FI-227 Física da Optpeletrônica

Tópico 4

Junções

- Tratemos o problema de termos junções:
- Mesmo semicondutor, dopagem distintas
- Semicondutores distintos;
- Metal semicondutor
- Estruturas quânticas

Problema geral

- Temos de forma mais geral densidades de portadores *n(**r**,t)* e *p(**r**,t)*, campos aplicados e absorção e emissão de luz;
- Em geral, for a do equilíbrio temos um qausi-nível de Fermi para os elétrons e um para os buracos.
- Para obter n e p, temos que resolver as equações de Maxwell onde n, p e as cargas de impureza entram como fontes e as de continuidade usando a estatísitica de Fermi-Dirac.
  - Deve-se lembrar que as energias dos elétrons e dos buracos são as das bandas subtraídas da energia potencial; Ec(**r**)-V(**r**)

Problema Típico Geral

- Em geral: resolvemos de forma auto-consistente as equações de Maxwell e de continuidade para obter E_{FC} , E_{FV} e V(r).
- Mais ainda, consideramos o estado estacionário, na aproximação de massa efetiva, para o caso não degenerado; Lembramos que :

$$n(\vec{r}) = N_C(\vec{r})e^{-(E_c(\vec{r})-eV(\vec{r})-E_{FC})/kT};$$

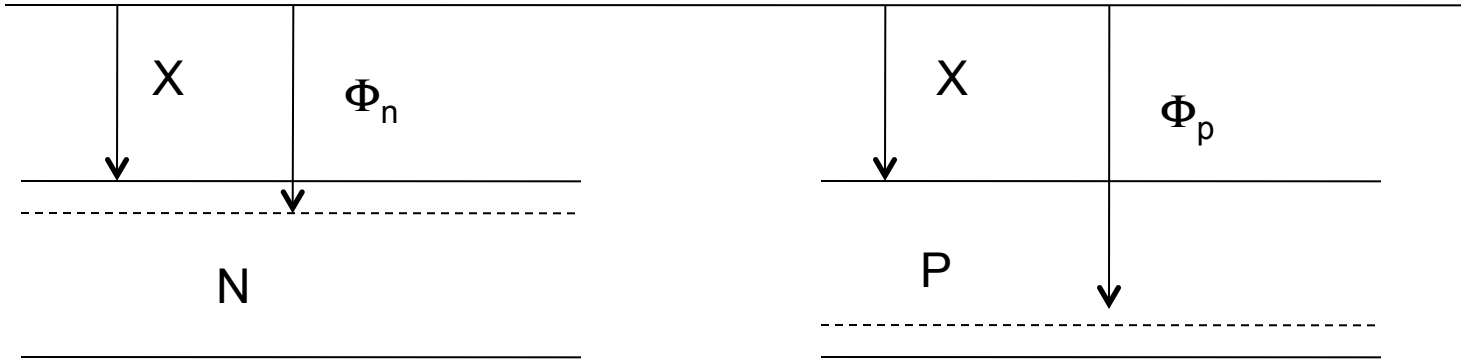
$$p(\vec{r}) = N_V(\vec{r})e^{-(E_{FV}-E_v(\vec{r})+eV(\vec{r}))/kT};$$

$$(1/e)\nabla^2 V(\vec{r}) = -(1/e)\rho(\vec{r}) = n(\vec{r}) + N_A^-(\vec{r}) - p(\vec{r}) - N_D^+(\vec{r})$$

- Com n, p e E(r) podemos obter as correntes.

