/kT}-1\right)$$

$I_{CBn}$: $$I_{CBn} = -eA\frac{D_{nC}}{L_{nC}}n_{C0}\left(e^{qV_{CB}/kT}-1\right) = -\Gamma_{CN}\left(e^{qV_{CB}/kT}-1\right)$$

(A corrente que escrevemos acima é elétrons injetados no coletor que para Vcb negativo é positiva, ou seja, injeta elétrons do coletor para a base)

$I_{CBp}$: $$I_{CBp} = -eA\frac{D_{pB}}{L_{pB}}p_{B0}\left(e^{qV_{CB}/kT}-1\right) = -\Gamma_{CP}\left(e^{qV_{CB}/kT}-1\right)$$

# Correntes devido aos portadores na base




Consideremos que em 0<x<W, temos um excesso de portadores p, $\delta p(x)$.

Consideremos $E=0$;

As condições de contorno são:

$$\delta p(0)=\delta p_E \; e \; \delta p(W)=\delta p_C$$

Queremos calcular $I_{Ep}(x=0)$ e $I_{cp}(x=W)$

- Temos:

$$0 = -\frac{\delta p_n(x)}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 \delta p_n(x)}{\partial x^2}$$

- Com solução geral:

$$\delta p_n(x) = Ae^{-x/L_p} + Be^{x/L_p};$$

$$L_p \equiv \sqrt{\tau_p D_p}$$

$L_p$ é o comprimento de Debye

- Condição de contorno: $\delta p_n(0) = \delta_{PE}; \delta p_n(W) = \delta_{PC}$

$$A = \frac{\delta_{PE} e^{W/L_p} - \delta_{PC}}{2\sinh(W/L_p)}; B = -\frac{\delta_{PC} - \delta_{PE} e^{-W/L_p}}{2\sinh(W/L_p)};$$

- Conforme top. 3, se $\delta_{Pc} = 0$, temos:

$$\delta p_n(x) = \delta_0 \sinh\left(\frac{W-x}{L_p}\right) / \sinh\left(\frac{W}{L_p}\right); x < W$$

# Quem são $\delta_{PC}$ e $\delta_{PE}$

Se desprezarmos a região de depleção na base próxima ao coletor e ao emissor:

$$\delta p_n(0) = \delta_{PE} = p_{B0}(e^{qV_{BE}/kT} - 1);$$

$$\delta p_n(W) = \delta_{PC} = p_{B0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1)$$

Na condição de operação: $V_{BE}>0$ e $V_{CB}<<-q/kT$

$$\delta_{PE} = p_{B0}(e^{qV_{BE}/kT} - 1) >> p_{B0};$$

$$\delta_{PC} = p_{B0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1) \sim -p_{B0}$$

# Cálculo das correntes da difusão

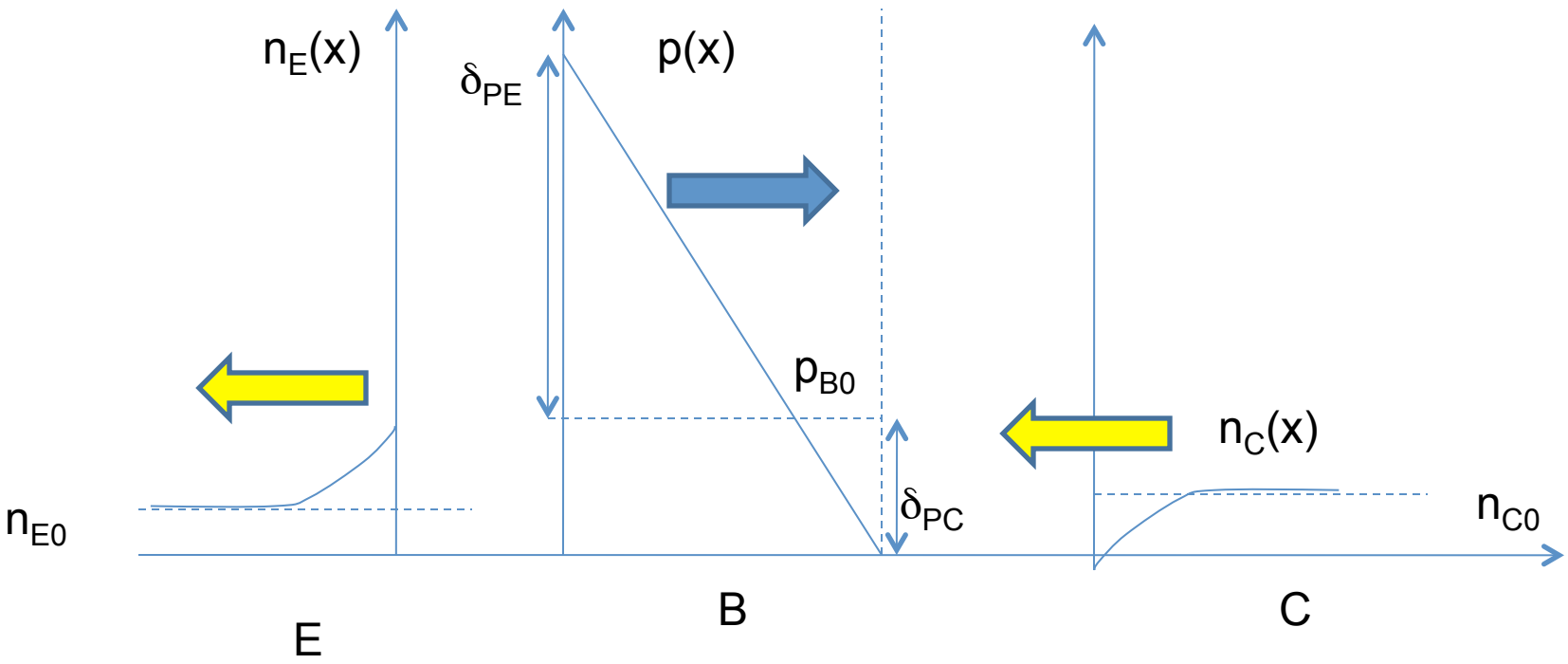
A corrente é obtida:

$$I_p(x) = -eA_r D_p \frac{d\delta p(x)}{dx} = eA_r \frac{D_p}{L_p}\left( Ae^{-x/Lp} - Be^{x/Lp} \right);$$

$$I_{Ep} = I_p(0) = eA_r \frac{D_p}{L_p}(A - B)$$

$$I_{Cp} = I_p(W) = eA_r \frac{D_p}{L_p}(Ae^{-W/Lp} - Be^{W/Lp})$$

Substituindo A e B da página 7 e $\delta_{PC}$ e $\delta_{PE}$ da página 8, obtemos $\delta_{Pn}(x)$ e as correntes;




- Notem que o excesso de buracos devido à difusão completamente domina injeção da base para o coletor. Então o termo ICBp pode ser desprezado.

