FI-227 Física de Componentes Semicondutores

Tópico 3: transporte

Transporte

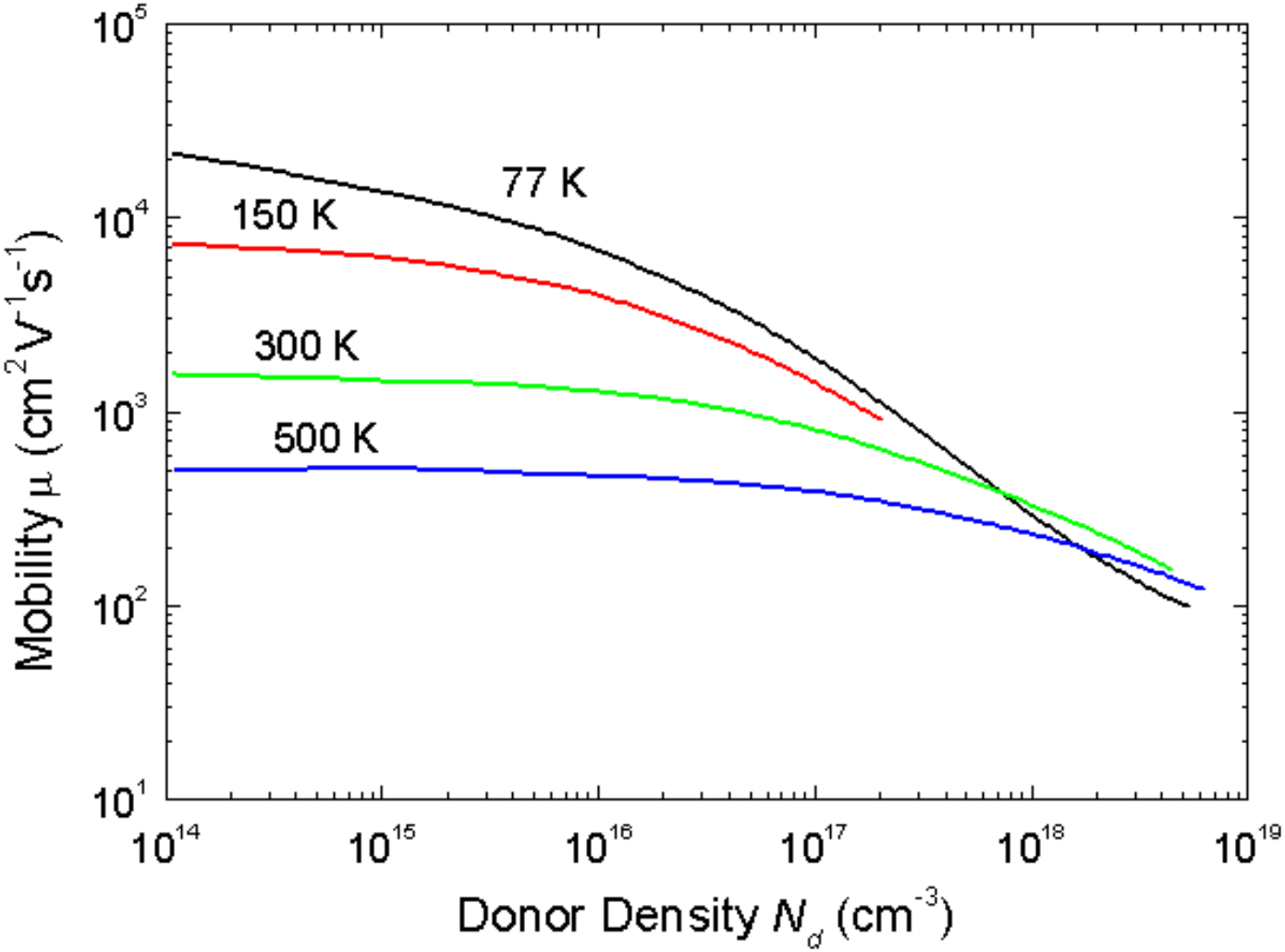
- Modelo de Drude:
- Tipo p: $\boldsymbol{J}_{deriva}=e.p.\boldsymbol{v}$ (fluxo de carga = densidade x velocidade)
- $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0+e\boldsymbol{E}t/m^*$; Em média, temos um evento de espalhamento a cada tempo τ; então:
- $\langle\boldsymbol{v}\rangle = \boldsymbol{E}e\tau/m_v^*=\mu\boldsymbol{E}$; onde μ é a mobilidade.
- Então: $\boldsymbol{J}_{deriva}= e.p.\mu\,\boldsymbol{E} = e^2p\tau/m_v^*\boldsymbol{E}$;
- Portanto, a resistividade é $\rho = m_v^*/e^2p\tau$