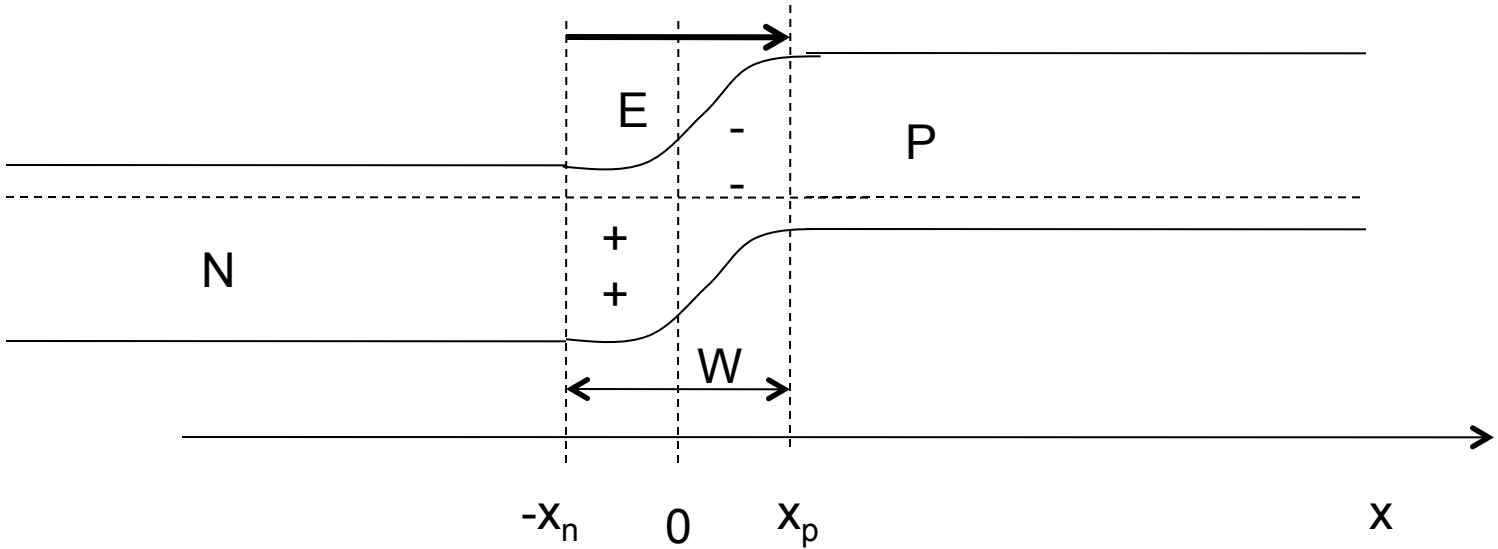
Diodo homojunção

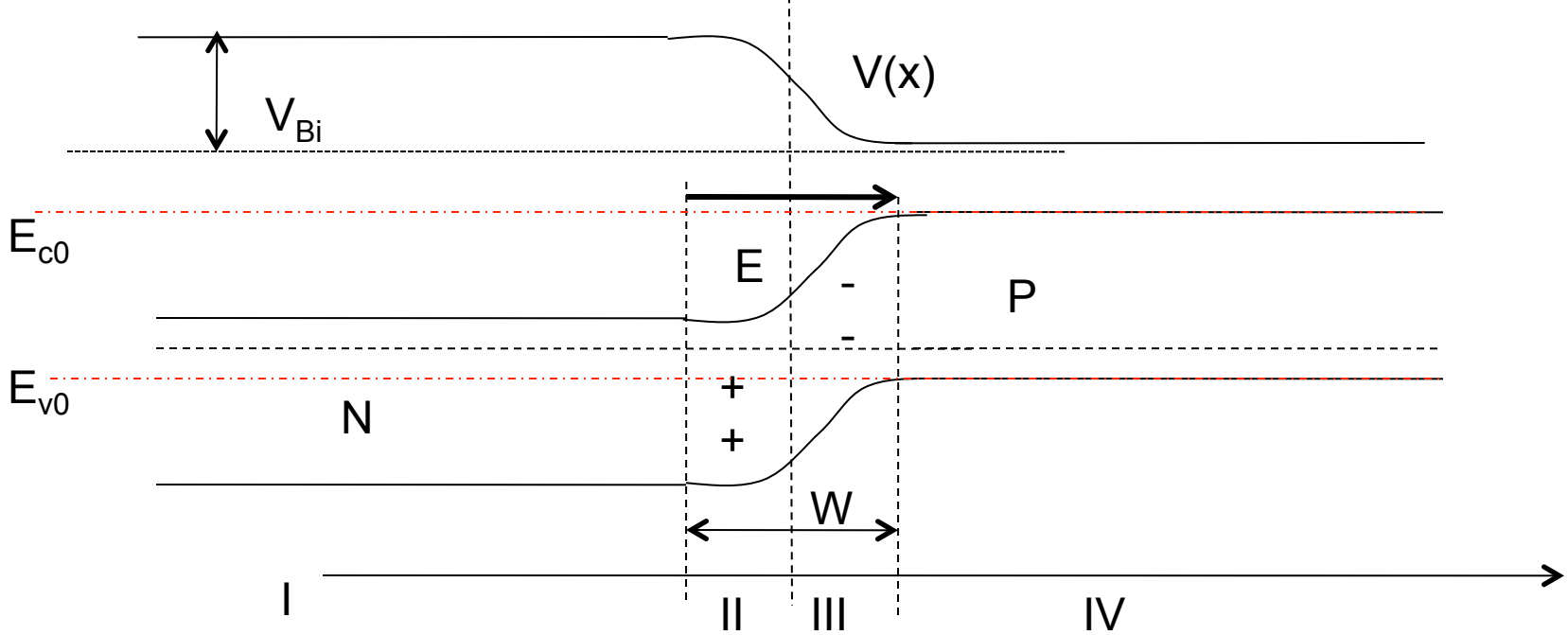
- N_C, N_V não dependem da posição;
- A afinidade eletrônica X não depende da posição (nível do vácuo – energia da banda)
- A função trabalho Φ (nível de Fermi ao vácuo depende da posição, inicialmente.



- Em contato, haverá difusão de elétrons do lado n ao p e buracos do lado p ao n;
- As impurezas ionizadas criarão um campo que limita a difusão para obtermos o mesmo nível de Fermi em todo espaço.

- Considerando a densidade de impurezas ionizadas uniforme, esperamos um potencial quadrático na região da junção com um campo elétrico não uniforme indo do lado p ao n na região central, sem portadores livres: região de deplexão;
- Longe desta região, o comportamento deve ser como se esta não existisse.



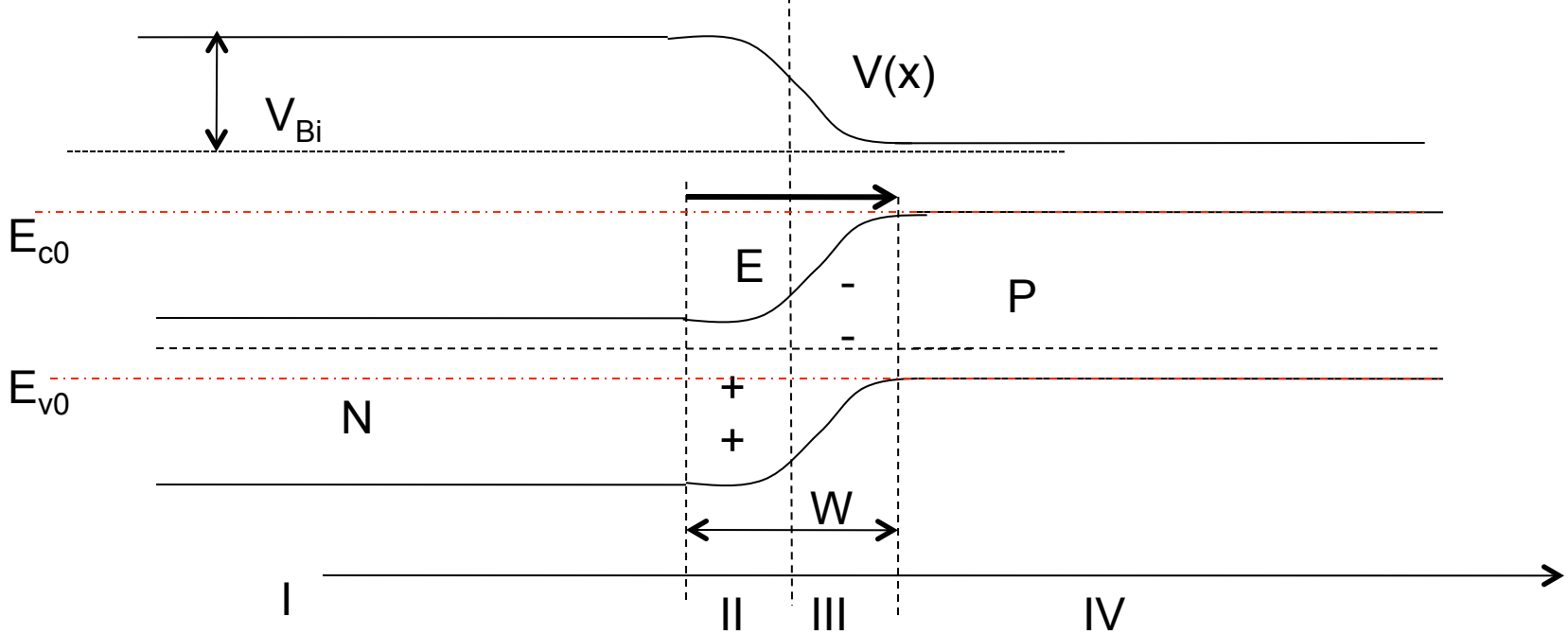


- Notem que o potencial é subtraído das bandas.
- Fora da região de deplexão V(x)=cte; E(x)=0
- Temos:

$$n(x) = N_C e^{\eta(x)}; p(x) = N_C e^{\xi(x)};$$

$$\eta(x) \equiv [E_{c0} - qV(x) - E_F]/kT \equiv [E_c(x) - E_F]/kT;$$

$$\xi(x) \equiv [E_F - E_{V0} + qV(x)]/kT \equiv [E_F - E_V(x)]/kT$$



- O potencial embutido fica:

$$eV_{Bi} = E_G - (E_c - E_F) - (E_F - Ev) =$$

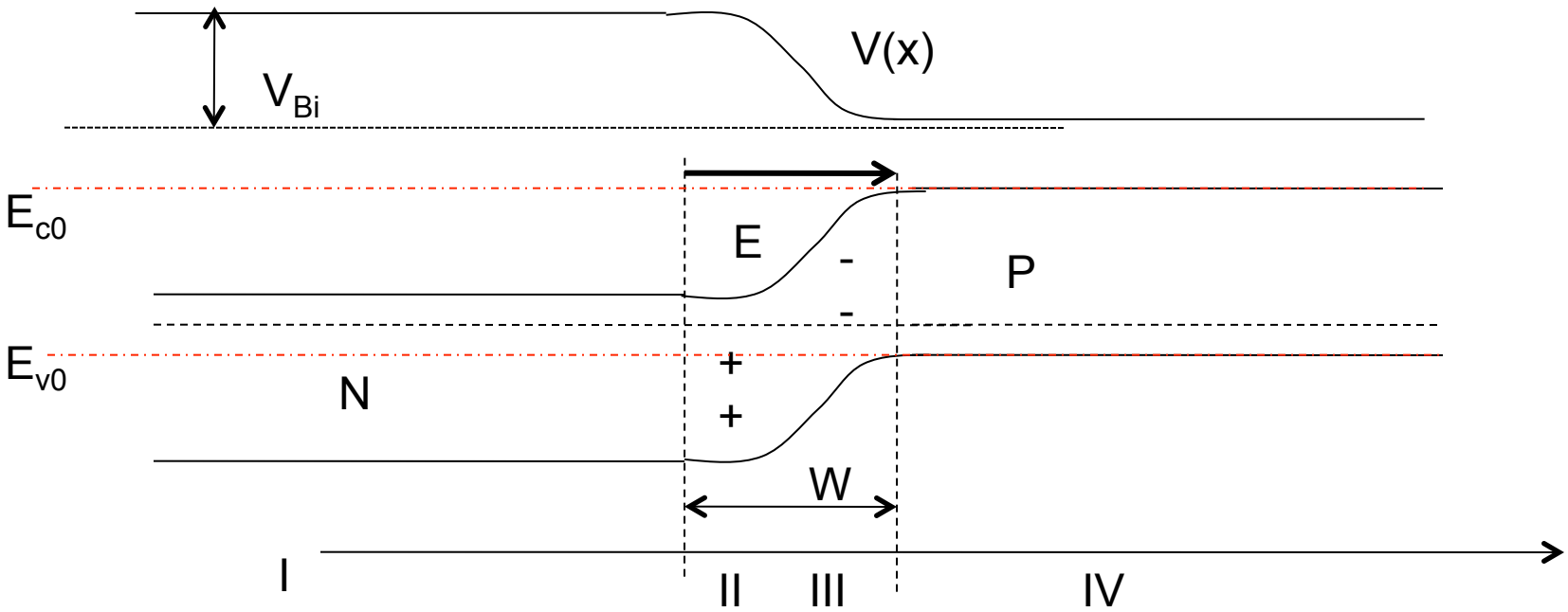
$$E_F - E_C = kT\ell n\left(\frac{N_D}{N_C}\right); E_F - E_V = -kT\ell n\left(\frac{N_A}{N_V}\right);$$

$$eV_{Bi} = E_G + kT\ell n\left(\frac{N_D}{N_C}\right) + kT\ell n\left(\frac{N_A}{N_V}\right);$$

$$eV_{Bi} = E_G - kT\ell n\left(\frac{N_C N_V}{N_D N_A}\right)$$

(*pergunta: qual é a tensão medida no diodo com um voltímetro??*)

Aproximação



x_n x_p

$$\frac{d^2}{dx^2}V(x) = \frac{e}{\varepsilon}\begin{cases} n(x) - N_D \sim 0; I \\ n(x) - N_D \sim -N_D; II \\ N_A - p(x) \sim +N_A; III \\ N_A - p(x) \sim 0; IV \end{cases}$$

Aproximação junção abrupta

- E=0 para $x>x_p$ e $x<-x_n$;

$$\frac{d^2}{dx^2}V(x) = \frac{e}{\varepsilon}\begin{cases} n(x) - N_D \sim 0; I \\ n(x) - N_D \sim -N_D; II \\ N_A - p(x); +N_A; III \\ N_A - p(x); 0 IV \end{cases}$$

- Condições de contorno: $V(x_p)=0; V(-x_n)=V_{bi}$
- $V(x)$ contínuo, $\varepsilon dV(x)/dx$ contínuo (na ausência de cargas na interface)

- Em IV, $V(x)=0$;
- Em III; $V(x)=(e/2\varepsilon)N_A\,(x-x_p)^2$;
- Em II; $V(x)=V_{Bi}-(e/2\varepsilon)N_D\,(x+x_N)^2$;
- Em I; $V(x)=V_{Bi}$;
- Para determinar x_n e x_p, usamos a continuidade de V:
- $(e/\varepsilon)N_A\,(-x_p)^2 = V(x=0)=V_{Bi}-(e/\varepsilon)N_D\,(x_N)^2$ e $N_D.x_n=N_A.x_p$
- Obtemos:

$$x_P = \sqrt{\frac{N_D N_A V_{Bi} 2\varepsilon}{(N_D + N_A) N_A^2 e}}; x_N = \sqrt{\frac{N_D N_A V_{Bi} 2\varepsilon}{(N_D + N_A) N_D^2 e}};$$