# Cálculo das correntes totais

## $I_E$

The image cannot be displayed. Your computer may not have enough memory to open the image, or the image may have been corrupted. Restart your computer, and then open the file again. If the red x still appears, you may have to delete the image and then insert it again.

$$I_E = I_{Ep} + I_{En} = \frac{eAD_p}{L_p} p_{B0}\left[(e^{qV_{EB}/kT} - 1)\coth\xi - (e^{qV_{CB}/kT} - 1)\csc h\xi\right] +$$

$$\frac{eAD_{nE}}{L_{nE}} n_{E0}(e^{qV_{EB}/kT} - 1) =$$

$$= \left(\frac{eAD_p}{L_p} p_{B0}\coth\xi + \frac{eAD_{nE}}{L_{nE}} n_{E0}\right)(e^{qV_{EB}/kT} - 1) - \frac{eAD_p}{L_p} p_{B0}\csc h\xi(e^{qV_{CB}/kT} - 1)$$

$$= I_{Es}(e^{qV_{EB}/kT} - 1) - \Lambda(e^{qV_{CB}/kT} - 1);$$

$$\xi \equiv W / L_p; \Lambda \equiv \frac{eAD_p}{L_p} p_{B0}\csc h\xi; I_{Es} \equiv \left(\frac{eAD_p}{L_p} p_{B0}\coth\xi + \frac{eAD_{nE}}{L_{nE}} n_{E0}\right)$$

# Cálculo das correntes totais $I_C$ (desprezamos $I_{CBp}$)

The image cannot be displayed. Your computer may not have enough memory to open the image, or the image may have been corrupted. Restart your computer, and then open the file again. If the red x still appears, you may have to delete the image and then insert it again.

$$I_C = I_{Cp} + I_{CBn} = \frac{eAD_p}{L_p} p_{B0}\left[(e^{qV_{EB}/kT} - 1)\operatorname{csc}h\xi - (e^{qV_{CB}/kT} - 1)\coth\xi\right] +$$

$$\frac{eAD_{nC}}{L_{nC}} n_{C0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1) =$$

$$= \frac{eAD_p}{L_p} p_{B0}\operatorname{csc}h\xi(e^{qV_{EB}/kT} - 1) - \left(\frac{eAD_p}{L_p} p_{B0}\coth\xi + \frac{eAD_{nC}}{L_{nC}} n_{C0}\right)(e^{qV_{CB}/kT} - 1)$$

$$= \Lambda(e^{qV_{EB}/kT} - 1) - I_{Cs}(e^{qV_{CB}/kT} - 1);$$

$$\xi \equiv W / L_p; \Lambda \equiv \frac{eAD_p}{L_p} p_{B0}\operatorname{csc}h\xi; I_{Cs} \equiv \left(\frac{eAD_p}{L_p} p_{B0}\coth\xi + \frac{eAD_{nC}}{L_{nC}} n_{C0}\right)$$

# B, $\gamma$, $\alpha$ e $\beta$

- Desprezamos todos os termos não multiplicados por $e^{qVEB/kT}$:

$$I_E \approx I_{Es} e^{qV_{EB}/kT} = \left( \frac{eAD_p}{L_p} p_{B0} \coth \xi + \frac{eAD_{nE}}{L_{nE}} n_{E0} \right) e^{qV_{EB}/kT}$$

$$I_{En} \approx \frac{eAD_{nE}}{L_{nE}} n_{E0} e^{qV_{EB}/kT}$$

$$I_C \approx \Lambda e^{qV_{EB}/kT} = \frac{eAD_p}{L_p} p_{B0} (\csc h \xi) e^{qV_{EB}/kT}$$

- Notem que mesmo para um $V_{EB}$ fixo, $I_C$ aumenta se $\xi$ ($W/L_p$) diminuir. De fato, isto ocorre quando aumentamos $V_{CB}$ pois aumenta a região de depleção na base e efetivamente reduz o tamanho de W.

- A corrente de base $I_B = I_E - I_C$ é :

$$I_B \approx eAe^{qV_{EB}/kT}\left[\frac{D_p}{L_p}p_{B0}(\coth\xi - \csc h\xi) + \frac{D_{nE}}{L_{nE}}n_{E0}\right]$$

$$I_B \approx eAe^{qV_{EB}/kT}\left[\frac{D_p}{L_p}p_{B0}\tanh\xi/2 + \frac{D_{nE}}{L_{nE}}n_{E0}\right]$$

- O segundo termo vem dos elétrons injetados da base no emissor;
- O primeiro termo é aproximadamente a carga total na base removida num tempo de $\tau_p$.

$$I_{B1} \approx eAe^{qV_{EB}/kT}\frac{D_p}{L_p}p_{B0}\tanh\xi/2 \Rightarrow$$

$$I_{B1} \approx eA\delta_{pE}\frac{D_p}{L_p}\tanh(\frac{W}{2L_p}) \approx eA\delta_{pE}\frac{D_pW}{2L_p^2} \Rightarrow$$

$$I_{B1} \approx \frac{eA\delta_{pE}W}{2}\frac{1}{\tau_p} = \frac{Q_B}{\tau_p}$$

# γ (Eficiência de Injeção)

$$\gamma = \frac{I_{Ep}}{I_E} \approx \frac{\frac{eAD_p}{L_p} p_{B0} \coth \xi}{\frac{eAD_p}{L_p} p_{B0} \coth \xi + \frac{eAD_{nE}}{L_{nE}} n_{E0}} \Rightarrow$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{D_{nE} L_p n_{E0}}{D_p L_{nE} p_{B0}} \tanh \xi} = \frac{1}{1 + \frac{D_{nE} L_p N_{DB}}{D_p L_{nE} N_{AE}} \tanh(W / L_p)}$$

- Pois $n_{E0}=n_i^2/N_{AE}$ e $p_{B0}=n_i^2/N_{DB}$ ($N_{AE}$ é a concentração de aceitadores no emissor; $N_{DB}$ é a concentração de doadores na base);
- E γ tende a 1 quando $N_{AE} >> N_{DB}$ (dopagem do emissor muito maior que a da base) e $W/L_p<<1$

# B (Eficiência de Transporte)

$$B = \frac{I_C}{I_{Ep}} \approx \frac{\frac{eAD_p}{L_p} p_{B0} \csc h\xi}{\frac{eAD_p}{L_p} p_{B0} \coth h\xi} = \sec h\xi$$

- Quando W/Lp << 1, sech tende a 1 e é o máximo valor de B. Ou seja, a eficiência de transporte depende basicamente de $W/L_p$.

