F106 – Fundamentos de Física para Biologia

Bioeletricidade, Lei de Nernst-Planck, Transporte Ativo de Íons

Prof. Dr. Edmilson J.T. Manganote

Introdução

Em seres humanos e animais, cerca de 20% da taxa metabólica basal é usada para manter o funcionamento elétrico das células, ou seja, são usados para controlar:

- O fluxo de íons que se encontram em grande quantidade nos lados externo e interno da superfície celular; e
- Os efeitos devidos às diferentes concentrações dos íons presentes no interior da célula e no meio extracelular.

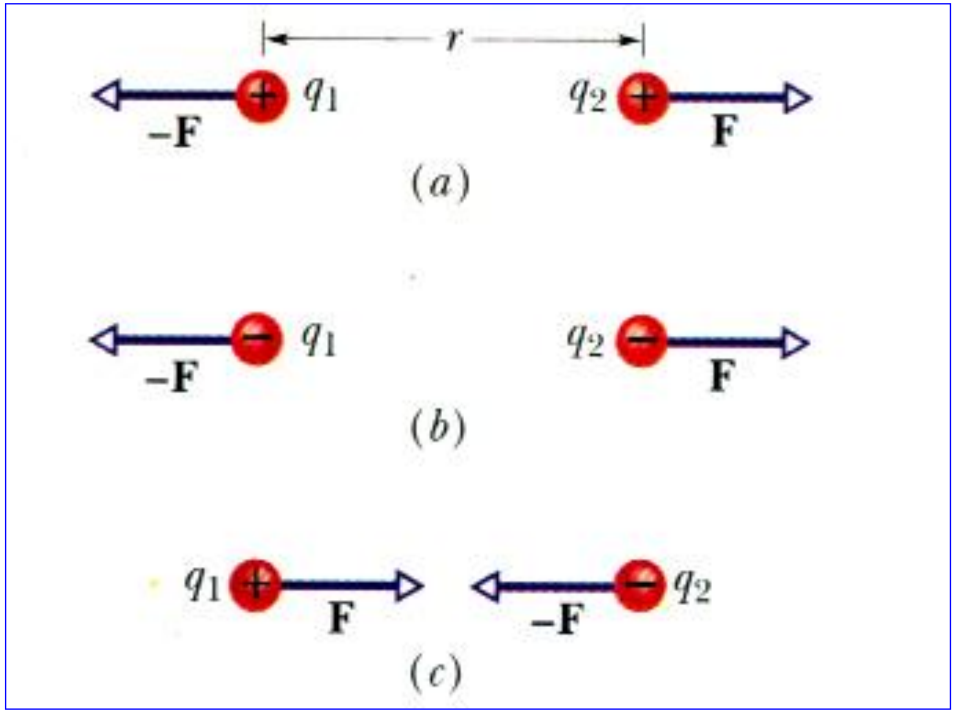
Entre os líquidos intracelular e extracelular há uma diferença de potencial, denominada *potencial de membrana*, que tem um papel importante no funcionamento elétrico das células

Principais Tópicos

- Carga Elétrica
- Força Elétrica
- Campo Elétrico
- Potencial Elétrico
- Capacitância
- Resistência
- Corrente Elétrica
- Equação de Nernst-Planck
- Potencial de Nernst
- Potencial de Donnan

A Lei de Coulomb

Cargas de mesmo sinal se repelem e de sinais contrários se atraem. As forças formam um par de ação e reação ao longo da linha que une as cargas.



Se as cargas q_1 e q_2 distam r uma da outra o módulo da força eletrostática entre elas é dado por

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

A Lei de Coulomb

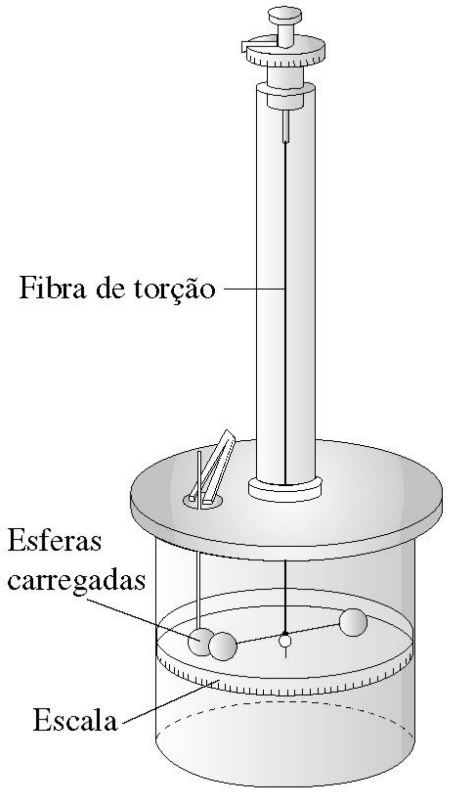
Antecipando o conceito de corrente elétrica, a unidade de carga é o *Coulomb* que é definida no SI como a carga transportada por uma corrente de 1A que atravessa a seção reta de um fio durante 1s.

No SI a constante eletrostática *k* é dada por

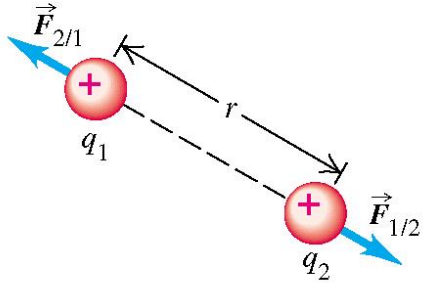
$$k \equiv \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99\times10^{9}\ \frac{\mathrm{N.m^2}}{\mathrm{C^2}}$$

A permissividade do vácuo é dada por

$$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ \frac{\mathrm{C^2}}{\mathrm{N.m^2}}$$



(a)



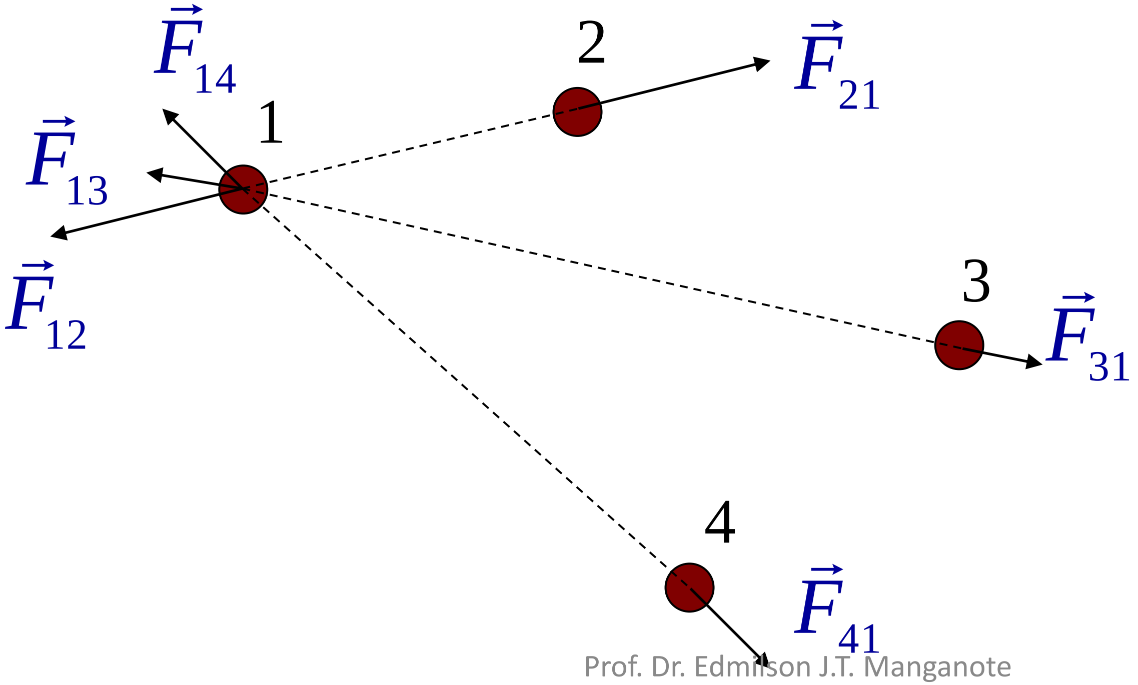
(b)

A Lei de Coulomb

A lei de Coulomb
$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Num sistema de *n* cargas: princípio da superposição

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots + \vec{F}_{1n}$$



$$\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$$

Propriedades da carga elétrica

A quantização da carga

Millikan determinou a *carga elementar* (eletrônica) como sendo

$e = 1.6\times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ e portanto $q = ne$ onde $n = \pm 1, \pm 2, \ldots$

Mas, a teoria do *Modelo Padrão* das partículas elementares prevê os *quarks* que são partículas de carga $\pm 2e/3$ ou $\pm e/3$

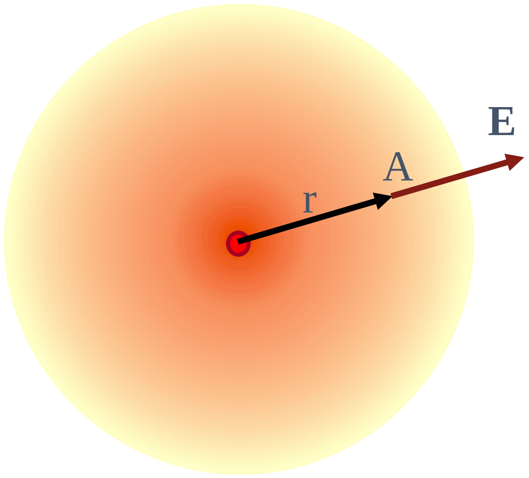
A conservação da carga

Em todos os processos que ocorrem na natureza, desde a transferência de carga por atrito até as reações entre partículas elementares, a carga total do sistema considerado sempre se conserva.

O Campo Elétrico

Qualquer carga ou distribuição de cargas tem um campo elétrico em seu entorno. Por definição, a intensidade de campo elétrico num ponto A a uma distância r de uma carga Q é dado por:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

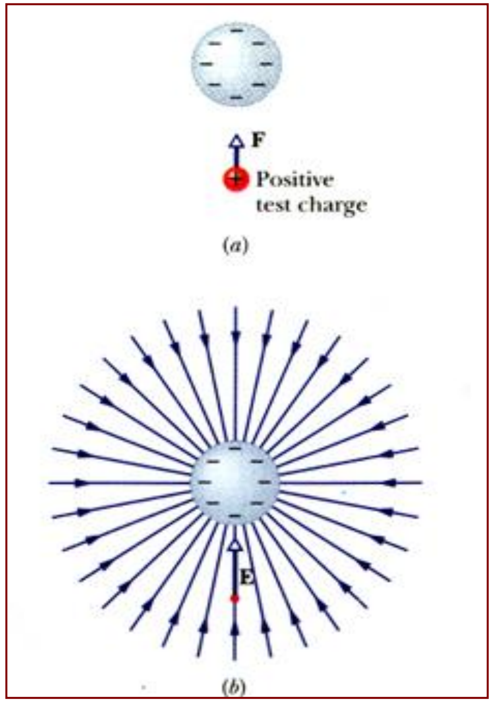


onde **F** é a força (um vetor, portanto) que atua numa carga q colocada em A. Pela definição, a intensidade de campo elétrica é um vetor que temo o mesma direção da força F que atuaria numa carga positiva colocada em A.

Linhas de força

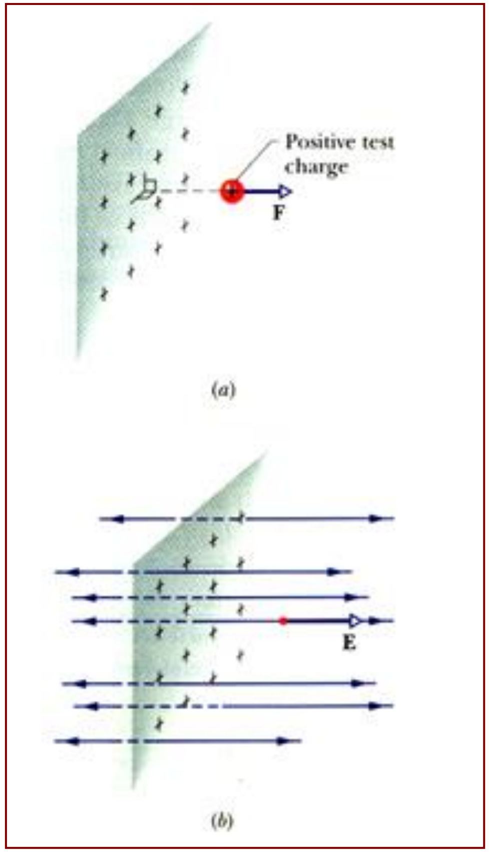
As *linhas de força* são linhas a partir das quais pode-se visualizar a configuração do campo elétrico de uma dada distribuição de cargas no espaço. Elas são desenhadas de forma que:

a) A tangente a cada ponto da linha é a direção do campo elétrico.