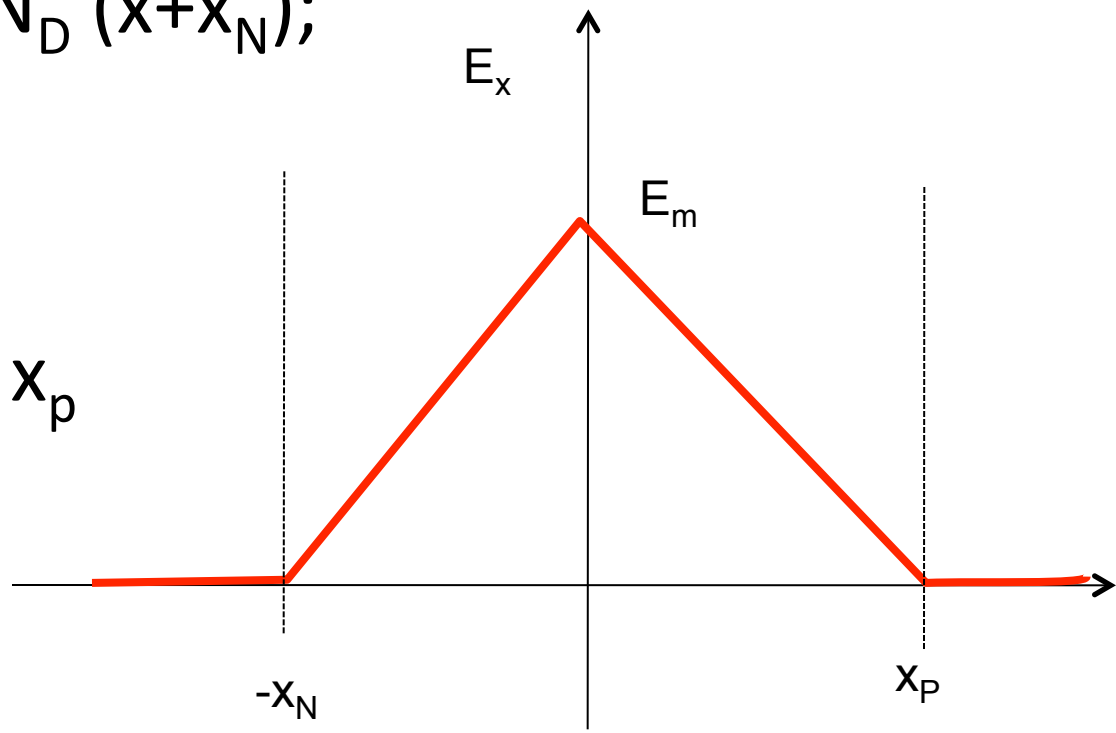
$$W = x_P + x_N = \sqrt{\frac{(N_D + N_A) V_{Bi} 2\varepsilon}{N_D N_A e}}$$

- E a solução está completa.

Campo Elétrico

- Em IV, $E_x(x)=0$;
- Em III; $E_x(x)=-(e/\varepsilon)N_A\,(x-x_p)$;
- Em II; $E_x(x)= (e/\varepsilon)N_D\,(x+x_N)$;
- Em I; $E_x(x)=0$;

- $E_m=E_x(0)= (e/\varepsilon)N_A\,x_p$
- $_{=}(e/\varepsilon)N_D\,x_n$



Transporte:

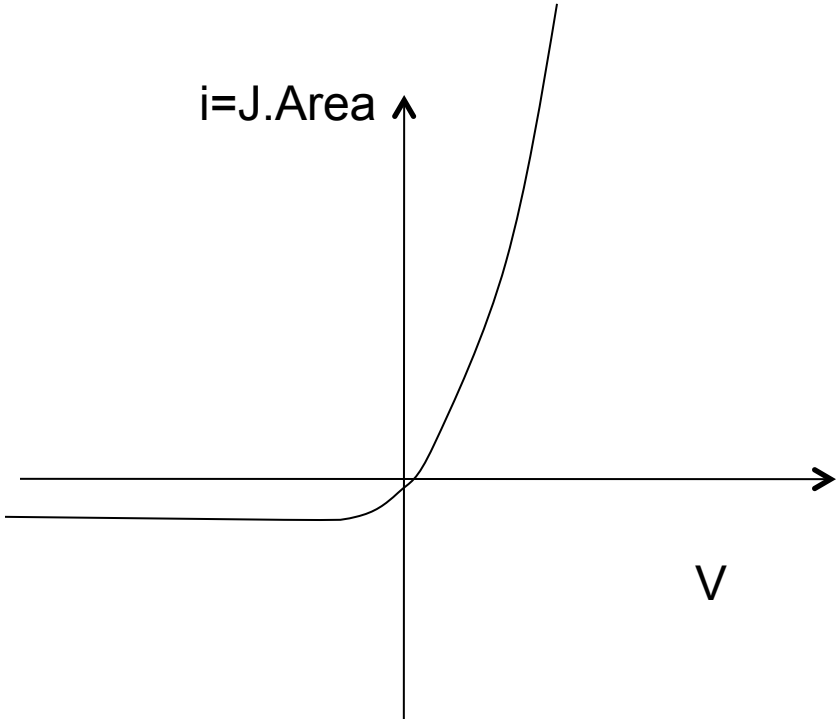
- Em equilíbrio, chamemos os elétrons (buracos) na região onde são majoritários, minoritários, de n_{n0} (p_{p0}) e n_{p0} e (p_{n0}), respectivamente;
- Em $x=x_P$ temos $n_{p0}= n_{n0}\, e^{-Vbi/kT}$;
- Em $x=-x_N$ temos $p_{n0} = p_{p0}\, e^{-Vbi/kT}$
- Se uma tensão positiva V é aplicada no lado P com respeito ao lado N; a barreira de potencial é subtraída de V; Portanto, os excessos nos dois lados são:
- $\delta n(x_P)= n_p - n_{p0}= n_{p0}\,(e^{qV/kT}-1)$;
- $\delta p(-x_N)= p_n - p_{n0}= p_{n0}\,(e^{qV/kT}-1)$;