# α e β

$$\alpha = B\gamma = \frac{1}{\cosh(W/L_p) + \frac{D_{nE}L_pN_{DB}}{D_pL_{nE}N_{AE}}\sinh(W/L_p)};$$

$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} = \frac{1}{\cosh(W/L_p) + \frac{D_{nE}L_pN_{DB}}{D_pL_{nE}N_{AE}}\sinh(W/L_p) - 1};$$

$$\beta \approx \left(\frac{W^2}{2L_p^2} + \frac{D_{nE}N_{DB}W}{D_pN_{AE}L_{nE}}\right)^{-1}; W/L_p << 1$$

# Curvas características

- Voltando às páginas 11 e 12, podemos reescrever:

$$I_E = I_{Es}(e^{qV_{EB}/kT} - 1) - \Lambda(e^{qV_{CB}/kT} - 1)$$

$$I_C = \Lambda(e^{qV_{EB}/kT} - 1) - I_{Cs}(e^{qV_{CB}/kT} - 1)$$

- É conveniente escrever na forma:

$$I_E = I_{Es}(e^{qV_{EB}/kT} - 1) - \alpha_I I_{Cs}(e^{qV_{CB}/kT} - 1); \alpha_I \equiv \frac{\Lambda}{I_{Cs}}$$

$$I_C = \alpha_N I_{Es}(e^{qV_{EB}/kT} - 1) - I_{Cs}(e^{qV_{CB}/kT} - 1); \alpha_N \equiv \frac{\Lambda}{I_{Es}}$$

- Notem que $\alpha_N = \alpha$

$$\Lambda \equiv \frac{eAD_p}{L_p} p_{B0} \csc h\xi; I_{Cs} \equiv \left( \frac{eAD_p}{L_p} p_{B0} \coth \xi + \frac{eAD_{nC}}{L_{nC}} n_{C0} \right) \Rightarrow$$

$$\alpha_N = \frac{\Lambda}{I_{Es}} = \frac{\frac{eAD_p}{L_p} p_{B0} \csc h\xi}{\left( \frac{eAD_p}{L_p} p_{B0} \coth \xi + \frac{eAD_{nE}}{L_{nE}} n_{C0} \right)} = \frac{1}{\cosh \xi + \frac{D_{nE} L_p N_{DB}}{D_p L_{nE} N_{AE}} \sinh \xi} \Rightarrow$$

$$\alpha_N = \frac{\sec h\xi}{1 + \frac{D_{nE} L_p N_{DB}}{D_p L_{nE} N_{AE}} \tanh \xi} = B\gamma = \alpha$$

# Curvas características

- Notem que a corrente de emissor é a soma de um diodo (EB) polarizado diretamente em série com outro diodo (CB) polarizado negativamente. No segundo diodo a corrente de saturação é multiplicada por um fator $\alpha_I$;
- Já a corrente de coletor é a soma de um diodo (EB) polarizado diretamente em série com outro diodo (CB) polarizado negativamente. No primeiro diodo a corrente de saturação é multiplicada por um fator $\alpha_N$;
- Estes fatores são inversamente proporcionais à corrente de saturação do diodo respectivo e dependem do fator de corrente do coletor proporcional a $L_p/W$;
- Três parâmetros são necessários: $I_{ES}$; $I_{CS}$ e $\Lambda$ para descrever as correntes de coletor e emissor e de base ($i_B=i_E-i_C$) em função de $V_{EB}$ e $V_{CB}$.

# Curvas características Base comum

- É conveniente escrever separadamente as correntes em função das tensões respectivas ($I_E$ com $V_{BE}$ e $I_C$ com $V_{CB}$). Da página 18:
- $I_C$-$\alpha_N I_E$: $$I_C - \alpha_N I_E = -(1-\alpha_I \alpha_N) I_{Cs}(e^{qV_{CB}/kT} - 1) \Rightarrow$$

$$I_C = \alpha_N I_E - I_{Cs0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1); I_{Cs0} \equiv I_{Cs}(1-\alpha_I \alpha_N)$$

- Analogamente, para $I_E$-$\alpha_I I_C$:

$$I_E = \alpha_I I_C + I_{Es0}(e^{qV_{EB}/kT} - 1); I_{Es_0} \equiv I_{Es}(1-\alpha_I \alpha_N)$$

- Podemos obter também $I_C$ em função de $I_B$:

$$I_E = I_C + I_B \Rightarrow I_C = \alpha_N (I_C + I_B) - I_{Cs0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1) \Rightarrow$$

$$I_C = \beta I_B - \frac{I_{Cs0}}{(1-\alpha_N)}(e^{qV_{CB}/kT} - 1); \alpha_N \sim \alpha_I \sim 1; \frac{I_{Cs0}}{(1-\alpha_N)} \rightarrow I_{Cs}$$

# Base comum

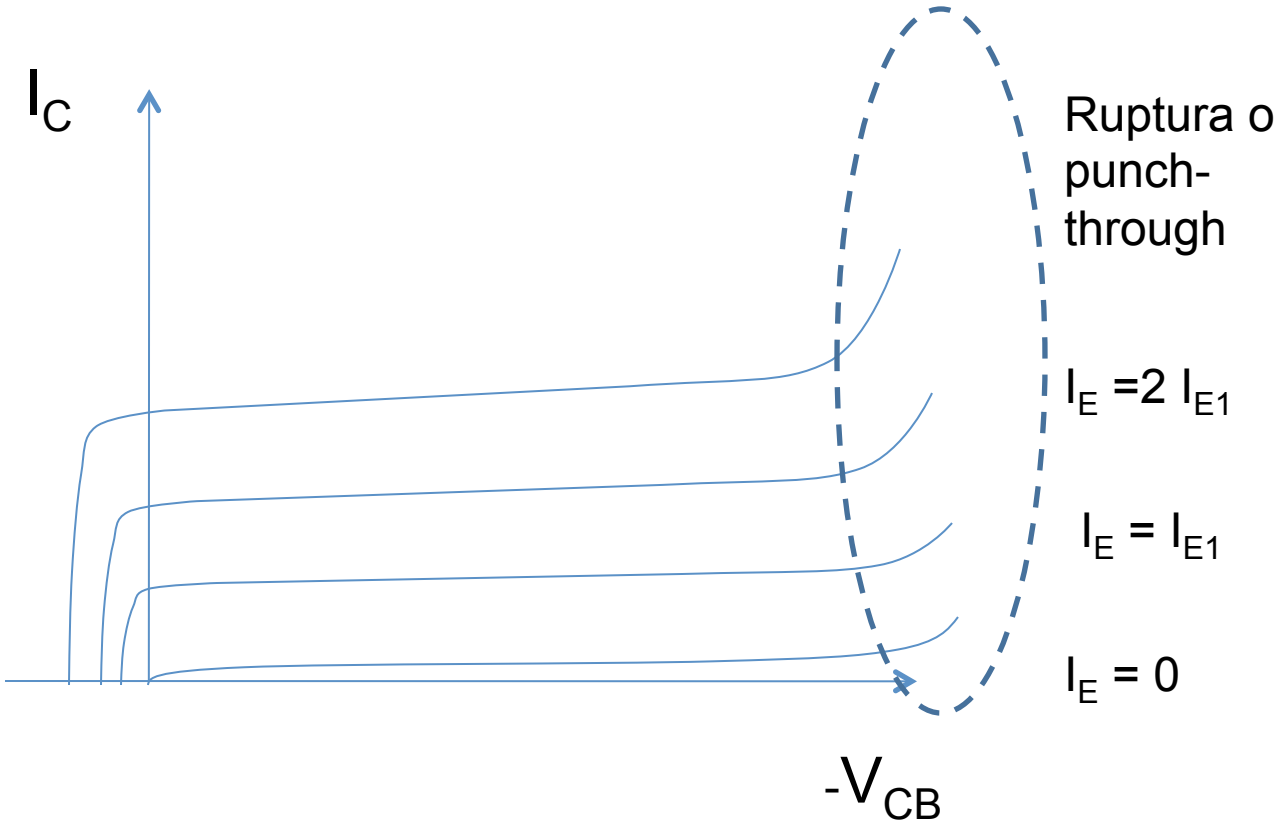
- Fazemos $I_c$ vs $-V_{CB}$ para $I_E$'s fixos:

$$I_C = \alpha_N I_E - I_{Cs0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1)$$