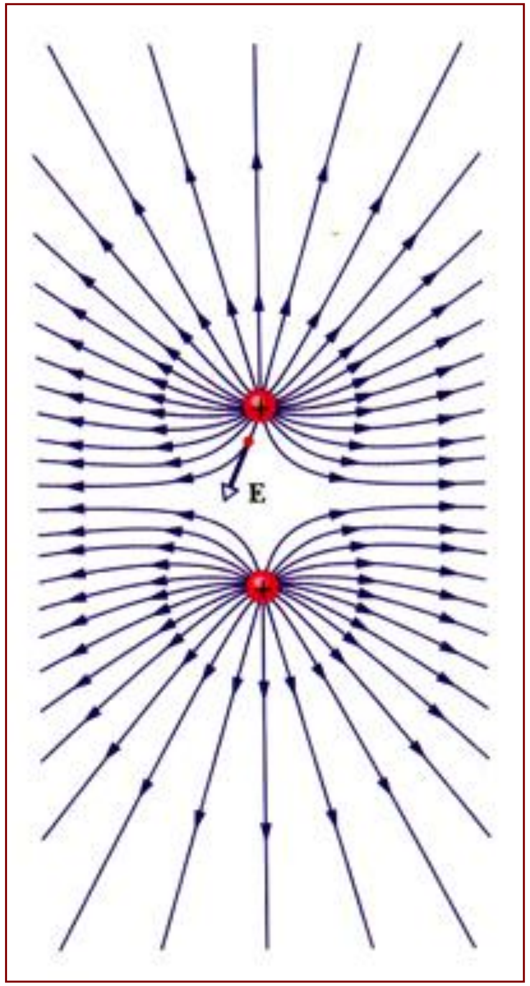


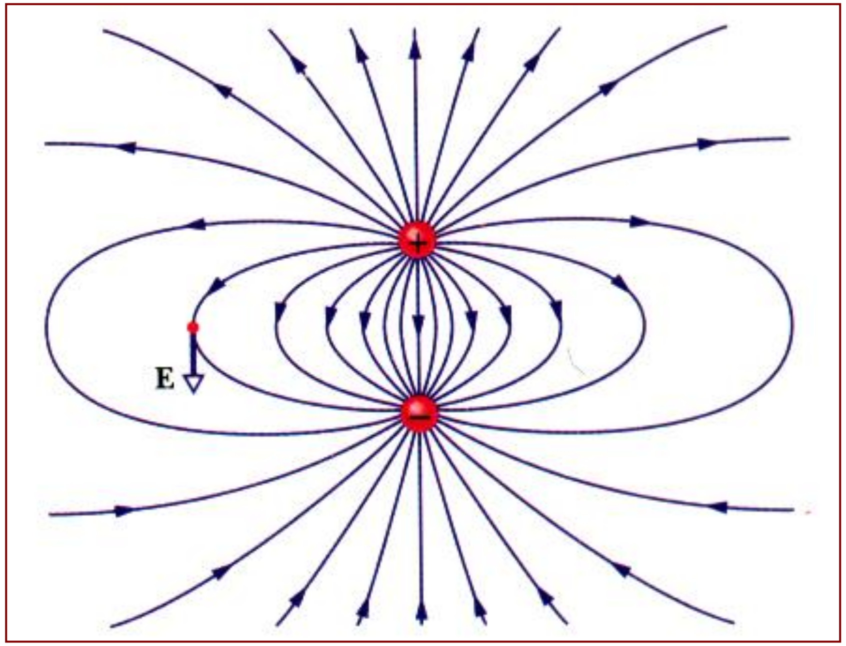
b) O número de linhas por unidade de área de uma superfície perpendicular à direção das linhas é proporcional ao módulo do campo.

c) As linhas saem das cargas positivas e chegam nas cargas negativas.



Linhas de força





Dipolo elétrico

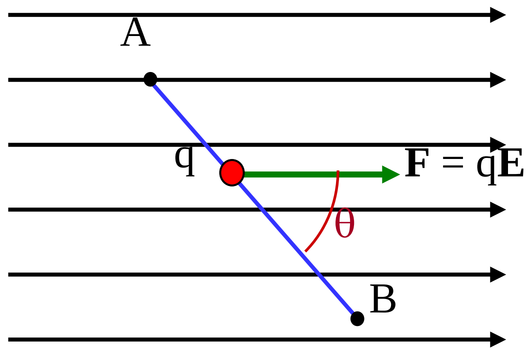
Dada uma distribuição de cargas o campo elétrico em qualquer ponto do espaço é dado por

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_{01} + \vec{E}_{02} + \ldots + \vec{E}_{0n}$$

Trabalho da força elétrica

Seja um campo elétrico uniforme **E**

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$



No caso de força constante: W = F.d.cosθ

Mas F = q.E W = q.E.d.cosθ

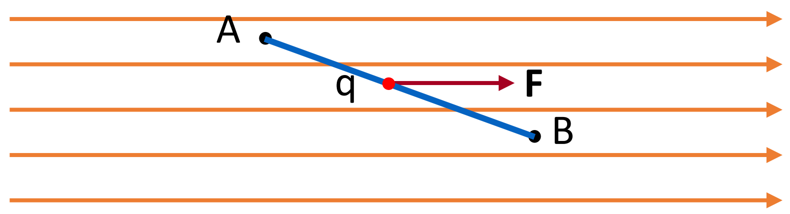
Pela conservação da energia, quando o campo elétrico desloca uma carga, ele perde a energia cedida à carga.

O Potencial Elétrico

Diferença de potencial elétrico (ddp):

$$\boxed{V_A - V_B = V_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}}$$

onde W_{AB} é o trabalho realizado pela força elétrica para deslocar a carga q



$V_A > V_B$

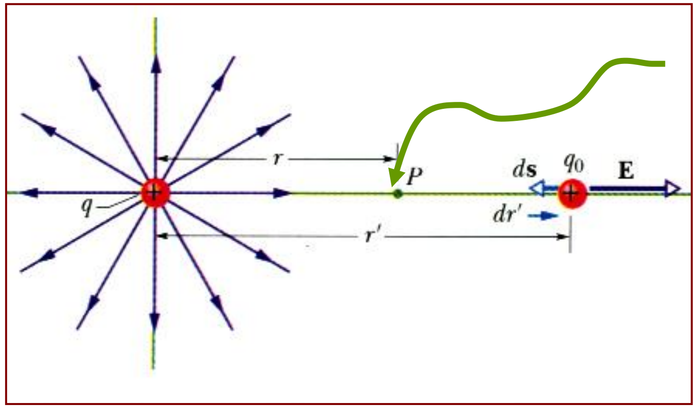
$$\boxed{W_{AB} = q.V_{AB} = d.E_c = (1/2)mv_f^2 - (1/2)mv_i^2}$$

Definição: 1elétron-Volt (eV) é a energia de um elétron acelerado por 1V.
Portanto, 1eV = $1{,}6\text{x}10^{-19}$J

O potencial elétrico

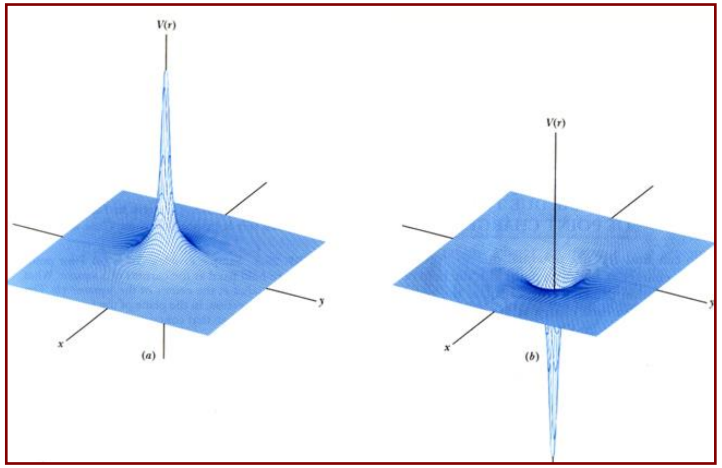
O potencial de uma carga puntiforme

$$V_f - V_i = -\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$



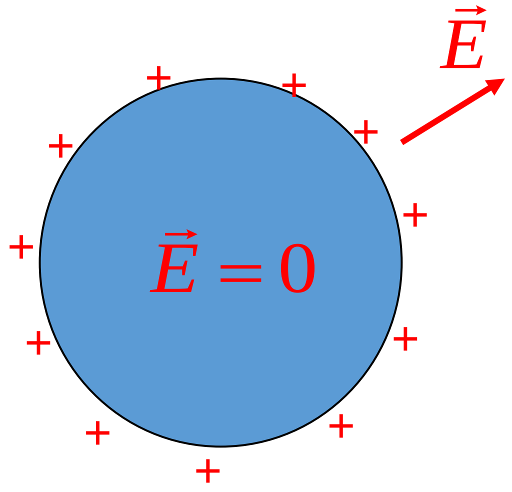
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \quad \Rightarrow \quad V_f - V_i = -\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} E(\vec{r})dr = -\int_{\infty}^{r}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}dr$$

$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



Potencial de um condutor carregado isolado

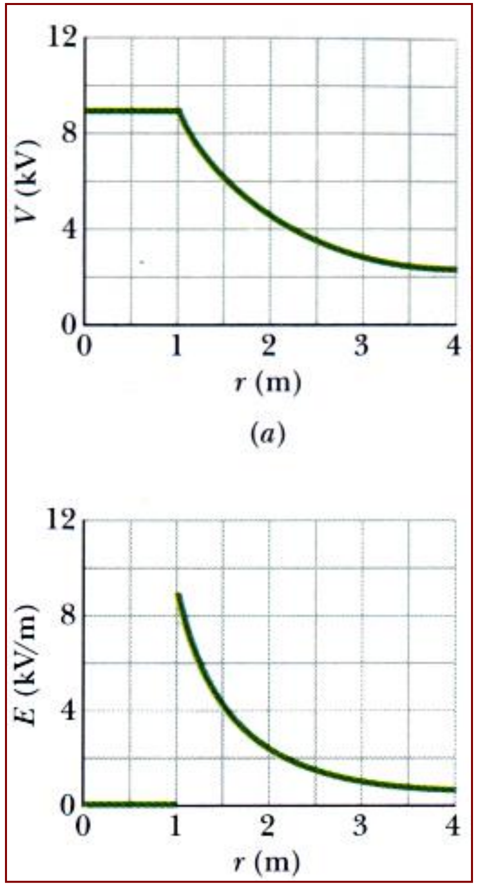
Condutor esférico



$$V_f - V_i = -\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

ou

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$



Dentro: $r < R$

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

Fora: $r > R$

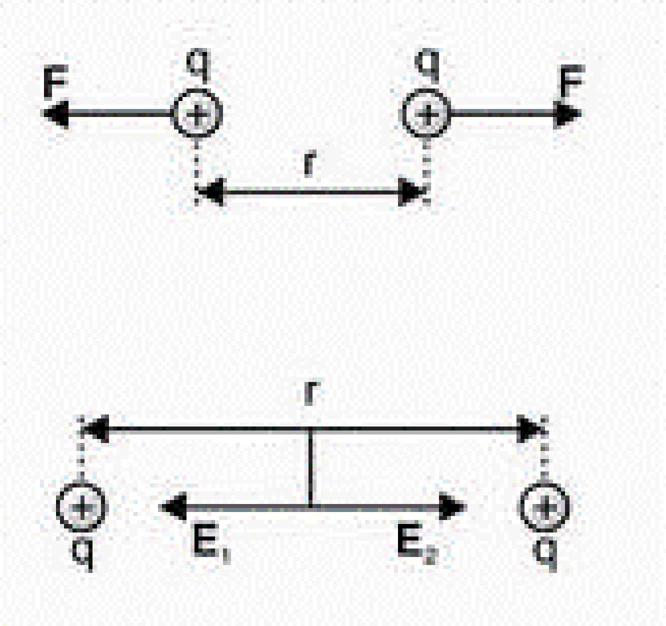
$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Exemplo: Duas cargas elétricas com 5×10^{-6} C cada uma estão separadas por 1 m de distância. Determine:

a) a força elétrica entre as cargas;

b) o campo elétrico no ponto médio entre as cargas; e

c) o potencial elétrico nesse mesmo ponto.



Durán, J.E.R. Biofísica: Fundamentos e Aplicações. São Paulo: Prentice Hall, 2003.