Corrente

- Usando os resultados do problema de injeção de portadores minoritários do tópico 3, temos:
- $\delta n(x) = n_p - n_{p0} = n_{p0}(e^{qV/kT} - 1)e^{-(x-xP)/Ln}$;
- $\delta p(x) = p_n - p_{n0} = p_{n0}(e^{qV/kT} - 1)\, e^{(x+xN)/Lp}$;
- A corrente em $x = x_P$ fica:
- $J_{xn} = eD_n d\delta n(x)/dx_{x=0} = e(D_n/L_n)n_{p0}(e^{qV/kT} - 1)$
- A corrente em $x = -x_N$ fica:
- $J_{xp} = -eD_p d\delta n(x)/dx_{x=0} = -e(D_p/L_p)\, p_{n0}(e^{qV/kT} - 1)$
- $J_{xtotal} = -e[(D_n/L_n)n_{p0} + (D_p/L_p)\, p_{n0}]\,(e^{qV/kT} - 1)$

- Para V=0; J=0
- V>>kT/q; J→ $J_{xtotal}=-e[(D_n/L_n)n_{p0}+(D_p/L_p)\ p_{n0}]e^{qV/kT}$
- V<<-kT/q →$J_{xtotal}=e[(D_n/L_n)n_{p0}+(D_p/L_p)\ p_{n0}]=-J_0=i_0/Area$

- Corrente flui na direção oposta ao campo na polarizaçã direta.



Valor de J_0

$$qV_{bi} = E_G - (E_c - E_F) - (E_F - E_v) = E_G - kT\ell n\left(\frac{N_V N_C}{N_A N_D}\right)$$

$$p_{n0} = p_{p0}e^{-qV_{bi}/kT} = N_A e^{-qV_{bi}/kT} = e^{-E_G/kT} N_V N_C / N_D;$$

$$n_{p0} = n_{n0}e^{-qV_{bi}/kT} = N_D e^{-qV_{bi}/kT} = e^{-E_G/kT} N_V N_C / N_A$$

- Quando a dopagem é alta $V_{bi} \rightarrow E_G$

elétrons | lacunas

$$J_0 = -q\left(\frac{D_n}{N_A L_n} + \frac{D_p}{N_D L_p}\right) N_V N_C e^{-E_G/kT};$$

$$J_0 = -q\left(\frac{D_n}{N_A L_n} + \frac{D_p}{N_D L_p}\right) n_i^2$$

J_0 diminui com o gap ou melhor com n_i. Também diminui quando ambas dopagens são altas

Resistência Dinâmica

$$R_D = \frac{dV}{di} = \frac{d\left[\frac{kT}{q}\ell n\left(\frac{i+i_0}{i_0}\right)\right]}{di} = \frac{i_0}{i+i_0}\frac{kT}{qi_0};$$

$$R_D\Big|_{V=0} = \frac{kT}{qi_0}$$

- Valor típico (GaAs, pn $10^{18}cm^{-3}$, ni~$2x10^6cm^{-3}$ V_{bi}~1V);
- D_n~200 cm^2/s; D_p~10cm^2/s; L_n~50μm; L_p~10μm;i_0/A~$3x10^{-20}Acm^{-2}$
- R_{D0}~$10^{21}\Omega$ (A=100μm^2);

Fator de idealidade

$$V > 0, \ell n(|i|) \rightarrow \ell n(|i_0|) + \frac{qV}{\eta kT}$$

- η é o fator de idealidade. O diodo ideal tem η=1;
- Veremos mais adiante que no caso de termos recombinação na regiào ativa η=2.

Diodo com total recombinação

- Considere as correntes injetando os portadores na região p (nenhuma perda através das barreiras)

$$G = \frac{i}{qVol} \Rightarrow \frac{dn}{dt} = \frac{i}{qVol} - \frac{n}{\tau} = 0$$

$$n \approx p = \frac{i\tau}{qVol}$$

- Considerando caso não degenerado, o fator de idealidade é 2:

$$n.p = \left(\frac{i\tau}{qVol}\right)^2 = n_i^2 e^{qV/kT} \Rightarrow i = \frac{qVol}{\tau} n_i e^{qV/2kT}$$

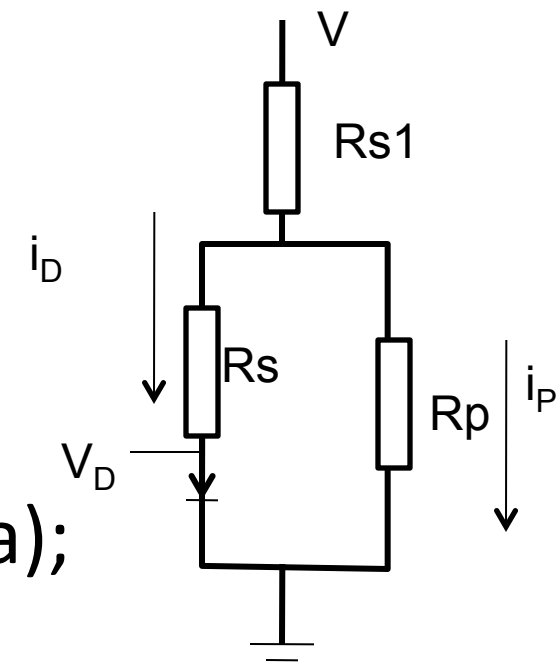
$$\eta = 2$$

Resistência paralelo e série

$$i_p = \frac{(V - R_{s1} i)}{R_p}; V_D = V - R_{s1} i - R_s i_D; i_D = i - i_p = i - \frac{(V - R_{s1} i)}{R_p};$$

$$i = i_p + i_D = \frac{(V - R_{s1} i)}{R_p} + i_0 \left\{ e^{\frac{qV_D}{kT}} - 1 \right\}; V_D = V - R_{s1} i - R_s \left[i - \frac{(V - R_{s1} i)}{R_p} \right]$$

$$i = \frac{(V - R_{s1} i)}{R_p} + i_0 \left\{ e^{\frac{q\left[V\left(1+\frac{R_s}{R_p}\right) - (R_{s1} + R_s + \frac{R_s R_{s1}}{R_p}) i\right]}{kT}} - 1 \right\}$$



- *V<0; i=V/R*$_p$ (mais efeitos de ruptura);
- *V>>V*$_{bi}$*; i=V/[R*$_{s1}$*+ R*$_p$*R*$_s$*/ (R*$_p$*+R*$_s$*)]*