- Trata-se de um diodo em C-B com corrente negativa e tensão reversa quando $V_{CB}$ é negativo.
- $I_C = 0$, implica em: $$V_{CB} = \frac{kT}{q}\ell n\left(\frac{\alpha_N I_E / I_{Cs} + 1}{1}\right)$$
- Se $I_E = 0$ $V_{CB}=0$; Se $I_E$ aumenta, $V_{CB}$ fica mais positivo.
- $V_{CB}=0$ implica em $I_C=\alpha_N I_E$

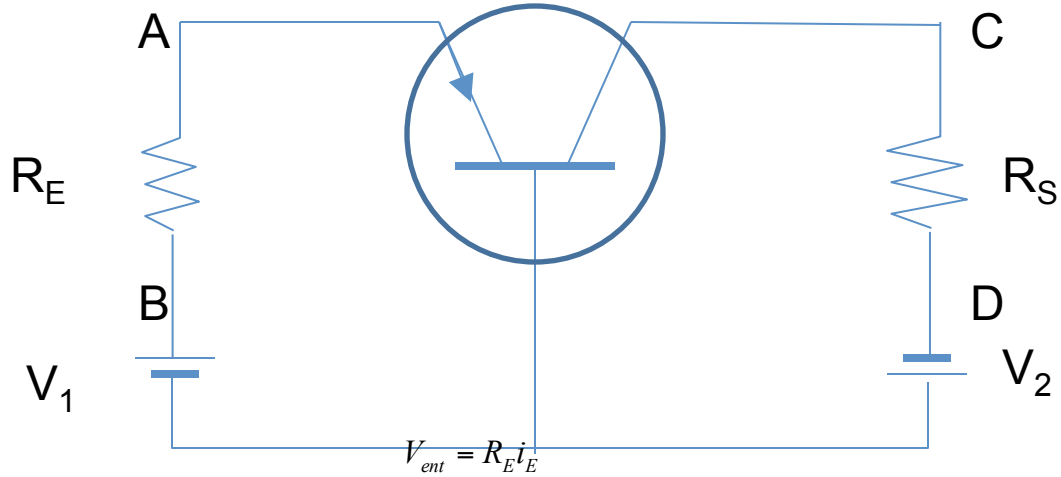
# Base comum

$I_c$ vs $-V_{CB}$ para IE aumentando de incrementos iguais .



# Base comum

Exemplo :



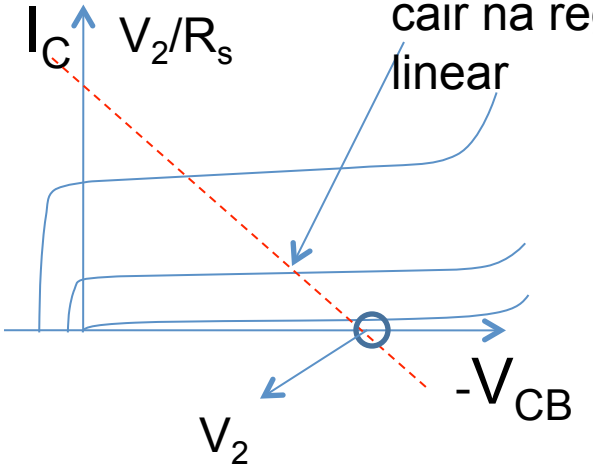

$V_1$, $V_2$, $R_E$ e $R_S$ deve ser escolhido para cair na região linear

$$i_E \approx \frac{V_1 - V_{bi}}{R_E} \approx \frac{V_1}{R_E}; V_{ent} \equiv V_A - V_B = -R_E i_E;$$

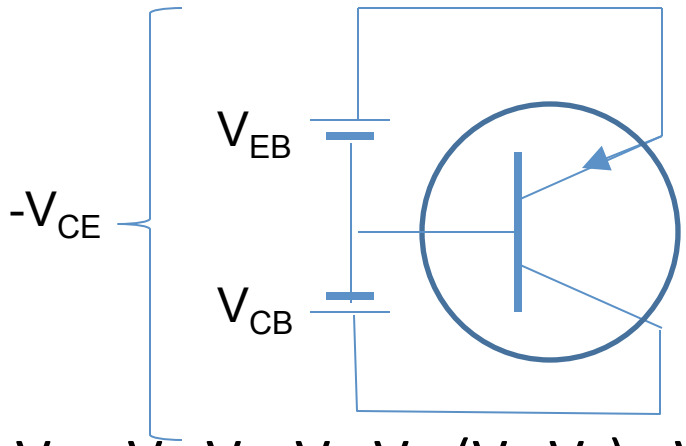
$$V_{sai} \equiv V_C - V_D = R_S i_C;$$

$$R_s i_c - V_2 = V_{CB} \Rightarrow i_c = \frac{V_{CB} + V_2}{R_s}$$

$$V_{sai} = R_S i_C = R_S \alpha i_E = -\frac{R_S \alpha}{R_E} V_{ent}$$



# Emissor comum




- Da página 21 e $V_{CE}=V_C-V_E=V_C-V_B-(V_E-V_B)=V_{CB}-V_{EB}<0$:

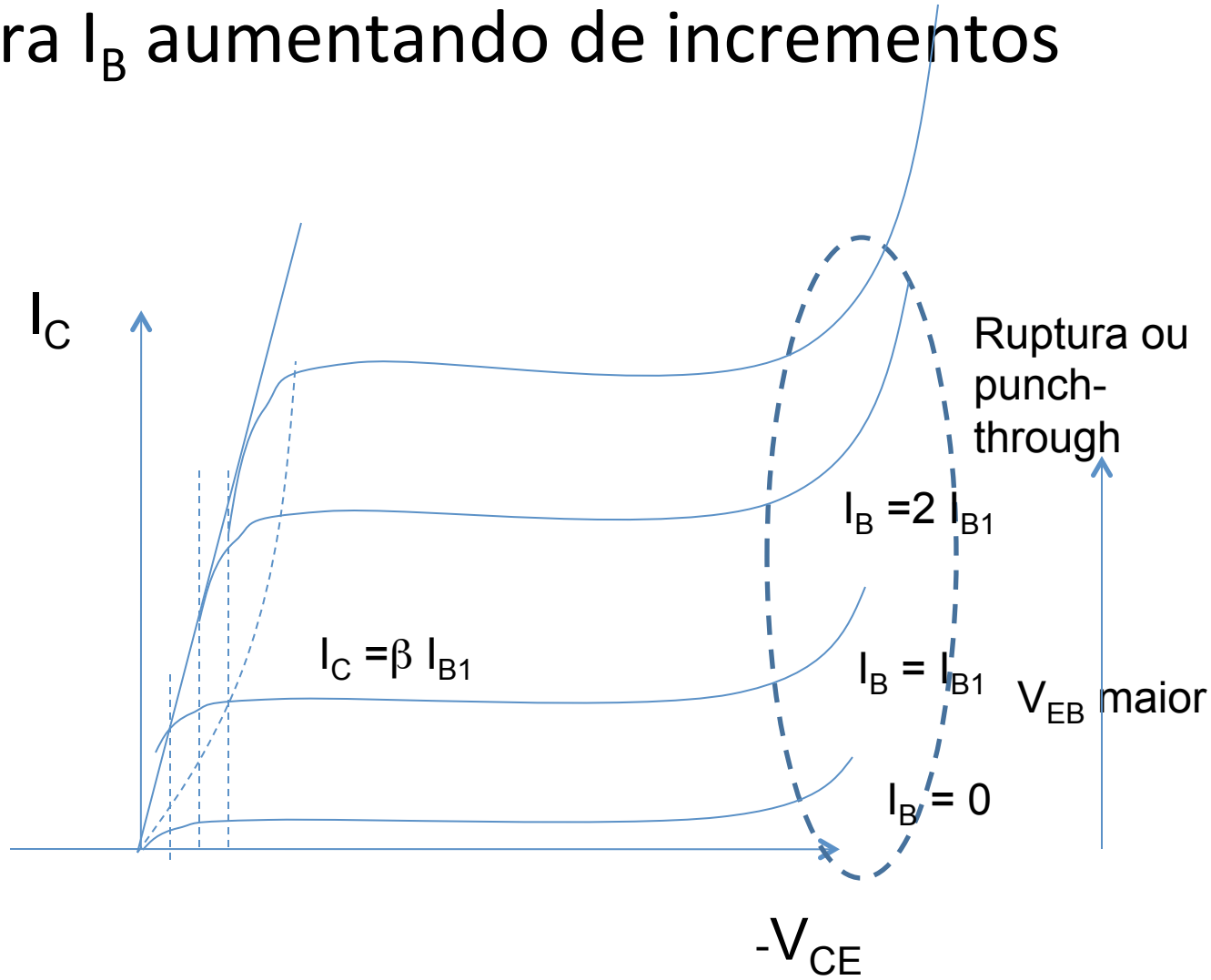
$$I_C = \beta I_B - I_{Cs0}(e^{qV_{CB}/kT}-1) = \beta I_B - I_{Cs0}[e^{q(V_{CE}+V_{BE})/kT}-1]$$