Resolução:

a) Pela lei de Coulomb, a intensidade da força elétrica entre as cargas é

$$F = \frac{kq^2}{r^2} = \frac{(9 \times 10^9\ N{\cdot}m^2/C^2)\ (5 \times 10^{-6}\ C)^2}{(1\ m)^2} = 0{,}225\ N.$$

A direção de **F** é a mesma que une as duas cargas, sendo de natureza repulsiva.

b) A intensidade do campo elétrico produzido por cada carga elétrica no ponto médio entre elas é a mesma, porém, com sentidos opostos. Logo, o campo resultante será

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_1 + (-\mathbf{E}_1) = 0.$$

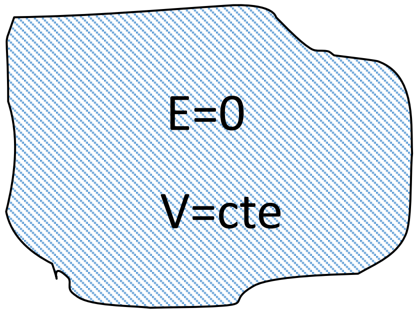
c) O potencial elétrico resultante no ponto médio entre as cargas será

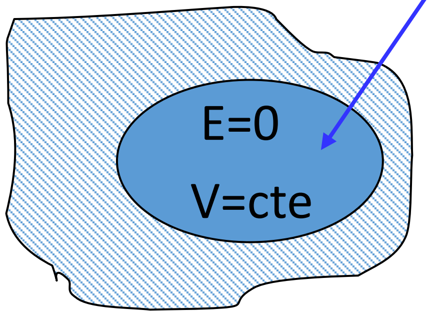
$$V = kq/(r/2) + kq/(r/2) = 4\ kq/r =$$

$$\frac{(4 \times 9 \times 10^9\ N.m^2/C^2)(5 \times 10^{-6}\ C)}{1\ m} = 1{,}8 \times 10^5\ V.$$

O Potencial Elétrico

Propriedades específicas dos condutores



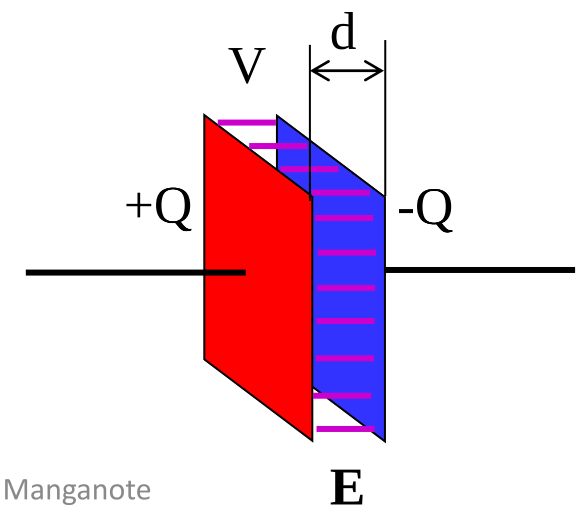


Gaiola de Faraday

Capacitores

Capacitância: C = Q/V
Unidade: Farad (F)

Energia armazenada: $U = (1/2)CV^2$



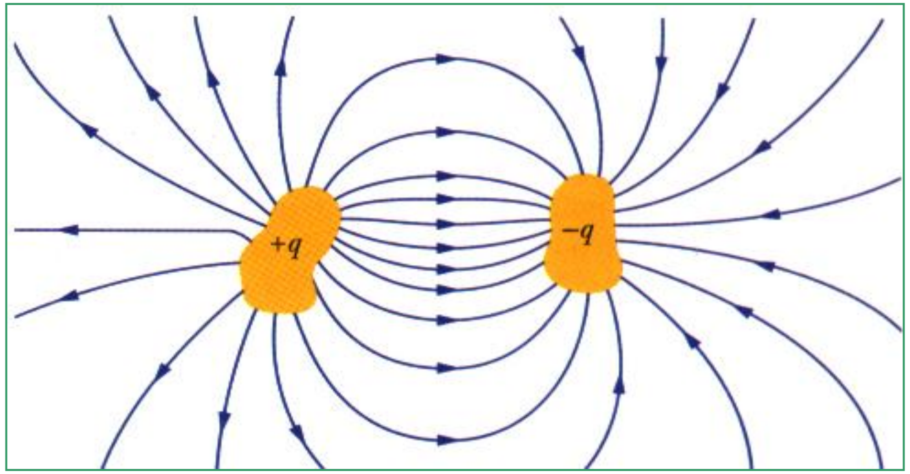
Pode-se mostrar que num capacitor plano:

$$\boxed{C = \varepsilon \frac{A}{d}}$$

Capacitância

Capacitores

Dois condutores carregados com cargas *q* e *–q* e isolados formam o que chamamos de *capacitor* .

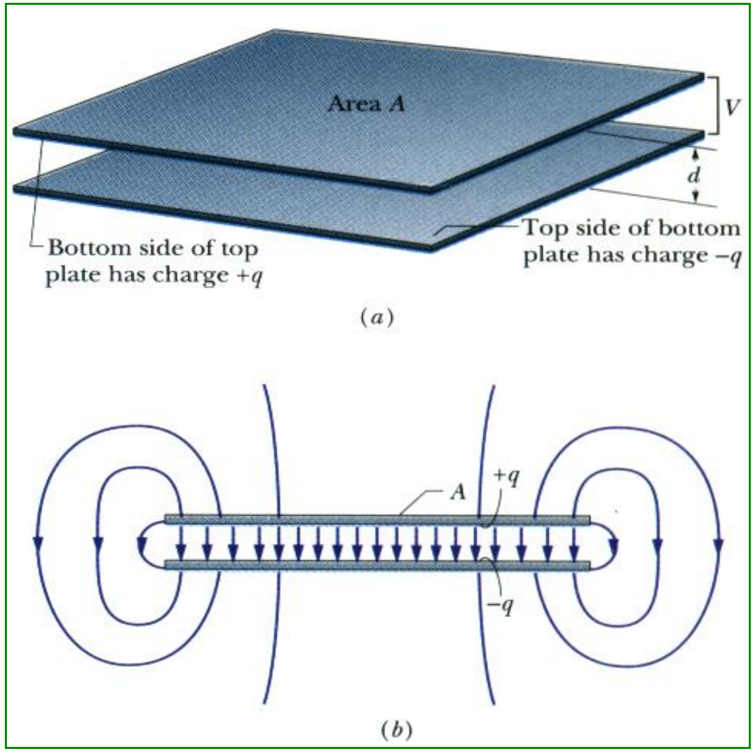


A sua utilidade é *armazenar energia potencial* no *campo elétrico* por ele formado .

Capacitância

Capacitores

O capacitor mais convencional é o de *placas paralelas* . Em geral dá-se o nome de *placas do capacitor* aos condutores que o compõem, independentemente das suas formas.



Capacitância

Capacitores

Como as placas do capacitor são condutoras, elas formam *superfícies equipotenciais*. A diferença de potencial entre elas é dada por

$$q = CV$$

onde *C* é a chamada *capacitância* do capacitor. Esta constante de proporcionalidade depende apenas da *geometria* do capacitor.
No SI a capacitância é medida em *farads* (F).

1farad = 1F = 1coulomb/volt = 1C/V

Importante: $\varepsilon_0 = 8{,}85\,\mathrm{pF/m}$

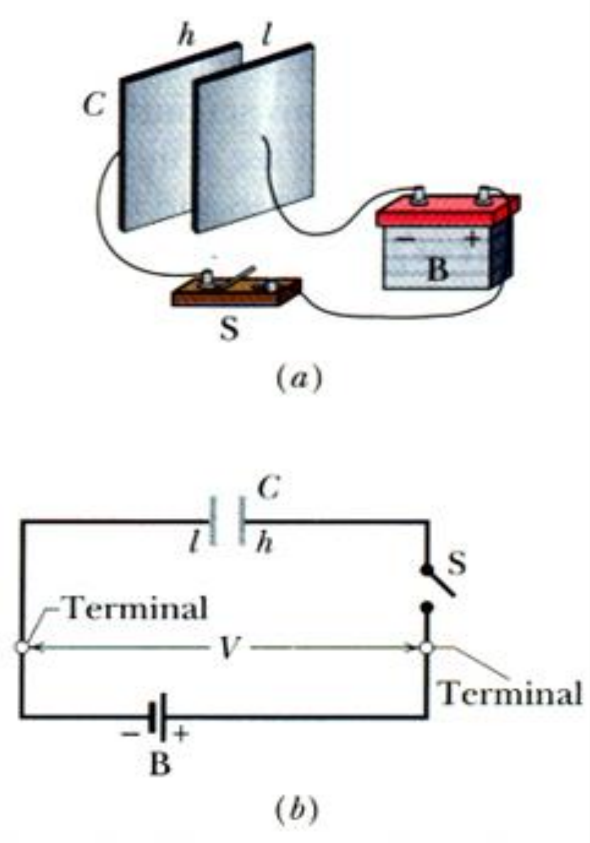
Capacitância

Carregando o capacitor

Podemos carregar um capacitor ligando as suas placas a uma bateria que estabelece uma diferença de potencial fixa, *V* , ao capacitor. Assim, em função de

$$q = CV$$

cargas q e $-q$ irão se acumular nas placas do capacitor estabelecendo uma diferença de potencial – *V* que se opõe ao potencial da bateria e faz cessar o movimento de cargas no circuito.



Capacitância

Capacitores em paralelo

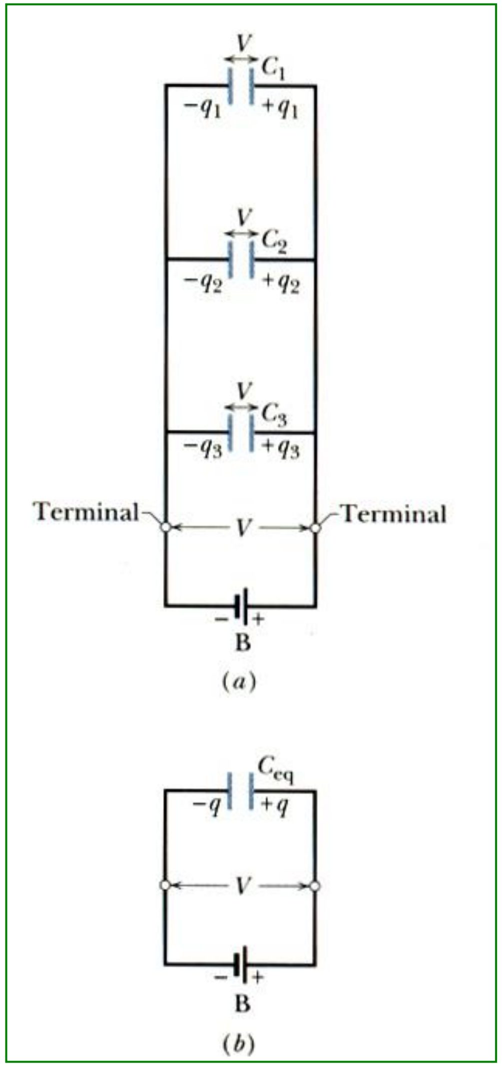
$$q_1 = C_1 V, \quad q_2 = C_2 V \quad \text{e} \quad q_3 = C_3 V$$

$$q_1 + q_2 + q_3 = q \quad \Rightarrow \quad q = (C_1 + C_2 + C_3)V$$

$$\Downarrow$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

$$C_{eq} = \sum_i C_i$$



Capacitância

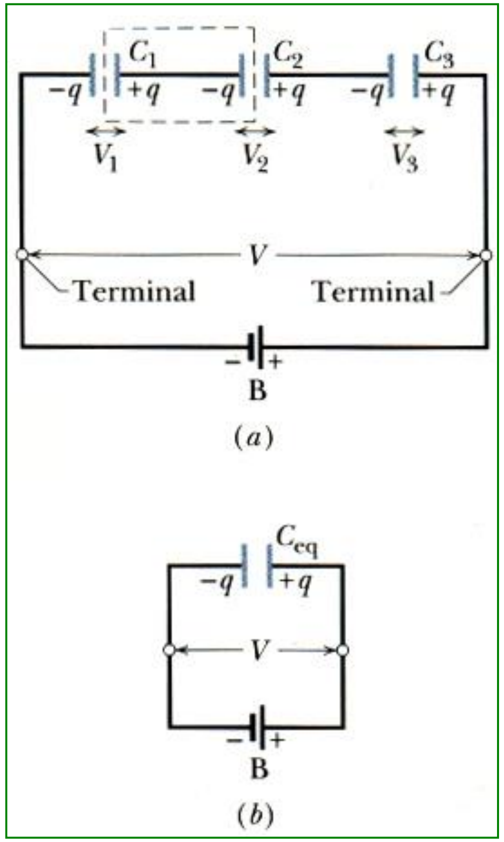
Capacitores em série

$$q = C_1 V_1, \quad q = C_2 V_2 \quad \text{e} \quad q = C_3 V_3$$

$$V_1 + V_2 + V_3 = V \quad \Rightarrow \quad q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right) = V$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$



Energia no capacitor

Energia armazenada no campo elétrico

Suponha que haja *q´* e *– q´* armazenadas nas placas de um capacitor. O trabalho para se deslocar uma carga elementar *dq´* de uma placa para a outra é então

$$dW = V'\,dq' = \frac{q'}{C}\,dq' \quad \Rightarrow \quad W = \int dW = \int_0^q \frac{q'}{C}\,dq' = \frac{q^2}{2C}$$

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2$$

Exemplo: Um capacitor com 150 pF é constituído por duas placas paralelas com 7 cm^2 cada uma. As placas estão separadas por uma lâmina plástica com espessura igual a 0,2 mm. Qual é a permissividade elétrica do plástico?