Mobilidade

- Três contribuições fundamentais:
- Não polares (Si, Ge)
  - Espalhamento em fônons acústicos: $\mu_f \approx (m^*)^{-5/2} T^{-3/2}$
  - Espalhamento em impurezas: $\mu_i \approx (m^*)^{-1/2} N_i^{-1} T^{3/2}$
  - $1/\mu = (1/\mu_f + 1/\mu_i)$
- Polar (III-V):
- (Espalhamento em fônons ópticos + impurezas)
  - $\mu \approx (m^*)^{-3/2} T^{1/2}$

– Baixa temperatura espalhamento em impurezas domina.

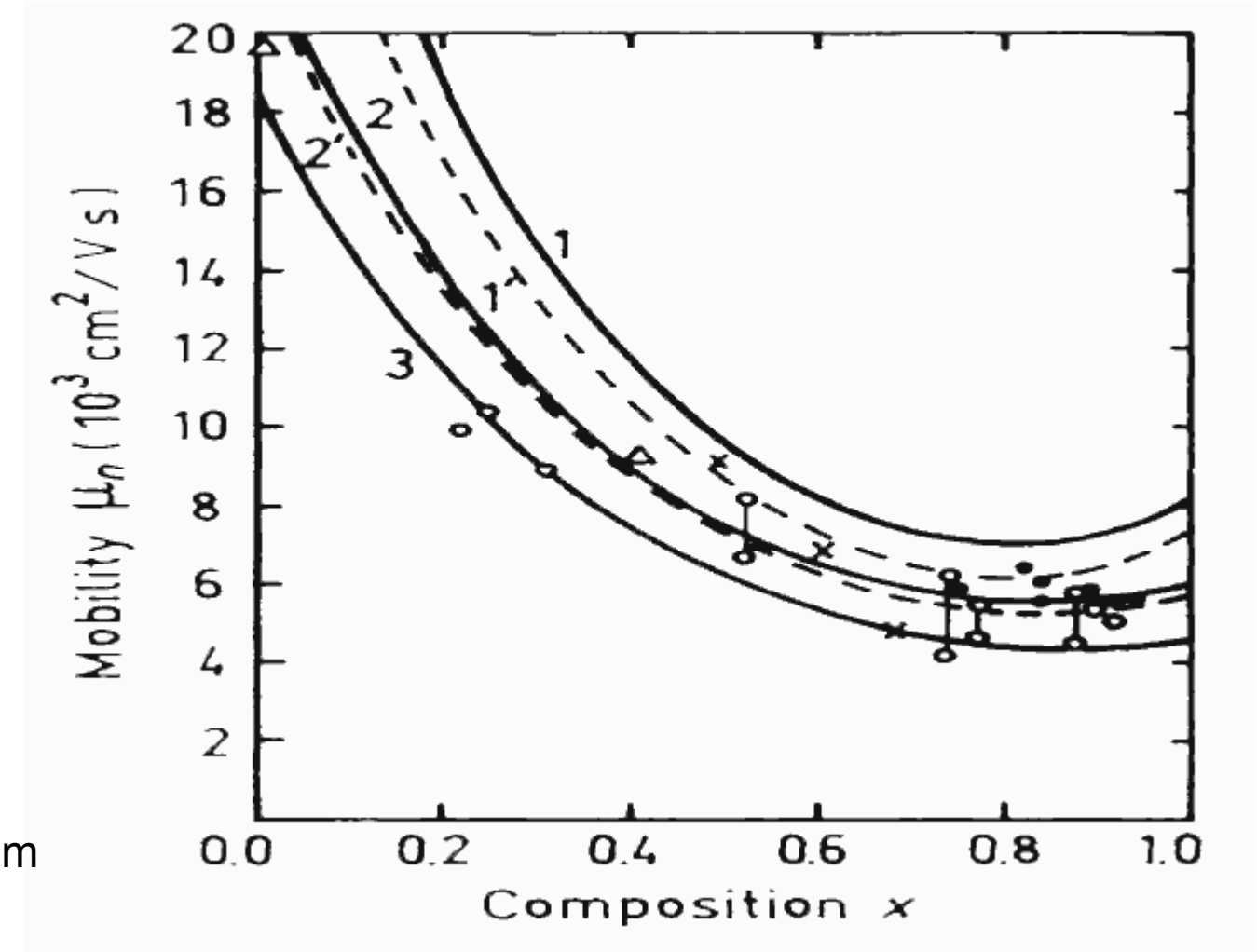
n-Si



Li, S. S. and W. R. Thurber, *Solid State Electron.* **20,** 7 (1977) 609-616.