- Se $V_{BE}=0$, $I_B = 0$ e $$I_C = -I_{Cs0}[e^{q(V_{CE})/kT}-1]$$
- Conforme $V_{BE}$ aumenta, aumenta $I_B$ e quando $-V_{CE} = V_{EB}$ zera o segundo termo e fica $I_C=\beta I_B$; Nesta condição $V_{CB}=0$ pois

  $-V_{CB}+V_{EB} = -V_{CE}= V_{EB}$
- Mantendo-se um $V_{EB}$, conforme fazemos $-V_{CE}$ menos negativo, o coletor acaba por ser polarizado positivamente, o que leva a corrente rapidamente a 0.

# Emissor comum

$I_c$ vs. $-V_{CE}$ para $I_B$ aumentando de incrementos iguais .



# Early Voltage

- Para $-V_{CE}$ grande e um certo $I_B$ :

$$I_C = \beta I_B \approx \frac{2L_p^2}{W'^2} I_B; W' = W - W_{BC}; W_{BC} << W \Rightarrow$$

$$I_C \approx \frac{2I_B L_p^2}{W^2}\left(1 + 2\frac{W_{BC}}{W}\right); W_{BC} = \sqrt{\frac{N_C + N_B}{N_C N_B}\frac{2\varepsilon(V_{bi} - V_{CE})}{q}};$$

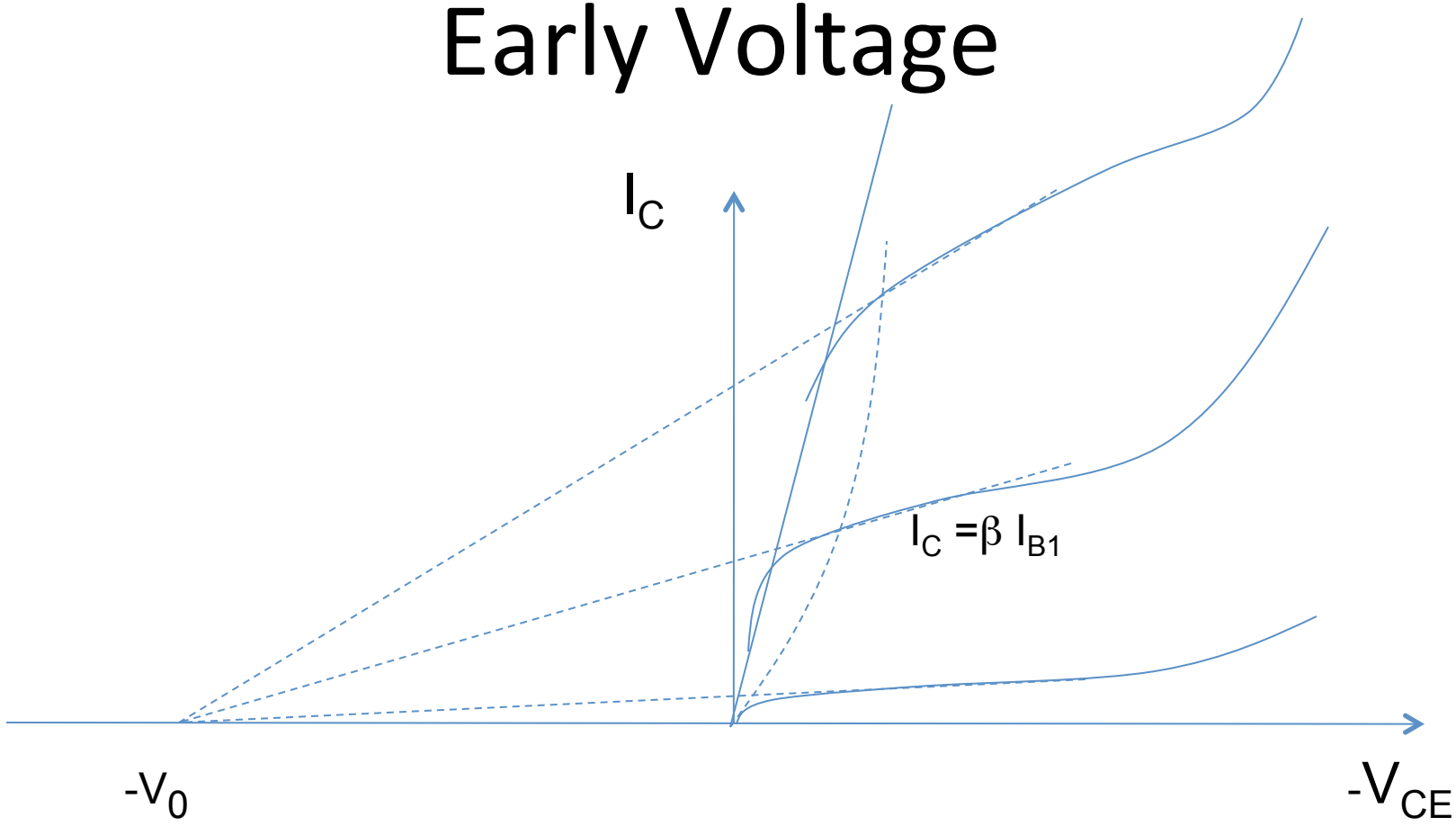
$$W_{BC}(V_{CE}) \approx W_{BC}(V_{CE0}) + \frac{dW_{BC}}{d(V_{CE})}V_{CE} \approx W_{BC0} - \frac{\varepsilon V_{CE}}{W_{BC0}N_C q}; N_C >> N_B; |V_{bi}| << |V_{CE}|$$

$$I_C \approx \frac{2I_B L_p^2}{W^2}\left(1 + 2\frac{W_{BC0} - \frac{\varepsilon V_{CE}}{W_{BC0}N_C q}}{W}\right) \approx \frac{2I_B L_p^2}{W^2}\left(1 + 2\frac{\varepsilon(-V_{CE})}{W W_{BC0} N_C q}\right);$$

$$I_C \approx \beta I_B[1 + \frac{(-V_{CE})}{V_0}]; V_0 \equiv \frac{2WN_C q}{\varepsilon / W_{BC0}} = 2\frac{Q_B}{C_{CB}}$$