Resolução: Usando a equação (7.6) para calcular a permissividade elétrica de um capacitor com placas paralelas, teremos

$$\varepsilon = C \cdot d/A = (150 \times 10^{-12}\ C)(2 \times 10^{-4}\ m)/(7 \times 10^{-4}\ m^2) =$$
$$4{,}3 \times 10^{-11}\ F/m = 4{,}8\varepsilon_0.$$

Assim, a permissividade elétrica desse plástico é maior do que a do ar.

Exemplo: A capacitância por unidade de área de muitas membranas biológicas é da ordem de $1\mu F/cm^2$. A membrana celular é essencialmente uma bicamada lipídica com permissividade relativa 3. Qual é a espessura efetiva da membrana?

Resolução: Considerando uma membrana biológica como um capacitor com placas paralelas, temos

$$d = \varepsilon \frac{A}{C} = 3 \times 8{,}85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} \times 10^{-2} \frac{F}{m^2} =$$

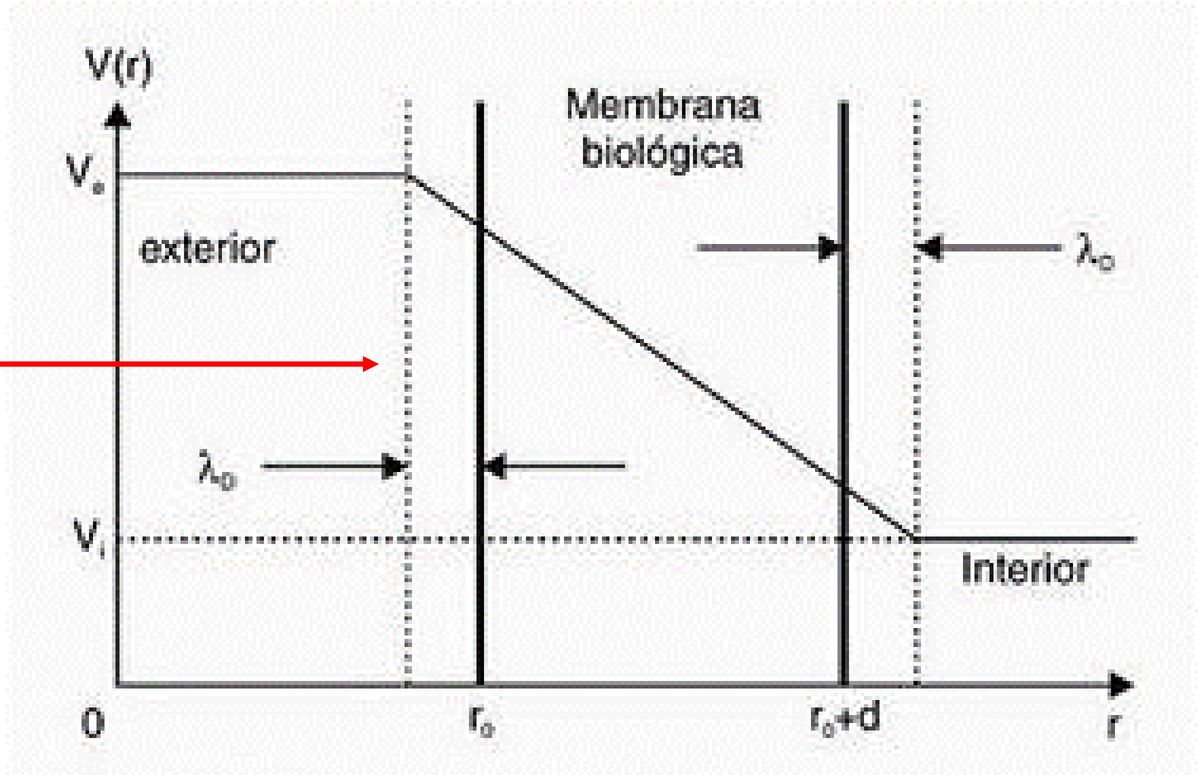
$$26{,}5 \times 10^{-10}\ m = 26{,}5\ \text{Å}$$

(lembrar que $1\text{Å} = 10^{-10}\ m = 10^{-8}\ cm = 10^{-1}\ nm$).

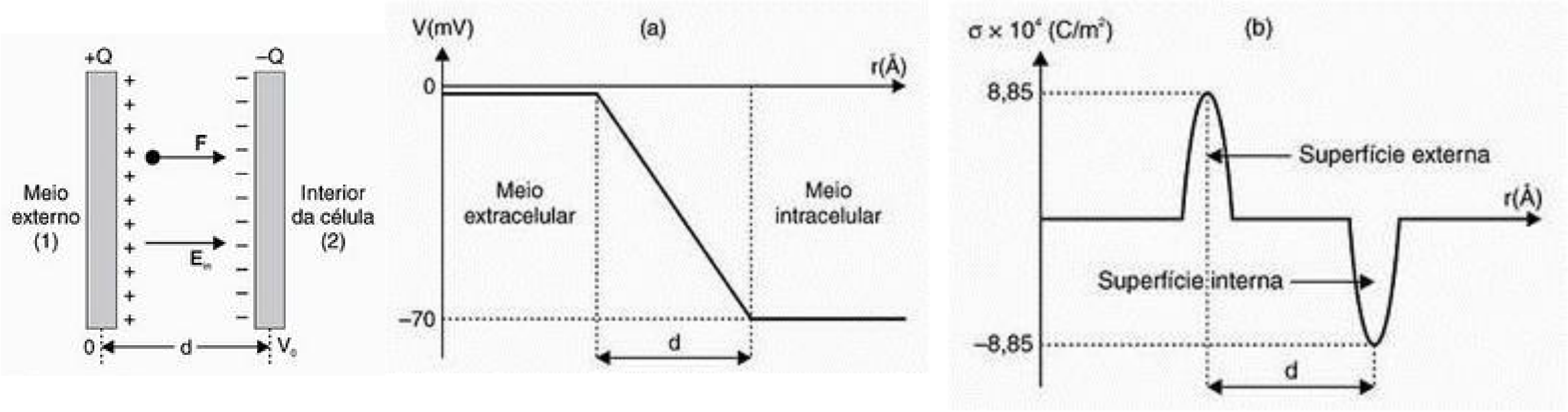
Potencial de uma Membrana Celular

As propriedades elétricas de uma membrana *celular* são derivadas da ionização de suas superfícies interna e externa e principalmente de sua capacidade para deixar passar seletivamente apenas alguns tipos de íons.

Espessura de Debye, uma fina camada onde se acumula o excesso de cargas positivas e negativas



Potencial de uma Membrana Celular



a) Membrana com espessura *d*, com potencial 0 e –70mV nas superfícies externa e interna, respectivamente.

b) A superfície externa da membrana tem carga positiva e a interna, negativa.

Exemplo: A membrana de uma célula tem permissividade elétrica $\varepsilon = 10\varepsilon_0$ e espessura de 80 Å. Se na superfície dessa membrana encontramos uma carga elétrica fundamental para cada quadrado com 250 Å de lado, determine:

a) o potencial da membrana;

b) o campo elétrico no interior da membrana; e

c) a força elétrica que experimenta cada íon de Ca^{++} que se encontra no interior da membrana.

Resolução: A carga elétrica fundamental de $1{,}6 \times 10^{-19}$ C ocupa, na membrana, uma área de $(2{,}5 \times 10^{-8}\ \text{m})^2 = 6{,}25 \times 10^{-16}\ \text{m}^2$. Logo, a densidade de carga superficial será

$$\sigma = (1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{C})/(6{,}25 \times 10^{-16}\ \text{m}^2) = 0{,}256 \times 10^{-3}\ \text{C/m}^2.$$

a) O potencial elétrico esperado para esta membrana será

$$V_0 = \sigma d/\varepsilon = 0{,}256 \times 10^{-3} \times 8 \times 10^{-9}/8{,}85 \times 10^{-11}\ \text{V} = 23{,}14\ \text{mV}.$$

b) O campo elétrico desenvolvido pela membrana será

$$E_0 = \sigma/\varepsilon = 0{,}256 \times 10^{-3}/8{,}85 \times 10^{-11}\ \text{V/m} = 2{,}89 \times 10^{6}\ \text{V/m}.$$

c) Sendo a carga elétrica de um íon de cálcio duas vezes uma carga fundamental, a força elétrica sobre esse íon, que se encontra no interior da membrana, será

$$F = 2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 2{,}89 \times 10^{6}\ \text{N} = 9{,}26 \times 10^{-13}\ \text{N}.$$

Exemplo: Uma célula tem forma aproximadamente esférica, com volume de 10^{-15} m^3. Sua membrana tem 90 Å de espessura e uma capacitância de 10^{-2} F/m^2. Se o potencial de repouso da célula for –10 mV, então determine:

a) a intensidade do campo elétrico no interior da membrana;

b) a carga elétrica total na superfície da membrana;

c) o número de íons monovalentes na superfície da membrana; e

d) a força elétrica experimentada por um íon bivalente ao atravessar a membrana.

Resolução: Se *r* é o raio da célula, então de seu volume $V = (4/3)\pi r^3$ determinamos $r = 0{,}62 \times 10^{-5}$ m. A área da membrana será $A = 4\pi r^2 = 4{,}836 \times 10^{-10}$ m^2 e sua capacitância $C = (10^{-2}\ F/m^2)(4{,}836 \times 10^{-10}\ m^2) = 4{,}836 \times 10^{-12}$ F. Sendo o potencial de repouso da célula $V_0 = -10^{-2}$V, teremos:

a) a intensidade do campo elétrico no interior da membrana

$$E = V_0/d = -10^{-2}\ V/9 \times 10^{-9}\ m = 1{,}1 \times 10^6\ V/m;$$

b) a carga elétrica total na superfície da membrana

$$Q = C \cdot V_0 = 4{,}84 \times 10^{-14}\ C;$$

c) o número de íons monovalentes na superfície da membrana

$$N = Q/e = 3{,}02 \times 10^5;\ e$$

d) a força elétrica sobre um íon bivalente, ao atravessar a membrana,

$$F = 2eE = 0{,}35 \times 10^{-12}\ N.$$

Corrente elétrica e resistência

a) A condição para que exista uma corrente elétrica através de um condutor é que se estabeleça uma diferença de potencial ao longo do condutor ($E \neq 0$).

b) Na fig. 1a temos um circuito equivalente a um condutor isolado , tendo ou não cargas em excesso. Neste caso o potencial é o mesmo ao longo do condutor e $E = 0$. Apesar de existirem elétrons de condução disponíveis, nenhuma força elétrica resultante atua sobre eles, logo não há corrente elétrica.

c) Na fig. 1b foi estabelecida uma corrente através da introdução de uma bateria no circuito. Após um intervalo de tempo muito curto, o fluxo de elétrons atinge um valor constante resultando em uma corrente contínua (DC).

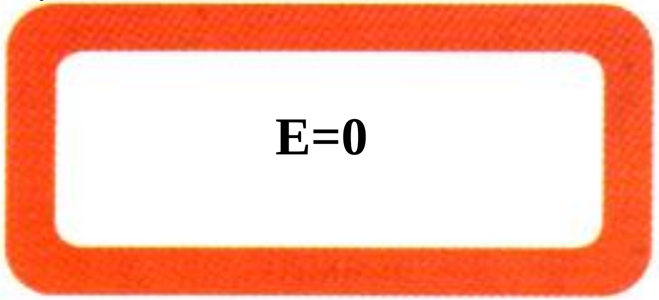


Fig. 1a

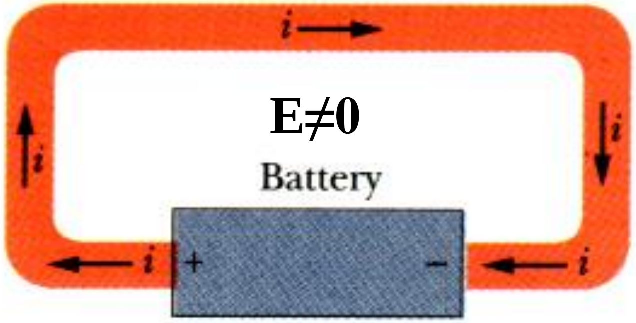


Fig.1b

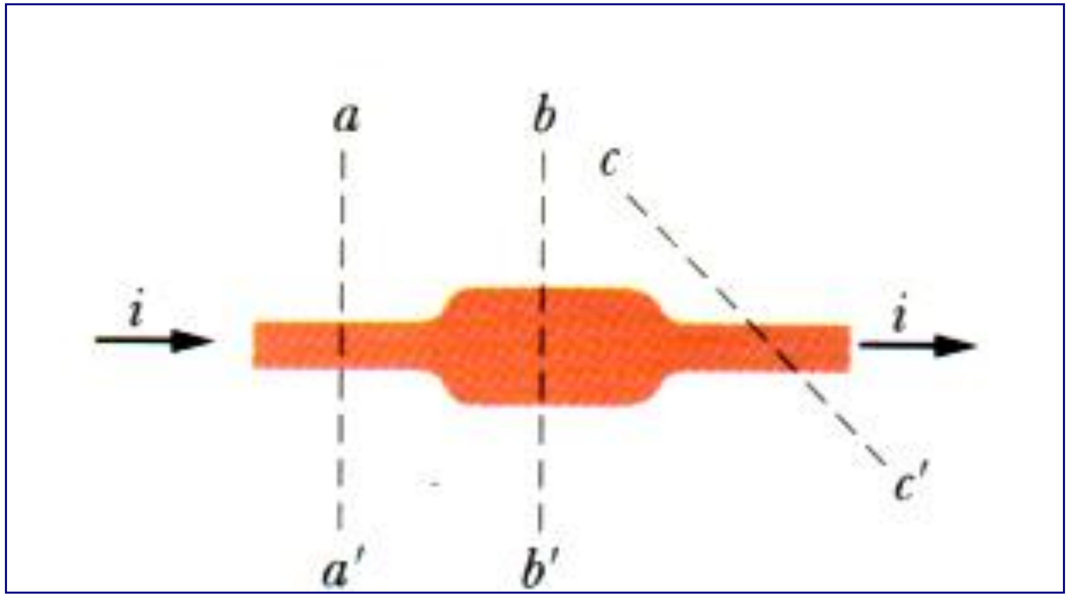
Corrente elétrica e resistência

Definição de corrente:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

A carga Δq que atravessa um plano em um intervalo de tempo Δt pode ser determinada através de:

$$\Delta q = \int dq = \int_0^{\Delta t} i\, dt$$



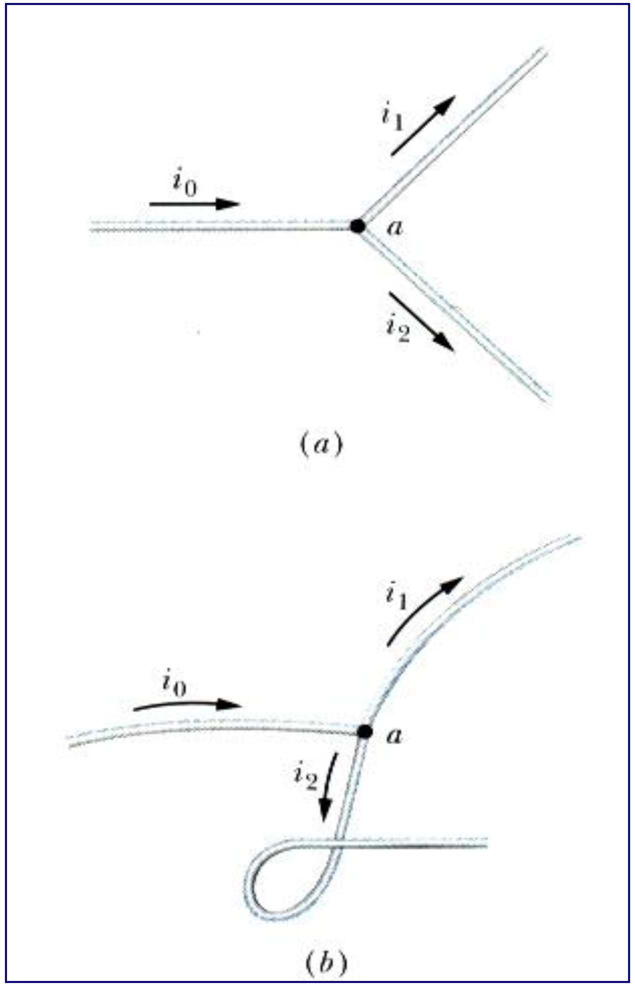
Unidade de corrente: 1 Ampère = 1 C/s

Corrente elétrica e resistência

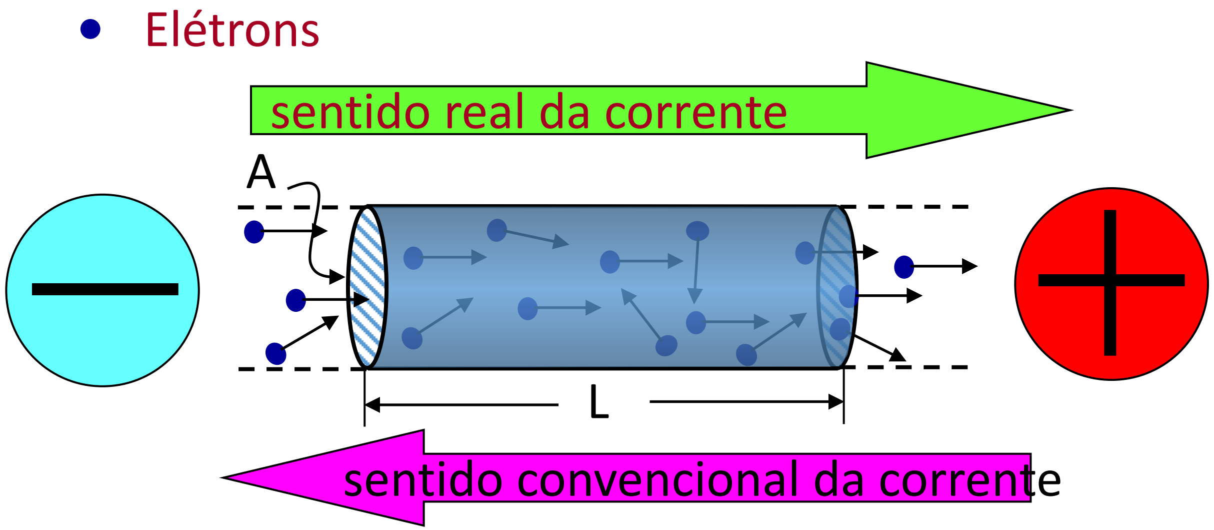
a) Correntes, apesar de serem representadas por setas, são *escalares*.

b) Em conseqüência da conservação de cargas, temos:

$$i_0 = i_1 + i_2$$



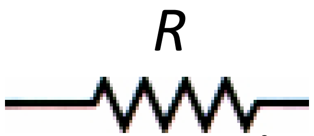
c) O sentido da corrente é o sentido no qual se moveriam os portadores de *carga positiva*, mesmo que os verdadeiros portadores de carga sejam *negativos*.

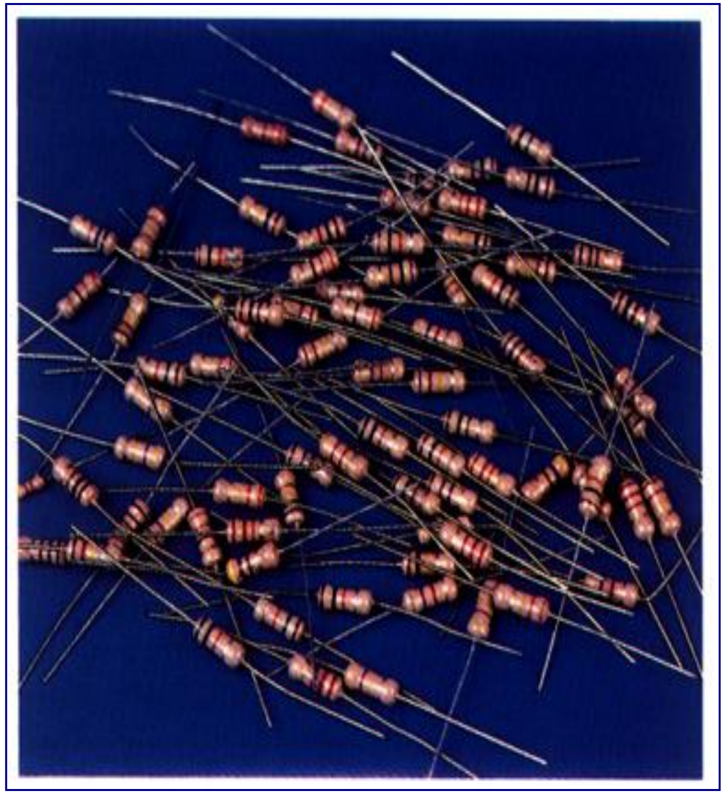


Resistência e Resistividade

Definição de resistência: $$R = \frac{V}{I}$$

No Sistema Internacional (SI), a diferença de potencial em *volts* (V) e a corrente em *ampères* (A) resulta em R em *ohms* (Ω) . Na prática, um material cuja função é oferecer uma resistência especificada em um circuito é chamado de *resistor* (veja figura ao lado) e seu símbolo em circuitos é :





A principal função do resistor em um circuito é controlar a corrente.

Resistência e Resistividade

Do ponto de vista da física microscópica é conveniente utilizar o campo elétrico $\vec{E}$ e a densidade de corrente $\vec{J}$ no lugar da diferença de potencial *V* e da corrente elétrica *i*. Daí, o equivalente microscópico da resistência *R* é a resistividade ρ, definida por:

$$\vec{E} = \rho\,\vec{J}$$ o que nos leva a $$\rho = \frac{E}{J} \quad \left(\frac{\mathrm{V/m}}{\mathrm{A/m^2}} = \Omega.\mathrm{m} \right)$$

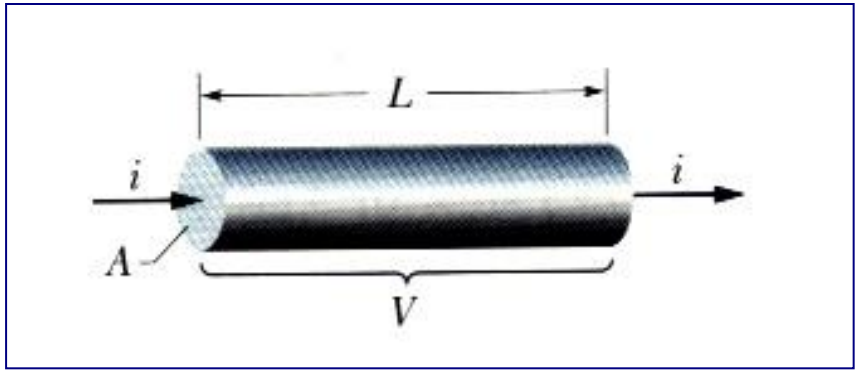
Em termos de estrutura de materiais algumas vezes é conveniente usar a condutividade σ, definida por:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad \left(\frac{1}{\Omega.\mathrm{m}} \right)$$

Calculando R em função de ρ:

$$E = \frac{V}{L} \quad \mathrm{e} \quad J = \frac{i}{A}$$ Substituindo em

$$\rho = \frac{E}{J}$$ tem-se $$R = \rho\frac{L}{A}$$

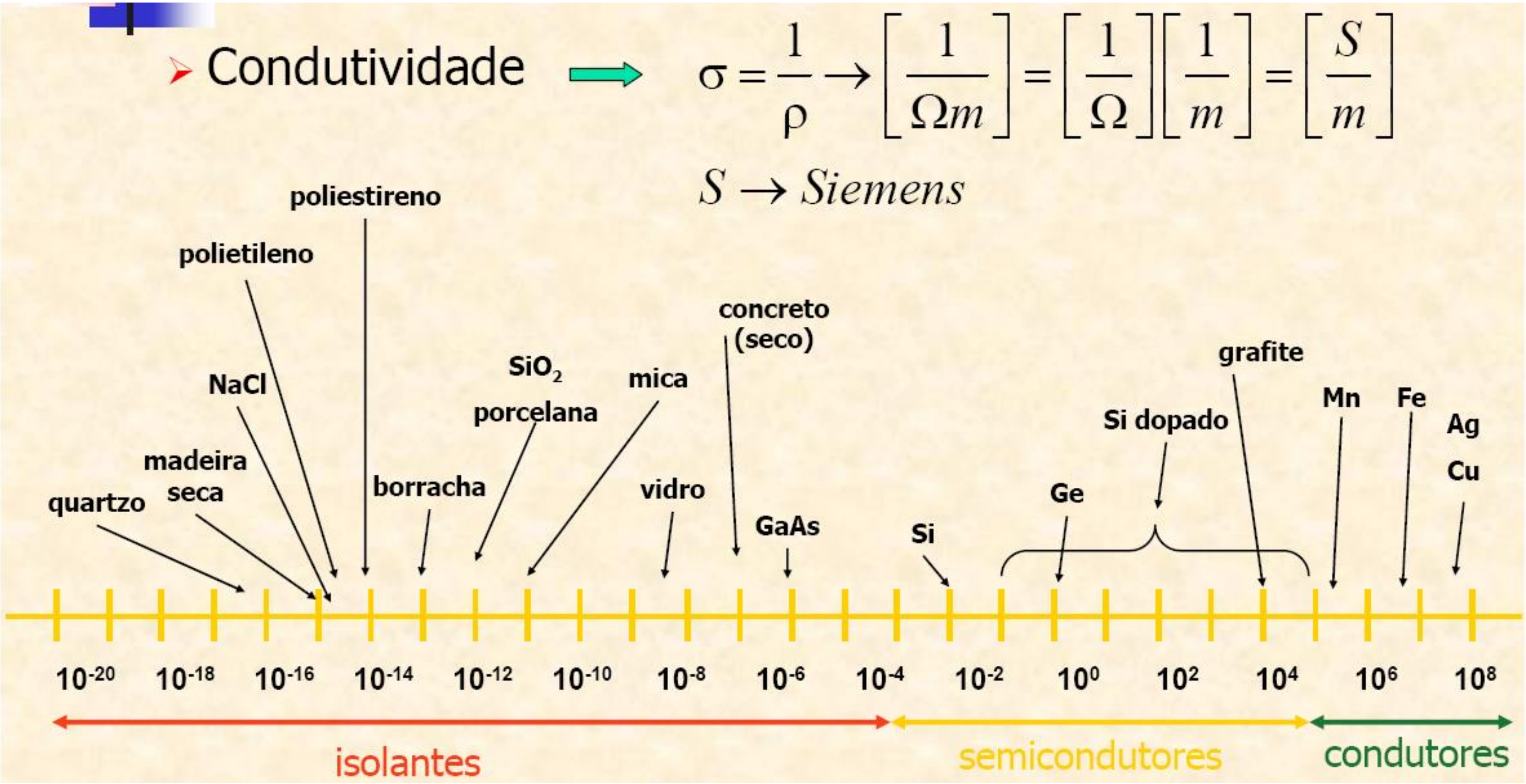


Resistividade de Alguns Materiais

Material (a 20^0 C)	Resistividade ρ (Ω.m)	Coeficiente de resistividade (K^{-1})
Prata	$1,62 \times 10^{-8}$	$4,1 \times 10^{-3}$
Cobre	$1,69 \times 10^{-8}$	$4,3 \times 10^{-3}$
Alumínio	$2,75 \times 10^{-8}$	$4,4 \times 10^{-3}$
Tungstênio	$5,25 \times 10^{-8}$	$4,5 \times 10^{-3}$
Ferro	$9,68 \times 10^{-8}$	$6,5 \times 10^{-3}$
Platina	$10,6 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-3}$
Manganina	$4,82 \times 10^{-8}$	$0,002 \times 10^{-3}$
Silício puro	$2,5 \times 10^{-3}$	-70×10^{-3}
Silício tipo *n*	$8,7 \times 10^{-4}$	
Silício tipo *p*	$2,8 \times 10^{-3}$	
Vidro	10^{10} - 10^{14}	
Quartzo fundido	$\sim 10^{16}$	

Condutores, semicondutores e isolantes

Condutividade de Alguns Materiais



Variação da resistividade com a temperatura

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \, \alpha \, (T - T_0)$$

Nesta equação, T_0 é uma temperatura de referência selecionada e ρ_0 é a resistividade nesta temperatura.

Normalmente, $T_0 = 293K$ para a qual ρ_0 = 1,69 x 10^{-8} Ω.cm, no caso do Cobre.

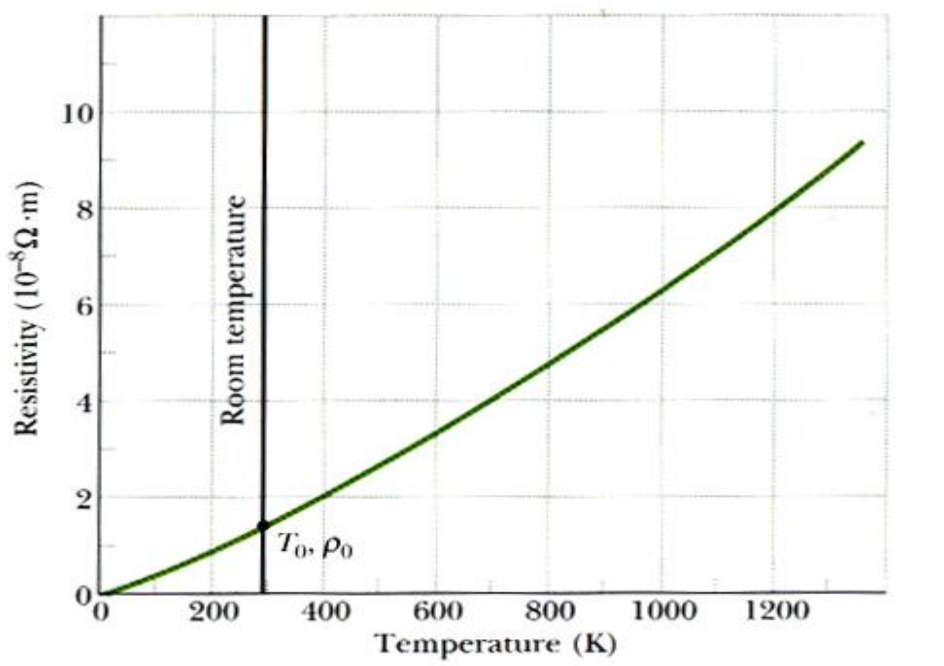


FIGURE 28-10 The resistivity of copper as a function of

Lei de Ohm

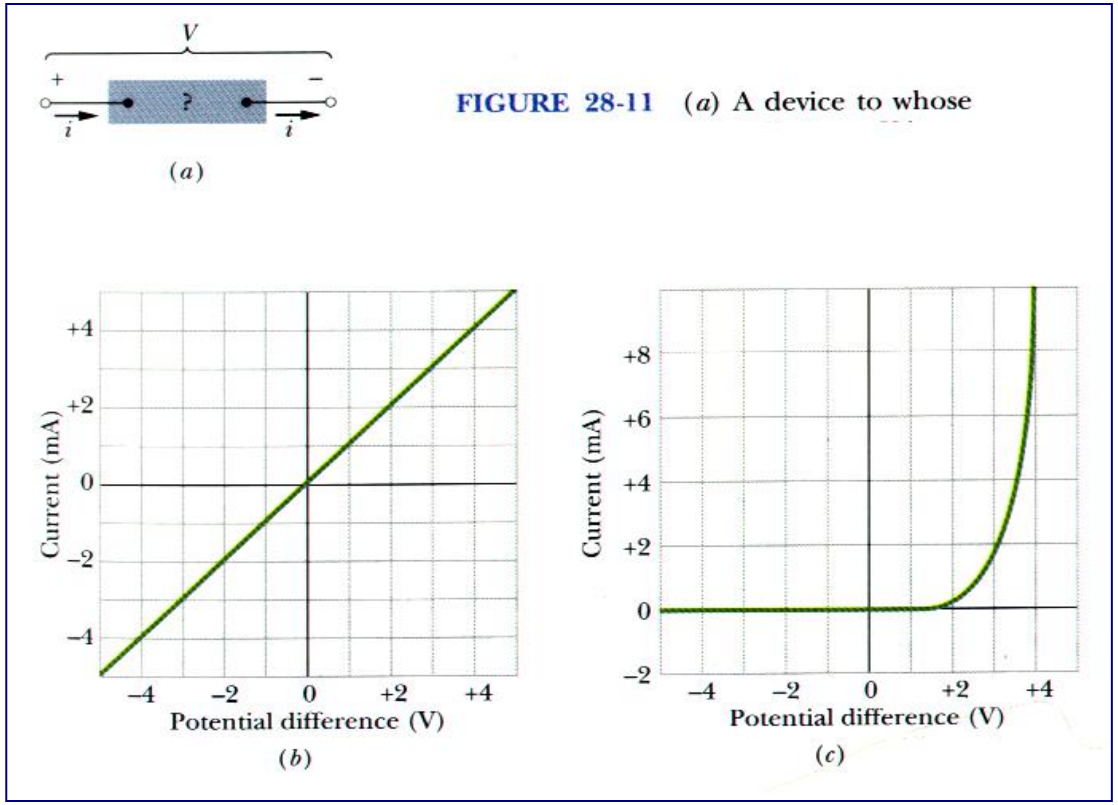
A lei de Ohm estabelece que *a variação da corrente* através de um "dispositivo" em função da *diferença de potencial* é *linear*, ou seja, *R independe de V* (veja fig. b). Quando isto acontece diz-se que o "dispositivo" é um *condutor ôhmico*. Caso contrário o condutor não segue a lei de Ohm (veja fig. c).

Pela definição de resistência

$$R = \frac{V}{I}$$

a Lei de Ohm implica que

$$R \neq R(V)$$



Choque elétrico

Fatores que influenciam:

- Percurso da corrente elétrica pelo corpo humano
- Intensidade da corrente elétrica
- Tempo de duração do choque elétrico
- Área de contato
- Pressão de contato
- Frequência da corrente elétrica
- Tensão (Diferença de potencial)
- Condições da pele do indivíduo
- Constituição física
- Estado de saúde

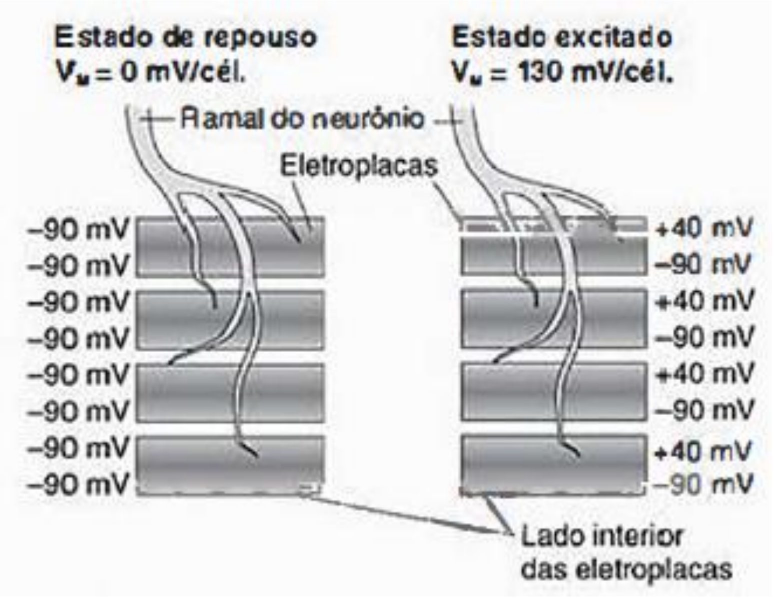
Choque elétrico

Corrente (mA)	Efeitos
1	Limiar da sensação.
5	Corrente máxima suportável sem problemas.
10-20	Limiar da contração muscular tolerável. Este limiar depende da duração do choque. Contração dos músculos do tórax pode causar parada respiratória durante o choque.
50	Limite da dor suportável.
100-300	Possível fibrilação ventricular; frequentemente fatal.
300	Limiar de queimaduras, dependendo da concentração da corrente.
6000 (6A)	Parada respiratória e cardíaca durante o choque. Frequentemente o batimento cardíaco e a respiração retornam após o choque. Correntes dessa ordem são usadas em desfibriladores.

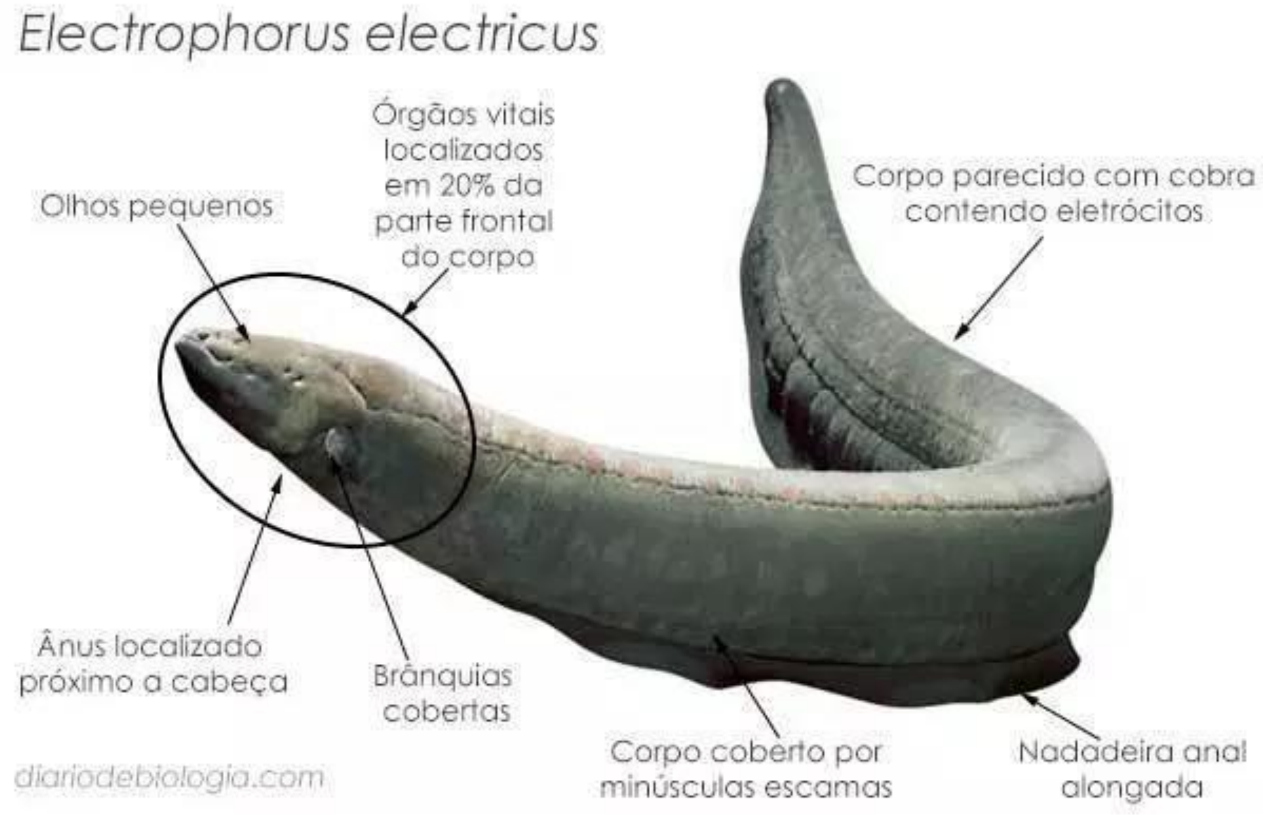
Os valores da tabela referem-se a choques em homens com CA de 60Hz e 1 segundo de duração. Para mulheres, os valores estão entre 60 e 80% dos valores listados para homens.