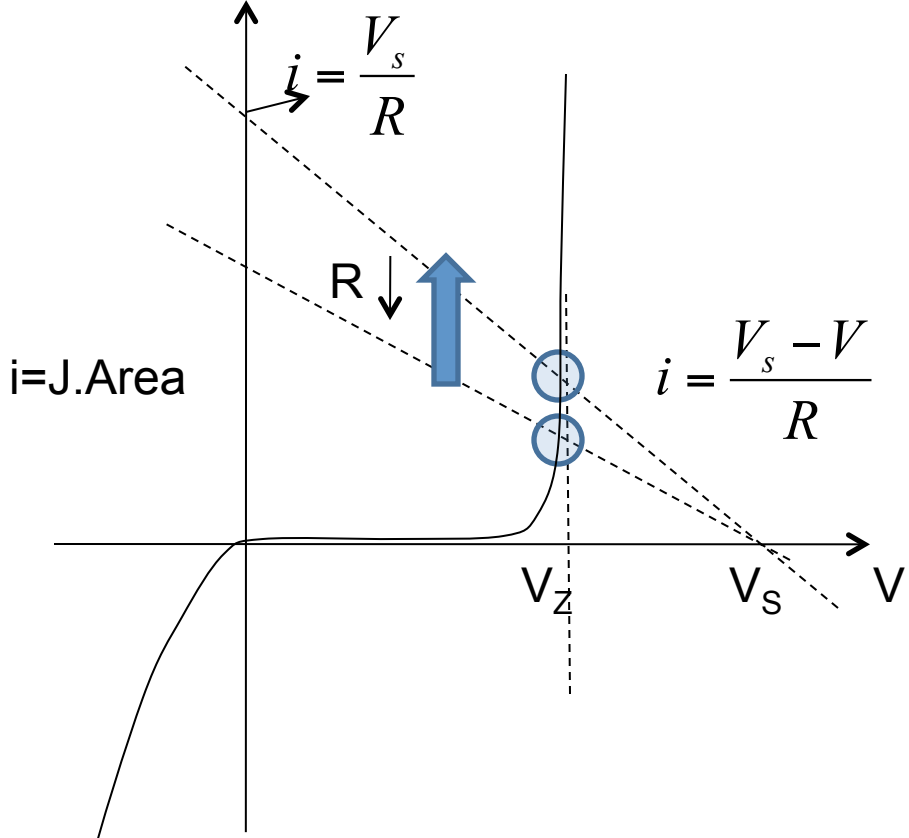
Ruptura

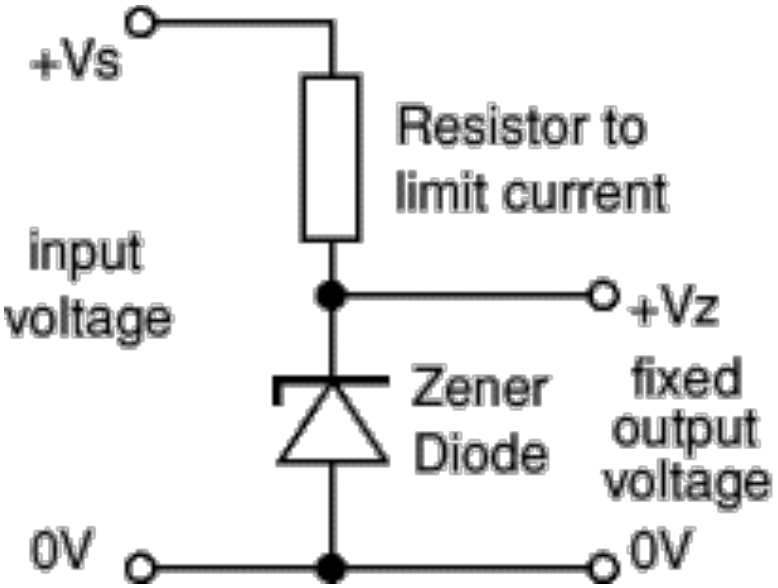
- Sob tensão reversa a aceleração de portadores minoritários na região ativa (corrente reversa) pode levar a um processo de ionização por impacto: processo de avalanche que culmina em alta corrente reversa; (junção pn de baixa dopagem; regiào de deplexão larga):

$$M = \frac{1}{1-\left(\frac{V}{V_{Br}}\right)^{n}}; n = 2 \rightarrow 6$$

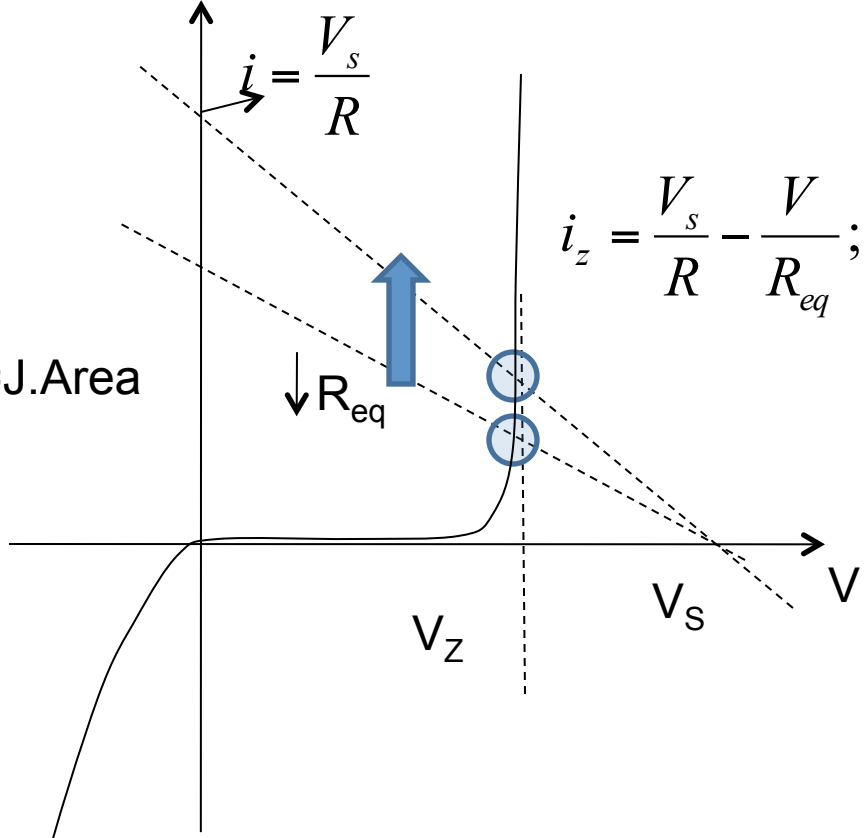
- Sob tensões mais altas e em valores específicos, tunelamento de portadores entre as bandas leva a uma alta corrente reversa no efeito chamado Zenner. (junção pn de alta dopagem; região de deplexão fina)

- Ns dois casos há geração de pares eletron-buraco na região de depleção que são acelerados pelo alto campo.