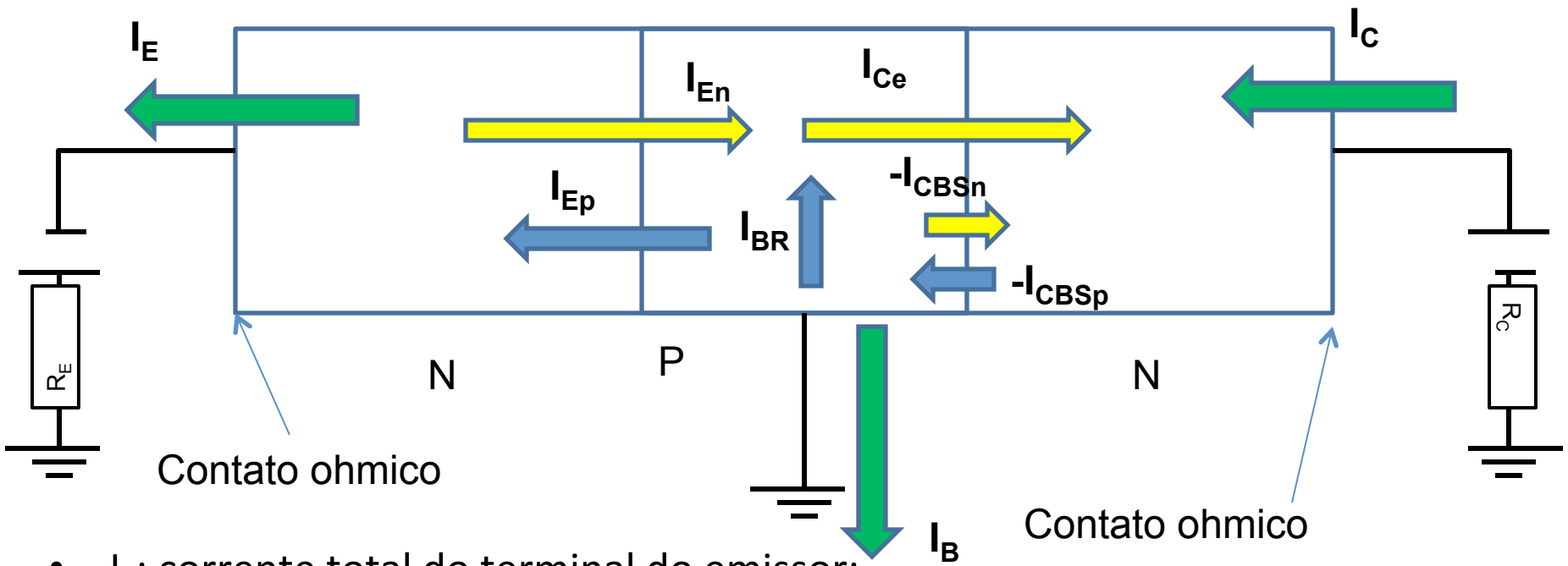
- Ou seja, aproxima-se a uma reta com inclinação $\beta I_B/V_0$ e intercessão com o eixo horizontal em $-V_{CE}=-V_0$