Peixes-elétricos

Nos peixes-elétricos os órgãos elétricos são derivados de tecidos musculares especializados em produzir descargas elétricas de diversas maneiras.

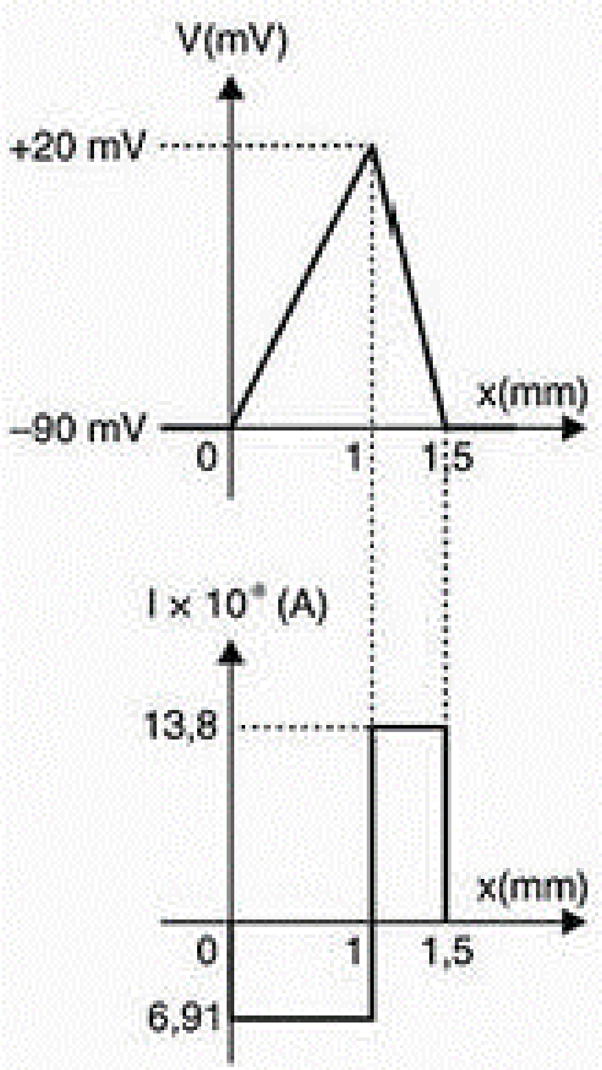


Poraquê - produz uma descarga de até 600 volts



Os potenciais são gerados de acordo com o mesmo princípio de geração nas células nervosas. Um estímulo nervoso origina em uma célula um potencial de ação da ordem dos mili-volts. que se propagará através do bloco de células, o que produzirá pulsos de potência transitórios de alguns ou muitos volts.

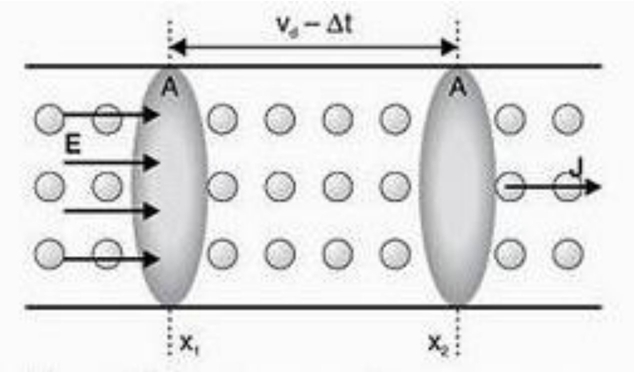
Exemplo: Em dado instante, o potencial ao longo de um axônio varia de acordo com o gráfico ao lado. Se o raio do axônio é 10^{-5} m e a resistividade do axoplasma é 0,5 V.m/A, qual é a corrente elétrica ao longo do axônio em função da posição?



Resolução: Ao longo do axônio, entre 0 e 1 mm, temos
campo elétrico $E_1 = -[20-(-90)] \times 10^{-3}$ V/10^{-3} m = –110 V/m
densidade de corrente $J_1 = E_1/\rho = -220$ A/m^2
e corrente ao longo do axônio $I_1 = J_1A = -6{,}91 \times 10^{-8}$A.

Ao longo do axônio, entre 1 e 1,5 mm, temos
campo elétrico $E_1 = -[-90-20] \times 10^{-3}$ V/0,5 $\times 10^{-3}$ m = 220 V/m
densidade de corrente $J_2 = E_2/\rho = 440$ A/m^2
e corrente ao longo do axônio $I_2 = J_2A = 13{,}8 \times 10^{-8}$A.

Equação de Nernst-Planck



$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqAv_d\frac{\Delta t}{\Delta t} \qquad \vec{J} = nq\overrightarrow{v_d}$$

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} = \frac{\vec{E}}{\rho}$$

Nos fluidos extra e intracelular, a concentração de cada espécie iônica é muito diferente; isso dá origem a uma difusão iônica, que tende a uniformizar a concentração de cada espécie de íon nos dois meios.

Corrente devida à difusão $\longrightarrow$ $\overrightarrow{J_n^D} = -q_n D_n grad C_n \qquad D_n = kT\mu_n$

$\overrightarrow{J_n} = \overrightarrow{J_n^D} + \overrightarrow{J_n^E}$ $\longrightarrow$ Corrente Total = Difusão + Migração

Equação de Nernst-Planck

$$\overrightarrow{J_n} = \overrightarrow{J_n^D} + \overrightarrow{J_n^E}$$ → Corrente Total = Difusão + Migração

$$\sigma_n = \mu_n q_n^2 C_n$$ → Condutividade Iônica

$$\overrightarrow{J_n} = -q_n \mu_n [kT\, grad C_n + q_n C_n\, grad V]$$ Equação de Nernst-Planck

Ou, numa direção apenas...

$$\overrightarrow{J_n} = -q_n \mu_n \left(kT \frac{dC_n}{dx} + q_n C_n \frac{dV}{dx} \right)$$

Exemplo: Nos dois lados de uma membrana celular encontramos os íons X^+ e Y^- com as respectivas concentrações $C_x(1)$ e $C_y(1)$ no meio extracelular e $C_x(2)$ e $C_y(2)$ no meio intracelular. Analise o transporte de cargas elétricas pela *difusão* desses íons através da membrana celular.

Resolução: O transporte de cargas devido à difusão é dado pela equação (7.9). Se considerarmos que a difusão das cargas ocorre ao longo da direção z, então

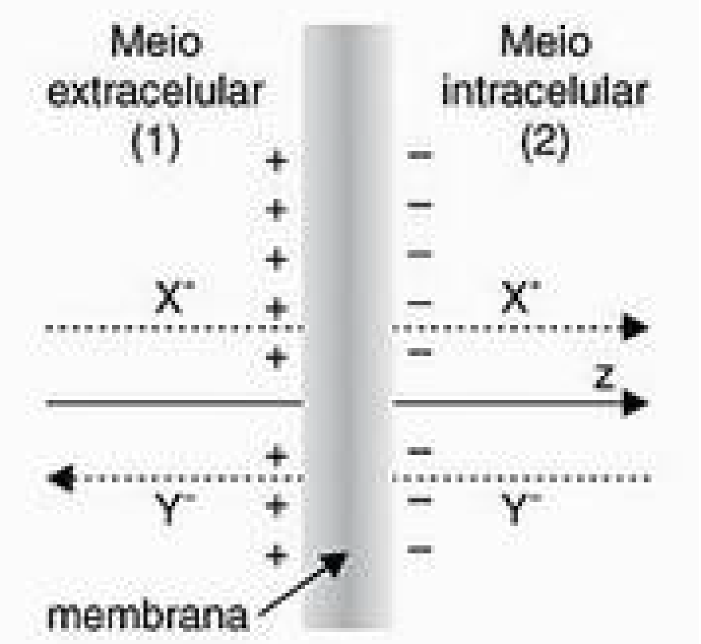
$$J_n dz = -q_n \mu_n kT \frac{\partial C_n}{\partial z} dz = -q_n \mu_n kT (dC_n).$$

Se a difusão ocorrer no sentido do meio extra para o intracelular, então

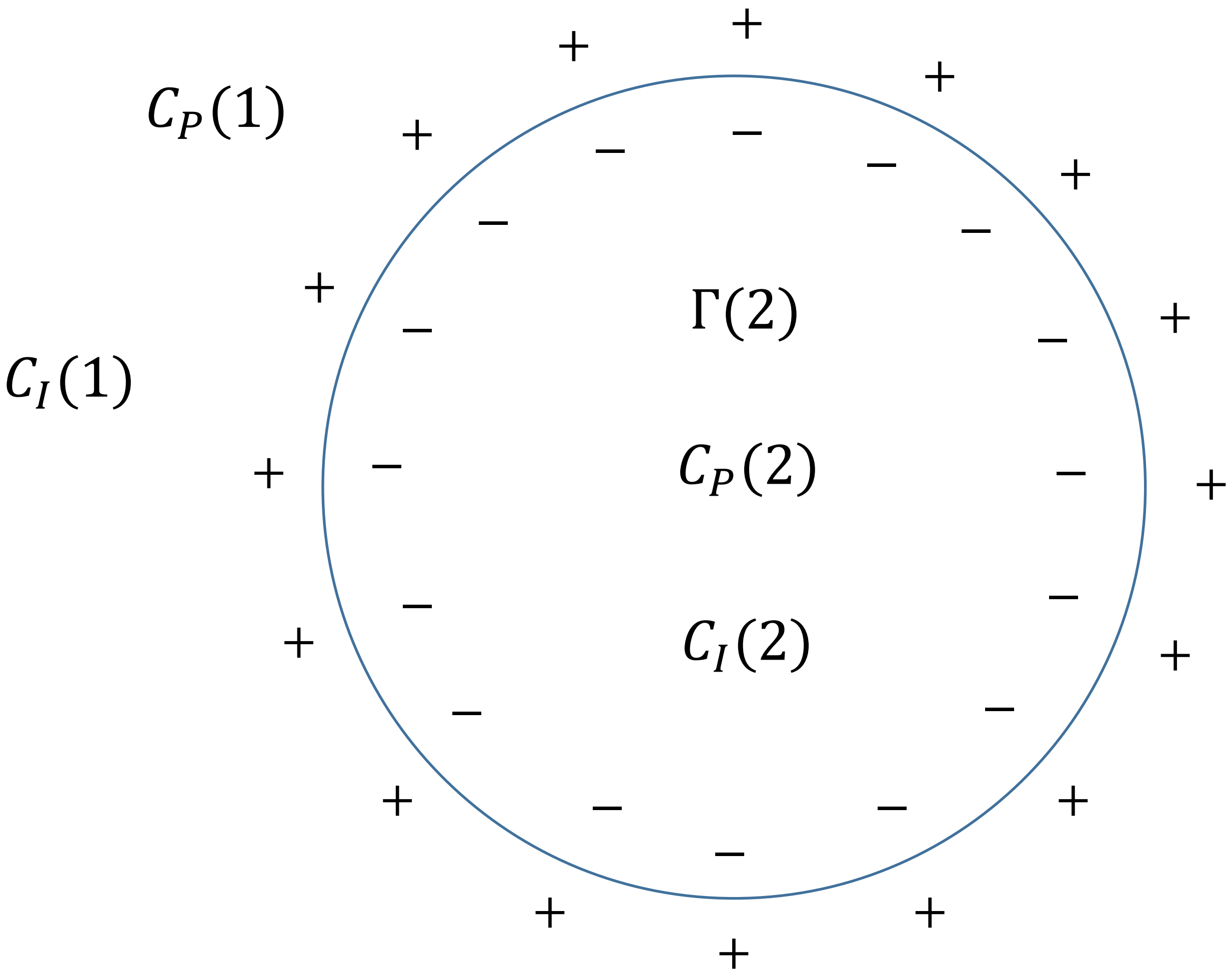
$$\int J_n dz = -q_n \mu_n kT \int_2^1 dC_n = -q_n \mu_n kT \, [C_n(2) - C_n(1)].$$

a) Se $C_x(2) < C_x(1)$ e considerando que q_x é *positivo*, então o fluxo de cargas devido à difusão desses íons ocorrerá no sentido mostrado na figura ao lado.

b) Se $C_y(2) < C_y(1)$ e considerando que q_y é *negativo*, então o fluxo de cargas, devido à difusão dos íons Y^-, ocorrerá no sentido mostrado na figura ao lado. Note que, na análise da tendência difusional desses íons, não foram considerados os efeitos do potencial da membrana e dos potenciais eletroquímicos gerados pelos íons X^+ e Y^-.