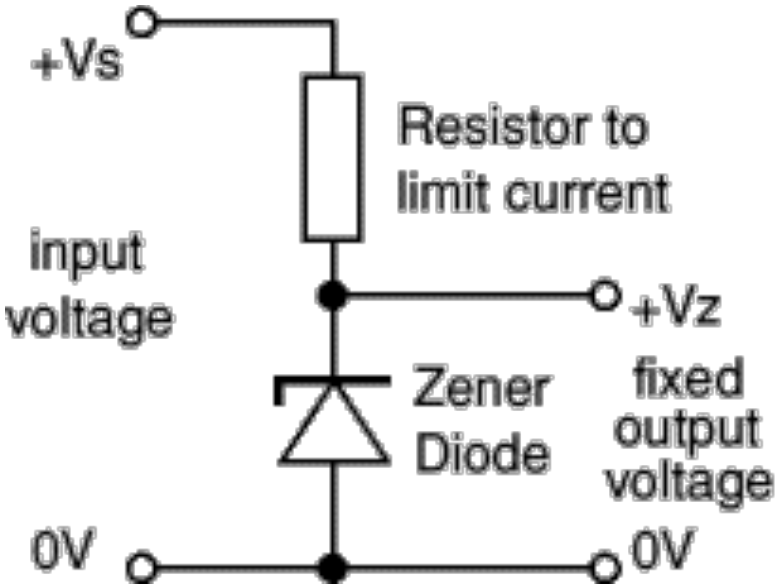




- Ruptura Zenner : diodo Zenner leva à regulação de tensão.
- $V = V_Z$ contanto que $V_s > V_Z$ e corrente para a carga seja << que V_s/R e R não tire o ponto de operação da ruptura



$$i_z = \frac{V_s}{R} - \frac{V}{R_{eq}}; R_{eq} \equiv \frac{R_L R}{R_L + R}$$



Se a fonte está ligada a uma carga R_L, temos que

$V=V_s-R(i_z+V/R_L)$, pois V/R_L é a corrente que vai à carga e i_z a que vai no zener . Então a queda de tensão com a corrente i_z depende da resistência equivalente enre R e R_L.

$V > V_Z$ implica em:

$$V = R_{eq}\left(\frac{V_s}{R} - i_z\right) \geq V_z \Rightarrow V_s \geq R\left(\frac{V_z}{R_{eq}} + i_z\right);$$

Capacitância

- Consideremos primeiro o caso da polarização reversa para o lado p:

$$Q/A = -qx_p N_A = -q\sqrt{\frac{N_D N_A (V_{bi} - V) 2\varepsilon}{(N_D + N_A) N_A^2 q}} N_A \Rightarrow$$

$$Q/A = -q\sqrt{\frac{N_D N_A (V_{bi} - V) 2\varepsilon}{(N_D + N_A) q}} = -qW(V)\frac{N_D N_A}{(N_D + N_A)};$$

$$W(V) = x_p + x_n = \sqrt{\frac{(N_D + N_A)(V_{bi} - V) 2\varepsilon}{N_D N_A q}} \Rightarrow$$

$$C(V)/A = \frac{d(Q/A)}{dV} = -\frac{1}{2}\frac{-q}{W(V)}\frac{\cancel{N_D N_A}}{\cancel{(N_D + N_A)}} 2\varepsilon \frac{\cancel{(N_D + N_A)}}{\cancel{N_D N_A}} \Rightarrow$$

$$C(V)/A = \frac{\varepsilon}{W(V)}$$

- A capacitância diminui com a tensão reversa pois W aumenta. Valor típico W~10^{-5}cm ε ~10^{-12}F/cm; área de 10^4 μm^2; C~10pF

Capacitância

- Consideremos o caso da polarização direta para o lado n:

$$Q/A = q\int_{x_n}^{\infty} \delta p_n e^{-\frac{x-x_n}{L_p}} dx = q\delta p_n L_p = q(p_n - p_{n0})L_p \Rightarrow$$

$$Q/A = qL_p p_{n0}(e^{qV/kT} - 1) \Rightarrow C/A = \frac{dQ}{dV} = \frac{q^2}{kT} L_p p_{n0} e^{V/kT}$$

- Se os lados p e n são considerados:

$$C/A = \frac{dQ}{dV} = \frac{q^2}{kT}(L_p p_{n0} - L_n n_{p0})e^{V/kT};$$

$$C/A \approx \frac{q}{kT} \frac{J(L_p p_{n0} - L_n n_{p0})}{(D_p p_{n0}/L_p + D_n n_{p0}/L_n)}$$

Capacitância

- Consideremos o caso p^+n:

$$C / A = \frac{dQ}{dV} = \frac{q^2}{kT}(L_p p_{n0})e^{V/kT};$$

$$C \approx \frac{q^2}{kT}\frac{i(L_p p_{n0})}{q(D_p p_{n0} / L_p)} = \frac{q}{kT}\frac{iL_p^2}{D_p} = \frac{i\tau_p q}{kT}$$

- Vejamos I = 100 mA, t~1ns; kT/q ~0.03;
- C~3nF

Dinâmica

- Consideremos :

$$V(t) = V_0 + V_1 e^{j\omega t}; V_1 << V_0;$$

$$J(t) = J_0 + J_1 e^{j\omega t}; J_1 << J_0;$$

$$J_1 \equiv G V_1$$

- G é a adimitância AC

- Consideremos o diodo como um capacitor e um condutor em paralelo. Então: $G=G_D+j\omega C_D$;
- $G_D=1/R$;
- O excesso de portadores deve ser:

$$\delta p_n(x,t) = \delta p_n(x) + \delta \overline{p}_n(x) e^{j\omega t}$$

Dinâmica

- Substituindo na equação de continuidade:

$$\frac{\partial \delta p_n(x,t)}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \delta p_n(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\delta p_n(x,t)}{\tau_p};$$

$$j\omega \delta \overline{p}_n(x) e^{j\omega t} = D_p \left(\frac{d^2 \delta p_n(x)}{dx^2} \right) + D_p \left(\frac{d^2 \delta \overline{p}_n(x)}{dx^2} \right) e^{j\omega t} - \frac{\delta p_n(x) + \delta \overline{p}_n(x) e^{j\omega t}}{\tau_p}$$