# Early Voltage

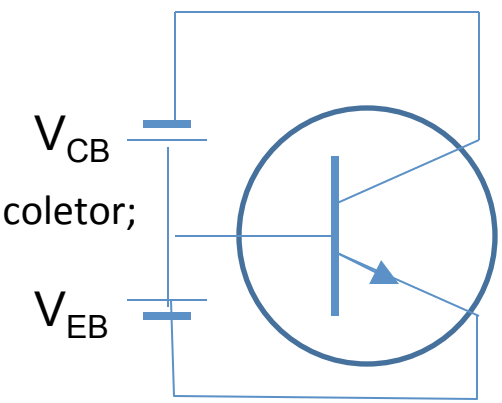



- Quanto menor $V_0$, mais o ganho varia com $V_{CE}$

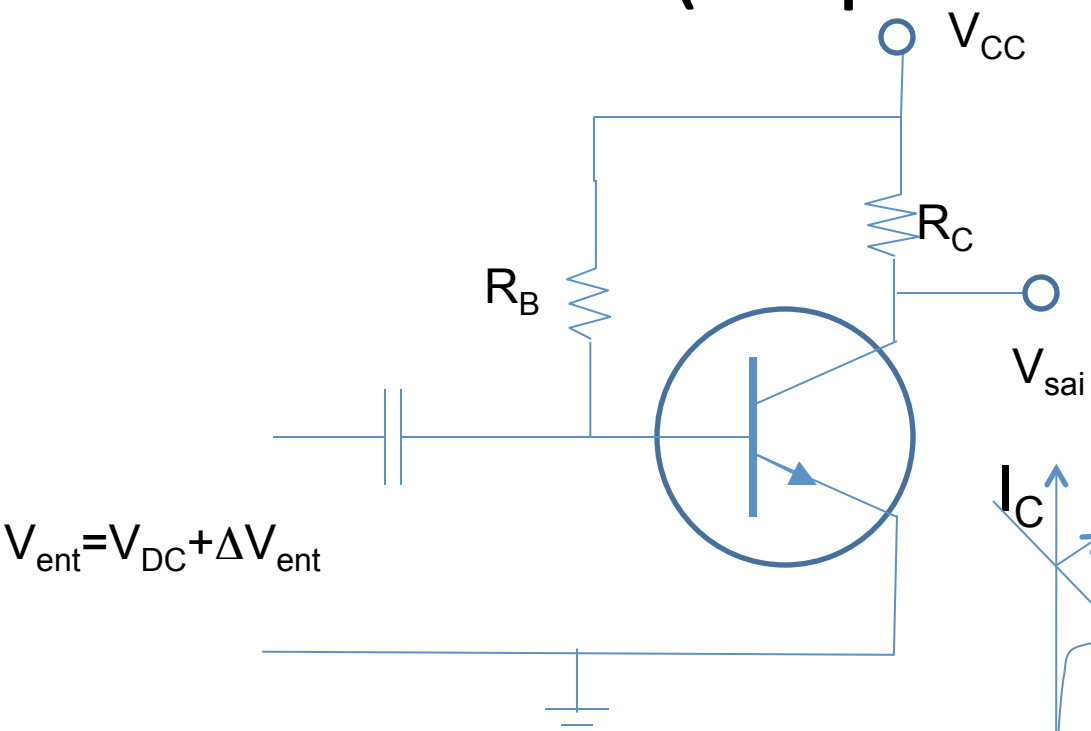
# NPN



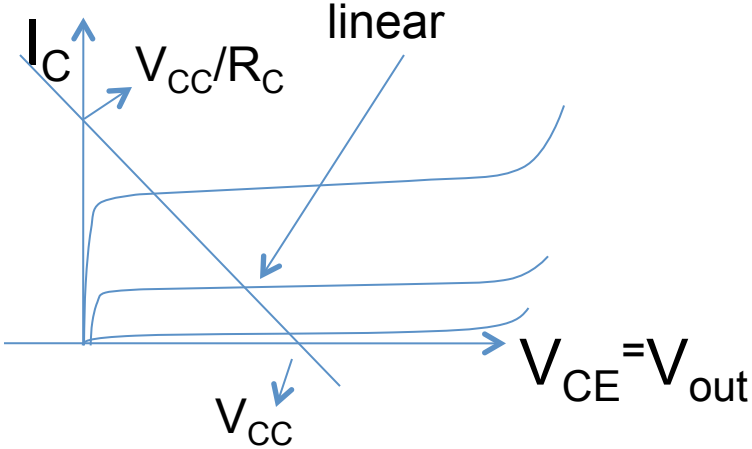

- $I_E$: corrente total do terminal do emissor:
  - $I_{En}$: corrente de elétrons injetados na base;
  - $I_{Ep}$: corrente de buracos injetados no emissor;
- $I_C$: corrente total do terminal do coletor:
  - $I_{cn}$: corrente de elétrons injetados do emissor que vão direto ao coletor;
  - $I_{CBn}$: $-I_{CBSn}$ Corrente de saturação de elétrons; $I_{CNT} = I_{CBn} + I_{cn}$
  - $I_{cBp} = -I_{CBSp}$: Corrente de saturação de buracos;
- $I_B$: corrente total do terminal do coletor:
  - Iep e -ICBp-ICBn
  - Ibr: corrente de buracos que se movem para recombinar com os buracos injetados do emissor que não atravessam ao coletor



# Emissor comum (amplificador exemplo)




$V_{CC}$, $R_B$ e $R_C$ devem ser escolhidos para cair na região linear




$$i_B \approx \frac{V_{CC}-V_{bi}}{R_B}; V_{ent} = \Delta V_{ent} \Rightarrow \Delta i_B = \frac{\Delta V_{ent}}{R_B};$$

$$V_{sai} = V_{CC} - R_C i_C \Rightarrow \Delta V_{sai} = -R_C \Delta i_C$$

$$i_C = (V_{CC} - V_{CE}) / R_C; \Delta i_C = \beta \Delta i_B \Rightarrow \Delta V_{sai} = -R_C \beta \Delta i_B$$

$$\Delta V_{sai} = -\beta \frac{R_C}{R_B} \Delta V_{ent}$$

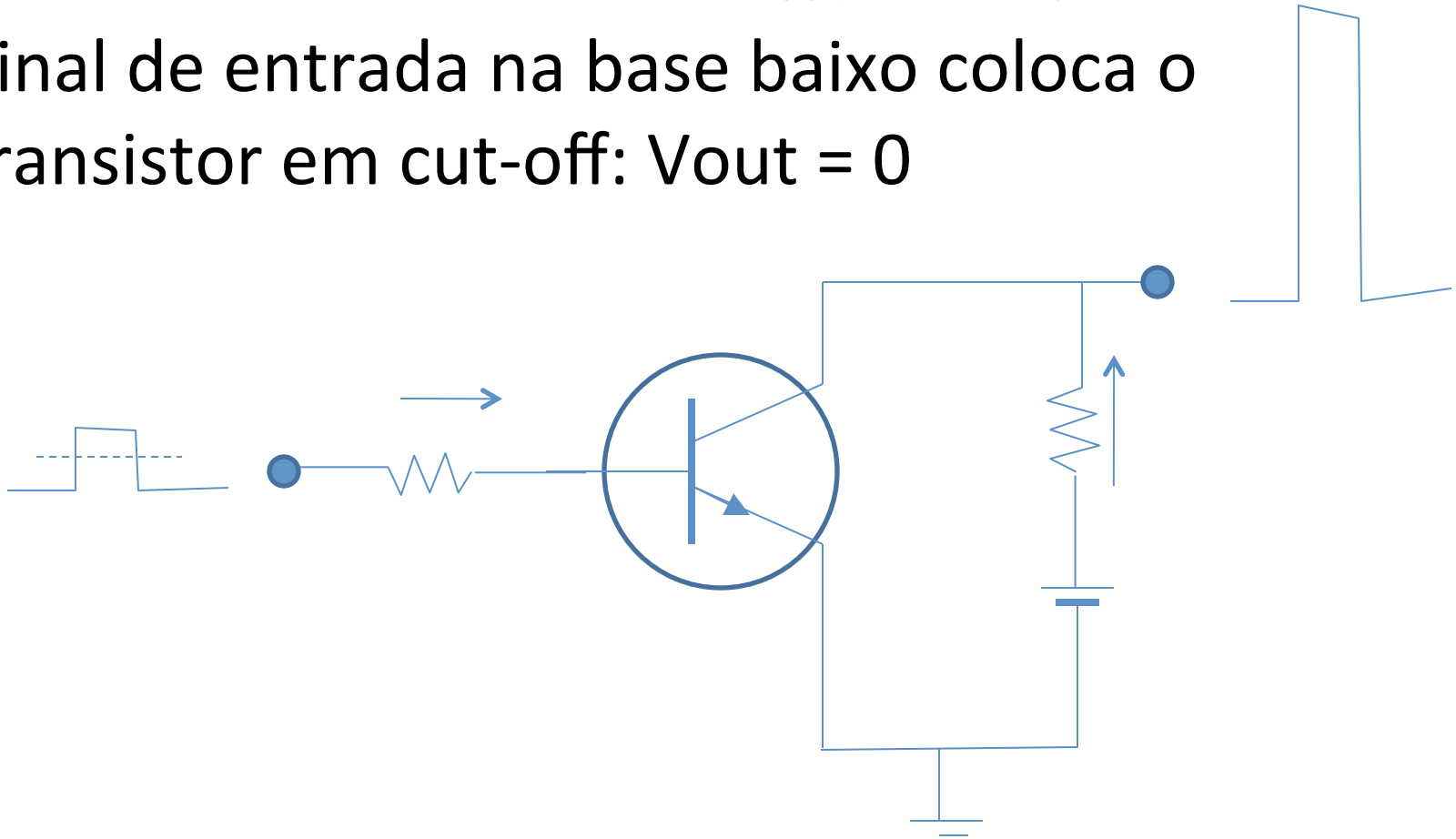
Escolhe-se as tensões e resistências para uma região linear do transistor e o ponto quiescente de operação é determinado;

O capacitor filtra o DC da entrada.