Potenciais de Nernst e Donnan



$Íons\ P^{+}\ e\ I^{-}$

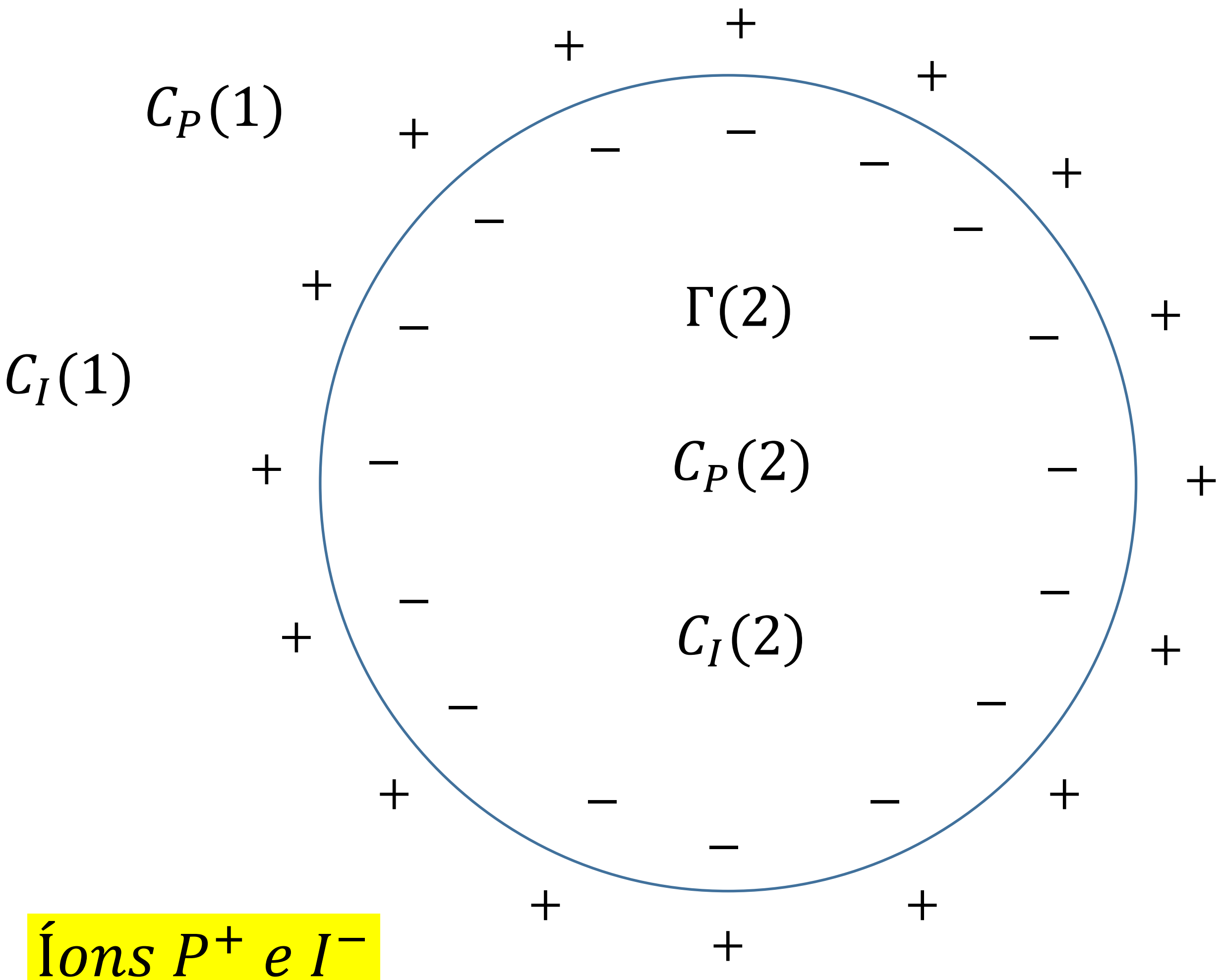
No equilíbrio, para os íons P:

$$\overrightarrow{J_P} = -q_P\mu_P\left(kT\frac{dC_P}{dx} + q_P C_P\frac{dV}{dx}\right) = 0$$

Potencial de Nernst

$$V_P^N = -\frac{kT}{q_P}ln\left[\frac{C_P(2)}{C_P(1)}\right]$$

Potenciais de Nernst e Donnan



$Íons\ P^+\ e\ I^-$

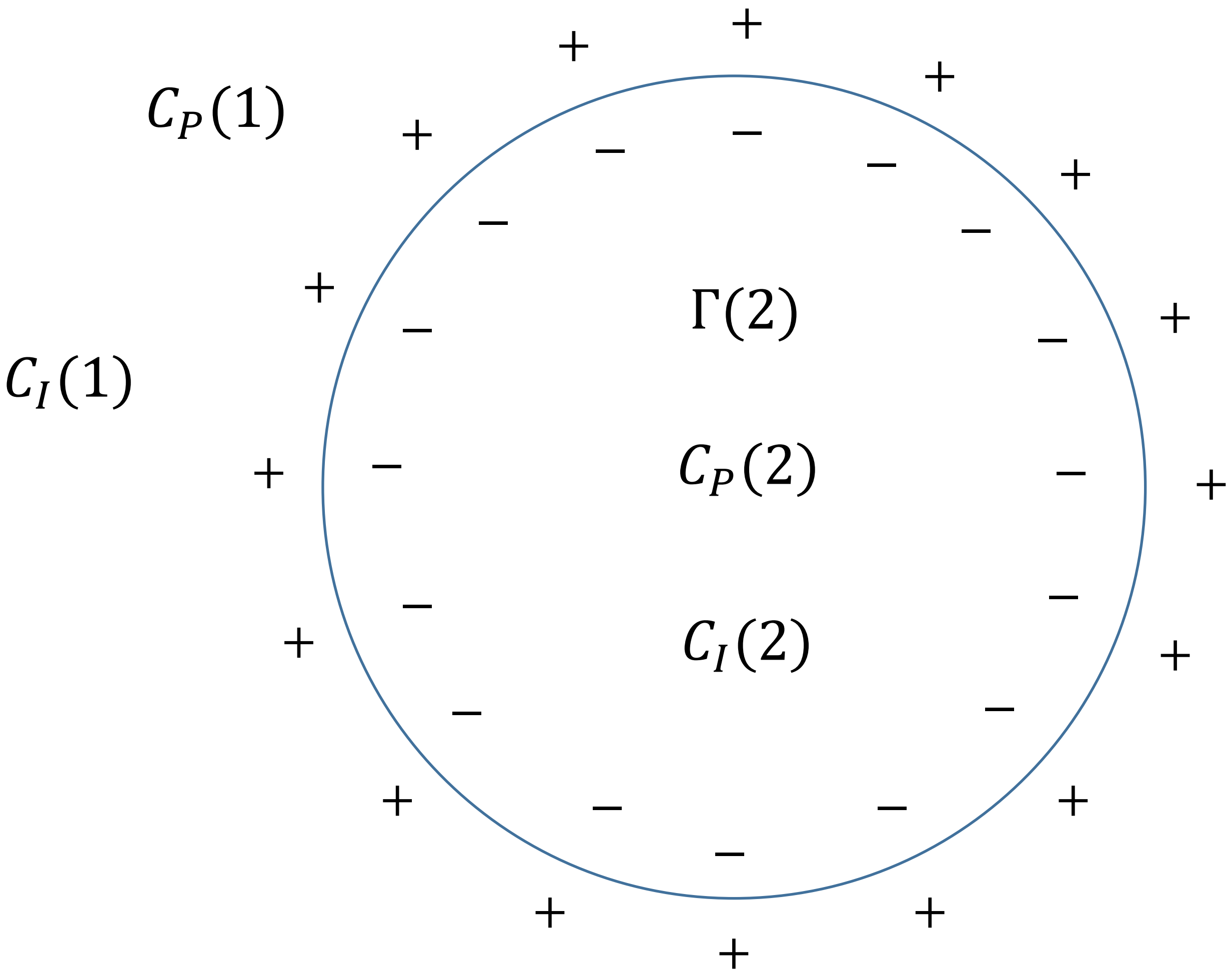
O potencial de membrana é o mesmo para P e I

$$ln\left[\frac{C_P(1)}{C_P(2)}\right] = ln\left[\frac{C_I(2)}{C_I(1)}\right]$$

Equilíbrio de Donnan

$$\left[\frac{C_P(1)}{C_P(2)}\right] = \left[\frac{C_I(2)}{C_I(1)}\right]$$

Potenciais de Nernst e Donnan



$Íons\ P^+, Q^+ e\ I^-$

Equilíbrio de Donnan

$$\left[\frac{C_P(1)}{C_P(2)}\right] = \left[\frac{C_Q(1)}{C_Q(2)}\right] = \left[\frac{C_I(2)}{C_I(1)}\right] = k$$

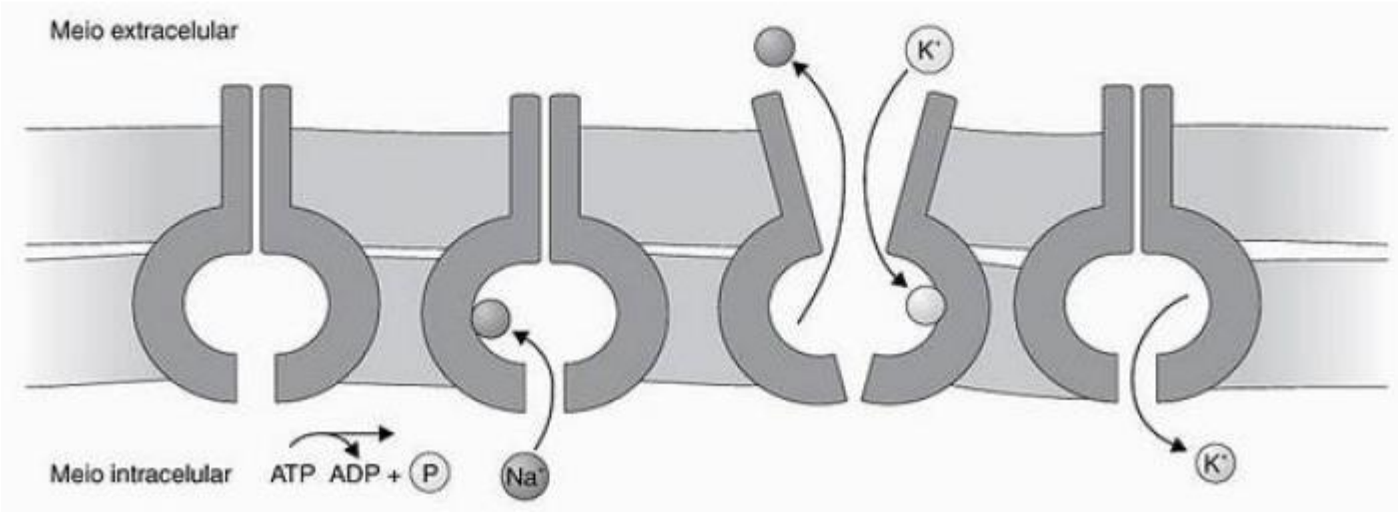
O equilíbrio de cargas será possível com a presença de um potencial:

$$V_D = -\frac{kT}{q_n} ln\left[\frac{C_n(2)}{C_n(1)}\right]$$

Potencial de Donnan

Transporte Ativo de Íons: Bomba de Sódio-Potássio

O transporte ativo de íons inorgânicos, através da membrana celular, é realizado por proteínas transmembranais (carregadoras) especializadas no transporte de um tipo de íon, molécula ou grupo de íons/moléculas



No funcionamento da bomba de Na^+–K^+ observa-se que:

- o transporte dos íons Na e K está acoplado à hidrólise de ATP;
- o transporte de íons e a hidrólise de ATP podem ocorrer quando há Na^+ e ATP no interior da célula e K^+ no lado de fora; e
- para cada molécula de ATP hidrolisada três íons de Na são bombeados para fora e dois íons de K para dentro.