n-$In_xGa_{1-x}As$ 300K

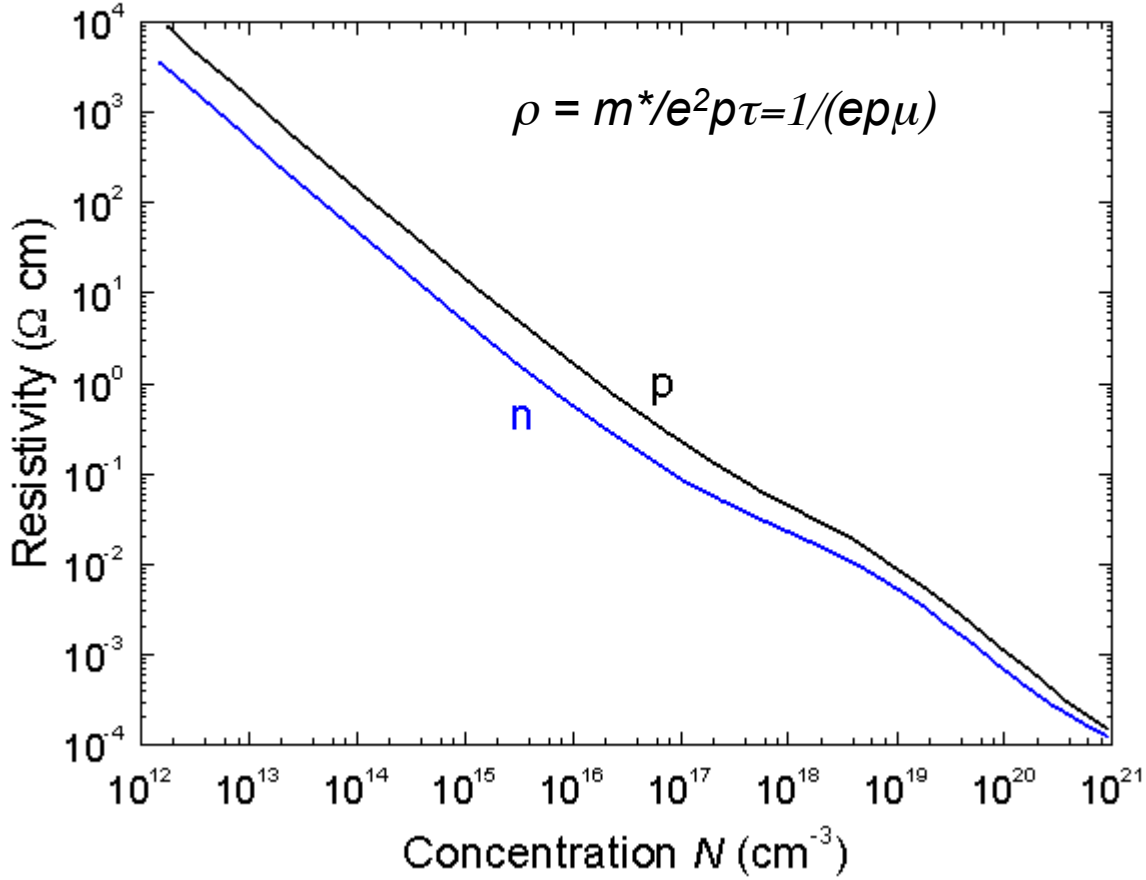
- $n=3\cdot10^{15}$ cm^{-3}; $n=4\cdot10^{16}$ cm^{-3}; $n=2.3\cdot10^{17}$ cm^{-3}.



Notem que a mobilidade é bem maior que a do Silício

Resistividade ($1/\sigma$)

- Depende de μ *e a* densidade de portadores n ou p;
- μ diminui com N_{IMP} e com a temperatura.
- n ou p aumentam com N_{IMP} e com a temperatura



Si, 300K

Difusão

- Elétrons:

$$J_{dif} = eD_n \nabla n$$

- Elétrons flúem na direção da diminuição da concentração (-grad). Como as cargas são negativas a corrente é paralela ao gradiente.
- Lacunas:

$$J_{dif} = -eD_p \nabla p$$

- lacunas flúem na direção da diminuição da concentração (-grad). Como as cargas são positivas a corrente é anti-paralela ao gradiente.