- Agrupando os termos :

$$\frac{d^2 \delta p_n(x)}{dx^2} = \frac{\delta p_n(x)}{D_p \tau_p}$$

$$\frac{d^2 \delta \overline{p}_n(x)}{dx^2} = \frac{\delta \overline{p}_n(x)}{D_p \tau_p^*}; \tau_p^* \equiv \frac{\tau_p}{1 + j\omega \tau_p}$$

- A primeira equação nos dá a condição DC que já resolvemos;
- A segunda equação é isomórfica e a solução deve ser idêntica trocando-se τ por τ^*
- Em x_p temos:

$$\delta p_n(x_p,t) = \delta p_{\mathbf{0}}\left(e^{\frac{q(V_0+V_1e^{j\omega t})}{KT}} - 1\right) \approx \delta p_0\left[e^{\frac{qV_0}{KT}}(1+\frac{qV_1}{kT}e^{j\omega t}) - 1\right];$$

- Isto nos dá a condicão de contorno para resolver em $x > x_p$:

$$\delta p(x,t) = \delta p_{\mathbf{0}}(e^{\frac{qV_0}{KT}} - 1)e^{\frac{-(x-xp)}{Lp}} + \delta \overline{p}_{\mathbf{0}} e^{jwt} e^{\frac{-(x-xp)\sqrt{1+j\omega\tau_p}}{Lp}};$$

$$\delta \overline{p}_{\mathbf{0}} = \delta p_0 \frac{qV_1}{kT} e^{\frac{qV_0}{KT}}$$

- Então:

$$J_0 = q[\frac{D_p}{L_p}\delta p_{\mathbf{0}}](e^{\frac{qV_0}{KT}} - 1);$$

$$J_1 = \frac{q^2V_1}{kT}[\frac{D_p}{L_p}\delta p_{\mathbf{0}}\sqrt{1+j\omega\tau_p}]e^{\frac{qV_0}{KT}} \Rightarrow$$

$$G = \frac{q^2}{kT}[\frac{D_p}{L_p}\delta p_{\mathbf{0}}\sqrt{1+j\omega\tau_p}]e^{\frac{qV_0}{KT}}$$

- Se considerarmos o lado n e o lado p, temos:

$$\delta p_n(x_p,t) = \delta p_{n0}\left(e^{\frac{q(V_0+V_1e^{j\omega t})}{KT}} - 1\right) \approx \delta p_{n0}\left[e^{\frac{qV_0}{KT}}(1+\frac{qV_1}{kT}e^{j\omega t}) - 1\right]$$

$$\delta n_p(x_n,t) = \delta n_{p0}\left(e^{\frac{q(V_0+V_1e^{j\omega t})}{KT}} - 1\right) \approx \delta n_{p0}\left[e^{\frac{qV_0}{KT}}(1+\frac{qV_1}{kT}e^{j\omega t}) - 1\right]$$

$$J_0 = q[\frac{D_n}{L_n}\delta n_{\mathbf{0}} + \frac{D_p}{L_p}\delta p_{\mathbf{0}}](e^{\frac{qV_0}{KT}} - 1);$$

$$J_1 = \frac{q^2V_1}{kT}[\frac{D_n}{L_n}\delta n_0\sqrt{1+j\omega\tau_n} + \frac{D_p}{L_p}\delta p_0\sqrt{1+j\omega\tau_p}]e^{\frac{qV_0}{KT}} \Rightarrow$$

$$G = \frac{q^2}{kT}[\frac{D_n}{L_n}\delta n_0\sqrt{1+j\omega\tau_n} + \frac{D_p}{L_p}\delta p_{\mathbf{0}}\sqrt{1+j\omega\tau_p}]e^{\frac{qV_0}{KT}}$$

$$G = \frac{q^2}{kT}[\frac{D_n}{L_n}\delta n_{\mathbf{0}} + \frac{D_p}{L_p}\delta p_{\mathbf{0}}]e^{\frac{qV_0}{KT}} +$$

- Para $\omega\tau << 1$;

$$\frac{q^2}{2kT}[\frac{D_n}{L_n}\delta n_{\mathbf{0}}\tau_n + \frac{D_p}{L_p}\delta p_{\mathbf{0}}\tau_p]e^{\frac{qV_0}{KT}} j\omega \Rightarrow$$

$$G_D = \frac{q^2}{kT}[\frac{D_n}{L_n}\delta n_0 + \frac{D_p}{L_p}\delta p_{\mathbf{0}}]e^{\frac{qV_0}{KT}};$$

$$C_D = \frac{q^2}{2kT}[\frac{D_n}{L_n}\delta n_0\tau_n + \frac{D_p}{L_p}\delta p_{\mathbf{0}}\tau_p]e^{\frac{qV_0}{KT}}$$

- Se $\omega\tau$ aumenta, G_D aumenta com $\omega^{1/2}$ e C_D diminui com $\omega^{-1/2}$;
- A capacitância é importante para baixa frequência e alta corrente.

- Voltando à densidade de portadores (p):

$$\delta\overline{p}_n(x) = \frac{\delta p_0(x_p)V_1 q}{kT} e^{-(\sqrt{1+j\omega\tau})x/L_p} \Rightarrow$$

$$\overline{\left|\delta\overline{p}_n e^{j\omega t}\right|} = \sqrt{(\delta\overline{p}_n(x)\times\delta\overline{p}_n(x)^*)/2} = \frac{\delta p_0(x_p)V_1 q}{kT\sqrt{2}} e^{-(\sqrt{1+\omega^2\tau^2})x/2L_p}$$

- Calculamos a raiz quadrada doa média temporal do excesso de ortadores.
- Mais ainda, a largura dela é $x_M = \dfrac{2L_p}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$
- Só podemos alterar o perfil de injeção de portadores em tempos menores que o tempo de recombinação e em distâncias menores que~ o comprimento de Debye/$\omega\tau$, $x_M \sim 2L_p/\omega\tau \sim (L_p/\pi)T/\tau$.