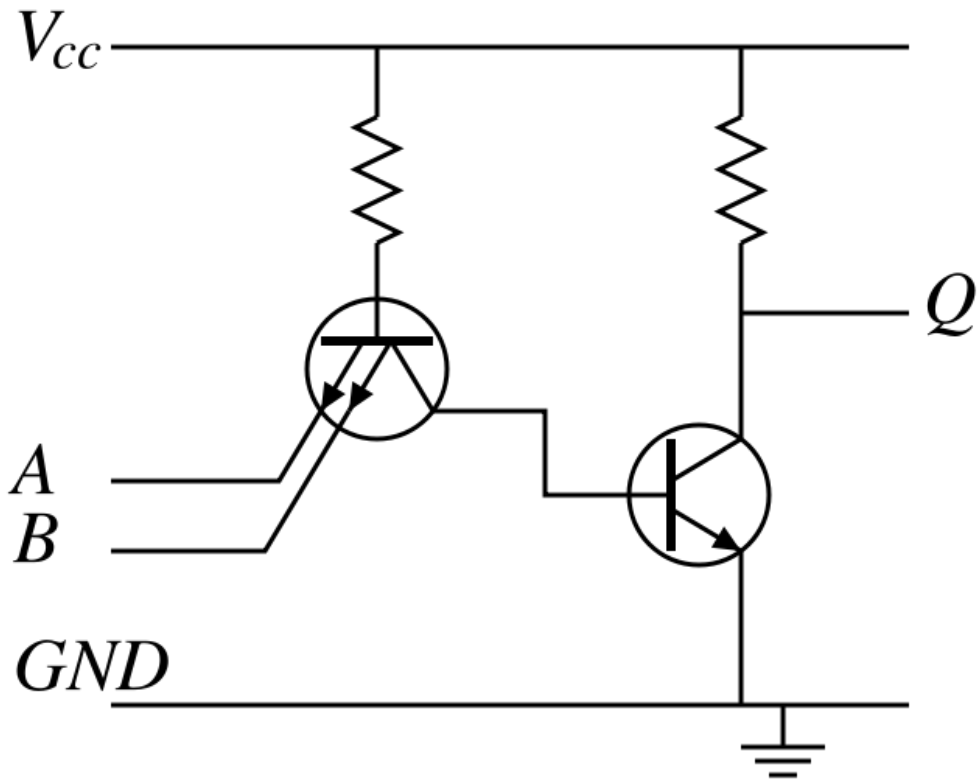
O sinal AC é então amplificado.

# Chave

- Sinal de entrada na base alto coloca o transistor em saturação;$V_{out} = V + RI_c$
- Sinal de entrada na base baixo coloca o transistor em cut-off: Vout = 0

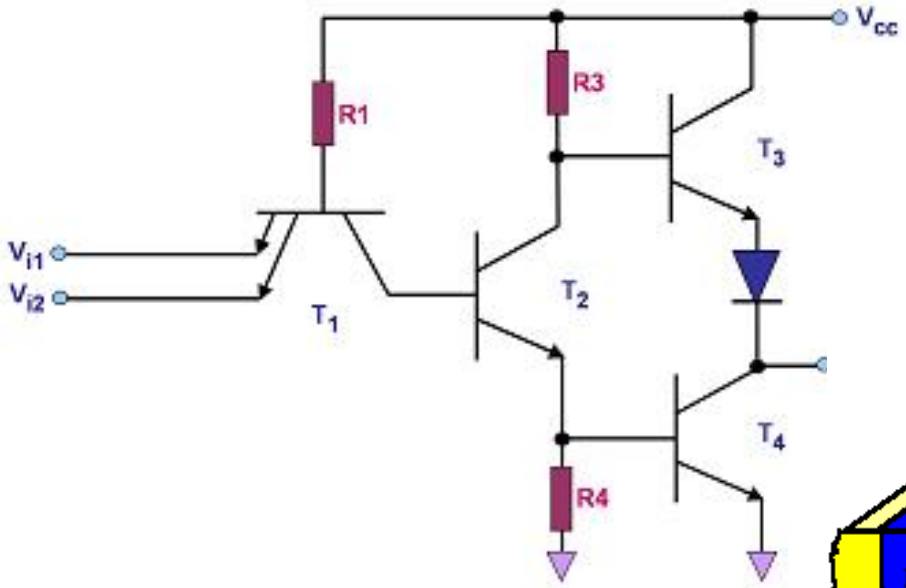


# Básico TTL

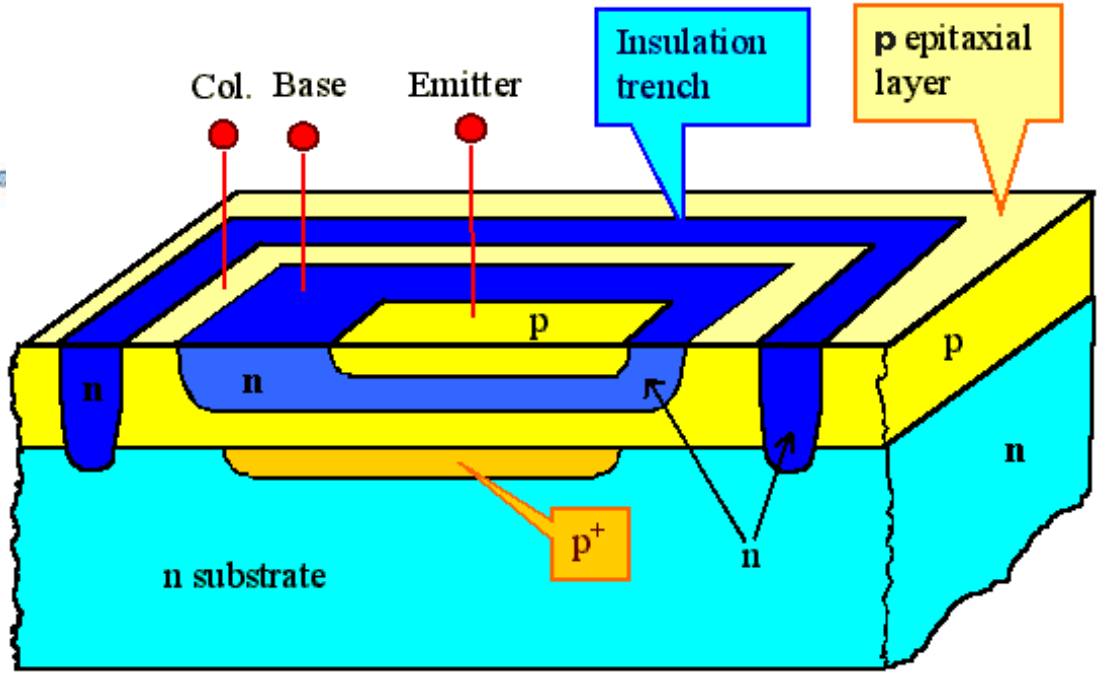



- NAND gate (evolução do DTL diodo transistor logic)
  - A e B em Vcc polariza reversamente E-B, mas diretamente B-C (inverte emissor e coletor ~uA) passando corrente para a base do transistor de saída. O transistor então conduz levando Q a zero. 1 e 1 vai a zero a saída vai a 0.
  - Se A ou B vai a zero, o segundo transistor vai a cut-off e não há corrente no segundo. Portnato, Q vai a $V_{CC}$. Ou seja 1 e 0 ou 0 e 1 vai a 1

# TTL real




Um transistor




- Sem o pull-up, impedância de saída é alta. Com totem-pole, a saída leva a corrente C – E para V out com baixa impedância.