Equilíbrio

- Suponha um semicondutor tipo n em equilíbrio térmico .
- $J_{total} = J_{deriva} + J_{dif} = 0;$
- Se existe uma diferença de potencial V(x) causada pela distribuição não uniforme de cargas, temos:

$$n(x) = N_C e^{-(E_c - eV(x) - \mu)/kT};$$

$$J_{dif} = en(x)\frac{D_n}{kT}e\frac{dV(x)}{dx}$$

$$-J_{deriva} = -e\mu_n n(x)E = e\mu_n n(x)\frac{dV(x)}{dx} \Rightarrow$$

$$\frac{D_n}{kT}e = \mu_n \Rightarrow D_n = \mu_n \frac{kT}{e}$$

- O mesmo vale para D_p;

Recombinação

- Se tivermos portadores em excesso, conforme comentamos antes, $np>n_i^2$, teremos sempre processos de recombinação de elétrons com buracos. Nos processos que descrevemos: a taxa de recombinação é proporcional a $np-n_i^2 \equiv \delta n^2$, $U=B\,\delta n^2$; De fato, processos de recombinação podem ser descritos por:
  $R=A\delta n+B\delta n^2+C\delta n^3+.. =\delta n/\tau(\delta n)$, onde, A descreve recombinação em defeitos e C envolvendo mais de duas bandas (Auger).
- O termo em B é o único radiativo e é descrito pela matriz de transição entre as bandas.

Geração

- A geração pode se dar por diversos mecanismos que criam pares eletron-buraco;
- Dois casos de interesse:
  - Injeção de portadores: corrente i: $G=d\delta n/dt=i/(e.Vol)$
  - Absorção de fotons com potência *P(t) num ponto x:*

$G(t)=\eta\, P(t)/(Vol.h\nu)$; ($\eta$ é a eficiência quântica)

  - Absorção de fotons com intensidade *I(x):*

$G(x)=d\delta n/dt= (\eta / h\nu)Area.[I(x)-I(x+\Delta x]/(Area.\Delta x)$;

$G(x)= -(\eta / h\nu)\, dI(x)/dx$

Equação de Continuidade

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - U_n + \left(\frac{1}{e}\right)\nabla . J;$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - U_p - \left(\frac{1}{e}\right)\nabla . J;$$

- De forma geral, nosso problema é resolver auto-consistentemente:
  - Eq. de Maxwell;
  - Equação de continuidade;
  - Lembrando da estatística de Fermi-Dirac para descrever os eletrons e lacunas.

- Consideremos estar próximo à situação de equilíbrio;
- Consideremos também que os campos criados pelos portadores seja muito menor que campos aplicados;
- Nesta situação:
- Excesso de buracos:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - \frac{p - p_0}{\tau(p)} - p\mu_p \frac{\partial \mathrm{E}}{\partial x} - \mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

- Excesso de eletrons:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - \frac{n - n_0}{\tau(n)} + n\mu_n \frac{\partial \mathrm{E}}{\partial x} + \mu_n E \frac{\partial n}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

- Nos casos de campos uniformes (dE/dx=0), temos
- Excesso δp de buracos:

$$\frac{\partial \delta p}{\partial t} = G_p - \frac{\delta p}{\tau_p} - \mu_p E \frac{\partial \delta p}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 \delta p}{\partial x^2}$$

- Excesso δn de eletrons:

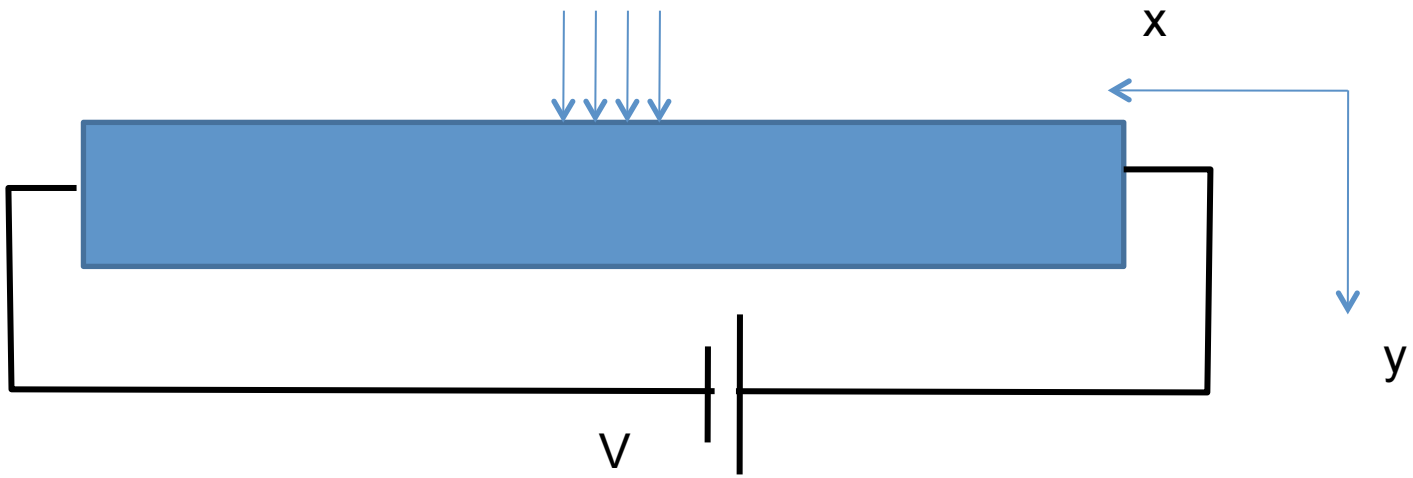
$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} = G_n - \frac{\delta n}{\tau_n} + \mu_n E \frac{\partial \delta n}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 \delta n}{\partial x^2}$$

$$\delta p \equiv p - p_0 ; \delta n \equiv n - n_0$$

Exemplos

- Medida de tempo de vida;*
- Injeção estacionária por um lado;*
- Recombinação Superficial;*
- *Ver Sze, p.52-57;
- Injeção estacionária de portadores por luz de um lado;

Tempo de vida (bi-dimensional)



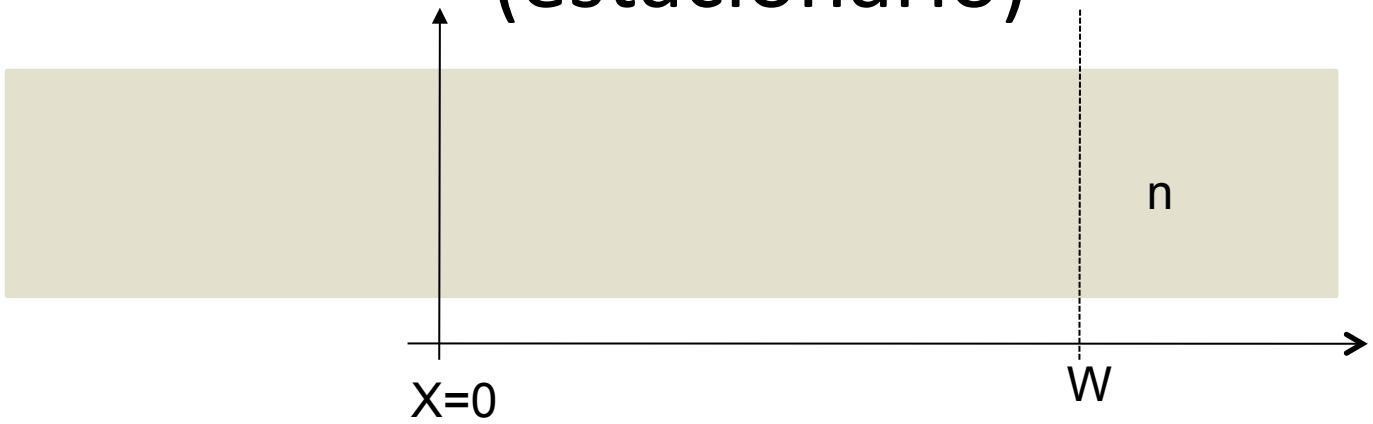
- Luz com intensidade I é incidida sobre o semicondutor;
- No material $I(y)=I_0e^{-\alpha y}$
- $G(y)= [I(y)/h\nu]\alpha$
- Portadores retirados por um campo aplicado na direção x. $J_x=e(V/L)(n\mu_n+ p\mu_p)$
- Com a luz, aumenta *n e p* e, portando J_x para um mesmo V, a resistividade diminui.

- Vamos resolver para os eletrons, por simplicidade.
- Consideremos inicialmente $G_n \approx (\alpha I_0/h\nu) \equiv G_0$;

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} = G_n - \frac{\delta n}{\tau_n}$$

- $d\delta n/dt=0$, temos: $\delta n_0 = G_0 \tau_n$,
- Se a luz é desligada, temos $\delta n(t=0) = \delta n_0$;
- $\delta n(t) = \delta n_0 exp(-t/\tau_n)$; Analogamente para p e :
- $J_x(t)=e(V/L)[\delta n_0 exp(-t/\tau_n)\mu_n + \delta p_0 exp(-t/\tau_p)\mu_p]$
- $J_x(t) \approx e(V/L)\, G_0 \tau[\mu_n + \mu_p]\, exp(-t/\tau)$
- Cria-se uma corrente estacionária. Quando desligado, o tempo de τ pode ser medido facilmente!

Injeção de portadores minoritários (estacionário)



- Consideremos que em x=0, temos um excesso de portadores $\delta p_n(0)=\delta_0$, $\delta p_n(x)$ numa região n para x>0.
- Consideremos $E=0$; qual é a corrente em x=0, considerando que todo excesso em x=W é removido?

- Temos:

$$0 = -\frac{\delta p_n(x)}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 \delta p_n(x)}{\partial x^2}$$

- Com solução geral:

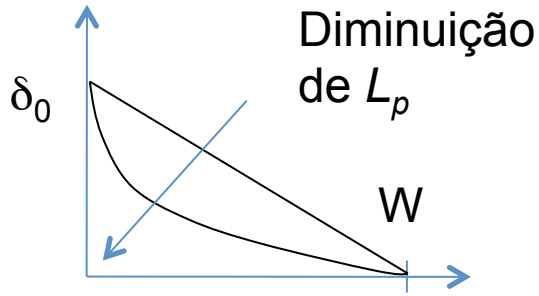
$$\delta p_n(x) = Ae^{x/L_p} + Be^{-x/L_p};$$

$$L_p \equiv \sqrt{\tau_p D_p}$$

L_p é o comprimento de Debye

- Condição de contorno: $\delta p_n(0) = \delta_0; \delta p_n(W) = 0$

$$A = -\frac{\delta_0 e^{-W/L_p}}{2\sinh(W/L_p)}; B = \frac{\delta_0 e^{W/L_p}}{2\sinh(W/L_p)}$$



- Portanto: $\delta p_n(x) = \delta_0 \sinh\left(\frac{W-x}{L_p}\right) / \sinh\left(\frac{W}{L_p}\right); x < W$

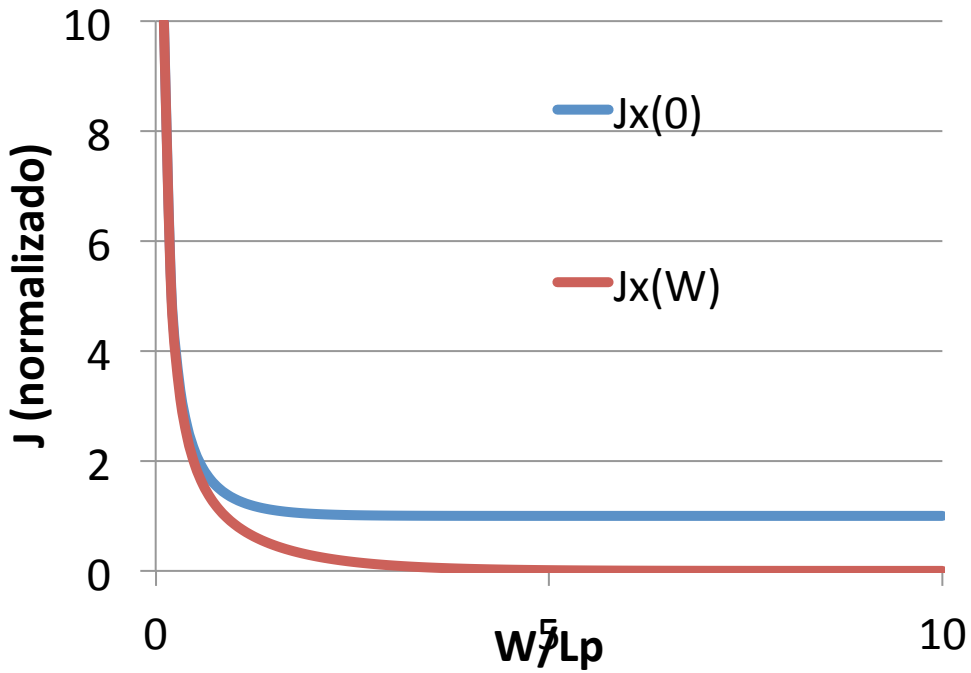
- A corrente em x=0 é:

$$J_x(x) = -eD_p \frac{d}{dx}\delta p_n(x) = eD_p \cosh\left(\frac{W-x}{L_p}\right) / \sinh\left(\frac{W}{L_p}\right)$$

- Portanto: $J_x(x=0) = e\delta_0 \frac{D_p}{L_p} \coth\left(W / L_p\right)$

- J_x em x = W é: *(notem que deve haver um suprimento de elétrons para recombinação)*

$$J_x(x=W) = e\delta_0 \frac{D_p}{L_p} \frac{1}{\sinh\left(W / L_p\right)}$$



- Se W→∞: $\delta p_n(x) = \delta_0 e^{-x/L_p}$
- Então: $J_x(x=0) = e\delta_0 D_p / L_p = e\delta_0 v_D ; v_D \equiv D_p / L_p$
- J_x em x = W é: $J_x(x=W) = 0$
- Se W→0: $J_x(x=0) = J_x(x=W)$

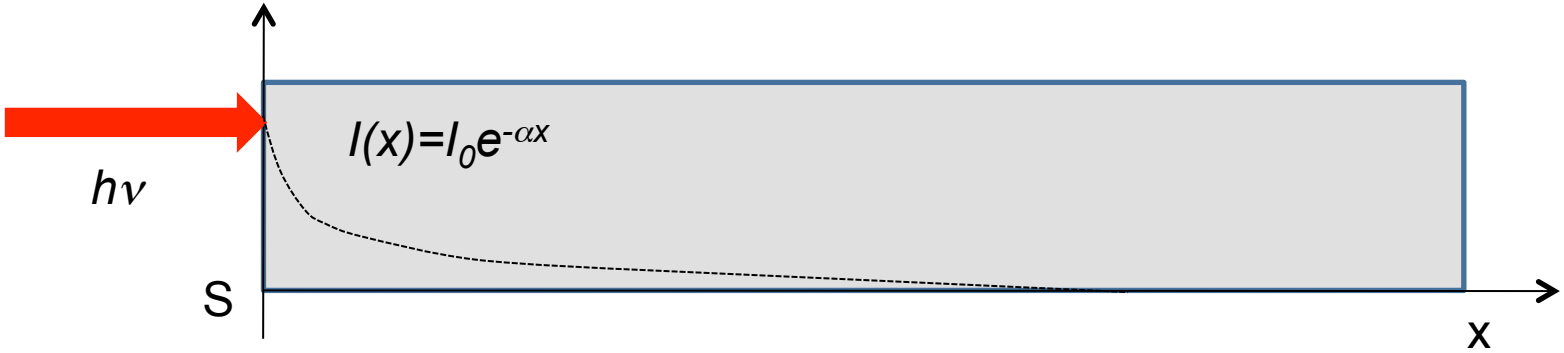
D_p/L_p tem dimensão de velocidade

Velocidade de recombinação superficial

- Em uma interface, os defeitos ou ligações soltas são armadilhas para os portadores em excesso.
- Uma maneira de incluirmos os efeitos destas armadilhas é definir um fluxo $J=\delta(r)S$, onde S é chamada velocidade de recombinação superficial.
- Dado coeficiente de difusão de portadores, D, temos:

$$-D\vec{\nabla}\delta(\vec{r}).\hat{n}(\vec{r}) = \delta(\vec{r})S$$

Luz + recombinação superficial



- Luz é incidida em x=0 num material tipo n. Neste mesmo ponto temos uma interface com velocidade de recombinação S.
- Geração: $G(x)=\alpha I_0 e^{-\alpha x}/h\nu$
- Cond. de contorno: $x\rightarrow\infty$, excesso $\delta(x) \rightarrow 0$;
- Em x=0; $Dd\delta(x)/dx= \delta(x)S$

$$D_p \frac{\partial^2 \delta p_n(x)}{\partial x^2} - \frac{\delta p_n(x)}{\tau_p} = -\frac{\alpha I_0 e^{-\alpha x}}{h\nu}$$

$$\delta p_n(x) = \delta_{p_n}^{H}(x) + \delta_{p_n}^{NH}(x);$$

$$\delta_{p_n}^{H}(x) = Be^{-x/L};$$

$$\delta_{p_n}^{NH}(x) = Ce^{-\alpha x};$$

$$\delta p_n(x) = \frac{\alpha I_0 \tau}{h\nu(1 - L^2\alpha^2)} \left[e^{-\alpha x} - \frac{\alpha D + S}{D/L + S} e^{-x/L} \right];$$

$$\delta p_n(x) = \frac{\alpha I_0 \tau}{h\nu(1-L^2\alpha^2)}\left[e^{-\alpha x} - \frac{\alpha D + S}{D/L + S} e^{-x/L}\right]; v_D \equiv D/L$$

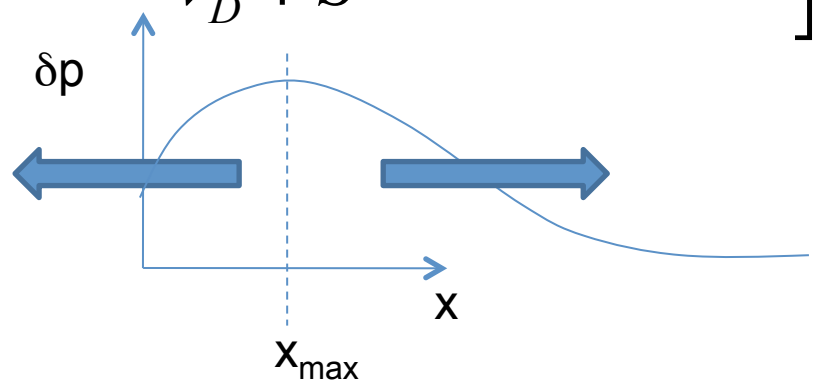
$$\delta p_n(x) = \frac{\alpha I_0 \tau}{h\nu(1-L^2\alpha^2)}\left[\frac{e^{-\alpha x}(S+v_D) - e^{-x/L}(S+\alpha D)}{v_D + S}\right];$$

$$\delta p_n(0) = \frac{\alpha I_0 \tau}{h\nu(1-L^2\alpha^2)}\left[\frac{v_D - \alpha D}{v_D + S}\right];$$

$$J_{px}(x) = \frac{eD\alpha I_0 \tau}{h\nu(1-L^2\alpha^2)}\left[\frac{\alpha e^{-\alpha x}(S+v_D) - (1/L)e^{-x/L}(S+\alpha D)}{v_D + S}\right];$$

$$J_{px}(0) = -eS\delta p_n(0);$$

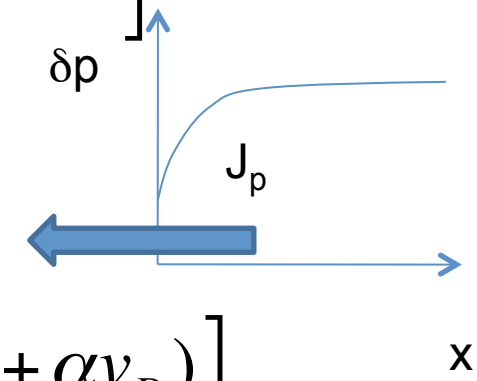
$$x_{\max} = \frac{1}{(1-\alpha L)}\ell n\left[\frac{(S+\alpha D)}{\alpha L(S+v_D)}\right]$$



- Para $\alpha \rightarrow 0$, G é uniforme, então temos:

$$\delta p_n(x) \approx \frac{\alpha I_0 \tau}{h\nu}\left[\frac{(1-\alpha x)(S+v_D)-e^{-x/L}(S+\alpha D)}{v_D+S}\right];$$

$$\delta p_n(0) \approx \frac{\alpha I_0 \tau}{h\nu}\left[\frac{v_D-\alpha D}{v_D+S}\right];$$



$$J_{px}(x) \approx \frac{-eD\alpha I_0 \tau}{h\nu}\left[\frac{-\alpha(S+v_D)-e^{-x/L}(S/L+\alpha v_D)}{v_D+S}\right];$$

$$J_{px}(0) \approx \frac{-eD\alpha I_0 \tau}{h\nu}\left[\frac{S(1/L-\alpha)}{v_D+S}\right];$$

$$x_{\max} = \frac{1}{(1-\alpha L)}\ell n\left[\frac{S}{\alpha L(S+v_D)}\right]$$

1/L>α corrente flui para a superfície;
Xmax tende a não existir ou estar no infinito.

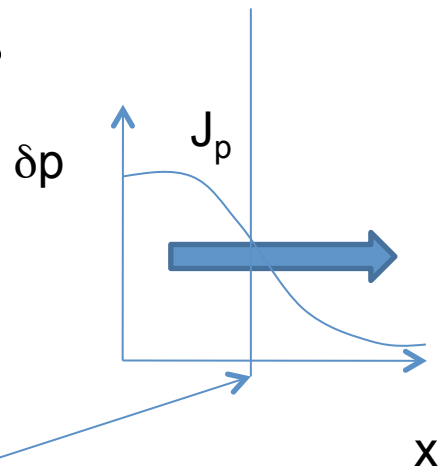
- Para S→0, temos somente absorção:

$$\delta p_n(x) = \frac{\alpha I_0 \tau}{h\nu(1-\alpha^2 L^2)}\left[e^{-\alpha x} - \alpha L e^{-x/L}\right];$$

$$\delta p_n(0) = \frac{\alpha I_0 \tau}{h\nu(1-\alpha^2 L^2)}\left[1-\alpha L\right] = \frac{\alpha I_0 \tau}{h\nu(1+\alpha L)};$$

$$J_{px}(x) = \frac{eD\alpha^2 I_0 \tau}{h\nu(1-L^2\alpha^2)}\left[e^{-\alpha x} - e^{-x/L}\right];$$

$$J_{px}(0) = 0;$$

$$x_{\max} = 0;$$

$$x_{\max}^{J} = \frac{L\ell n(\alpha L)}{(1-\alpha L)}$$