

# Módulo 05

## Física da Fala e da Audição

### ONDAS SONORAS

**Prof. Edmilson Manganote**  
Instituto de Física Gleb Wataghin (IFGW)  
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)  
[mangano@ifi.unicamp.br](mailto:mangano@ifi.unicamp.br)

# Raios e Trovões: Velocidade do som vs. luz



Qual é a distância aproximada de uma tempestade quando você nota uma diferença de 3 segundos entre ver o raio e ouvir o trovão?

*Resposta: 3 segundos  $\times$  340 metros/segundo  
= 1020 metros  $\approx$  1 km*

# Som

- infrassônico
  - frequências  $< 20$  Hz
- ultrassônico
  - frequências  $> 20,000$  Hz
- intervalo de audição humano
  - frequências entre 20 Hz e 20.000 Hz



# O Som

$$p(x,t) = -\rho_0 v^2 \frac{\partial u}{\partial x}$$

Deslocamento do fluido (u)  
muda a ...

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

pressão (p) que volta  
a produzir variação  
no ...

densidade ( $\delta$ ) que, por sua vez,  
gera mudança na...

$$p(x,t) = -\rho_0 v^2 \delta(x,t)$$

$$\delta(x,t) = \rho - \rho_0 = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}$$

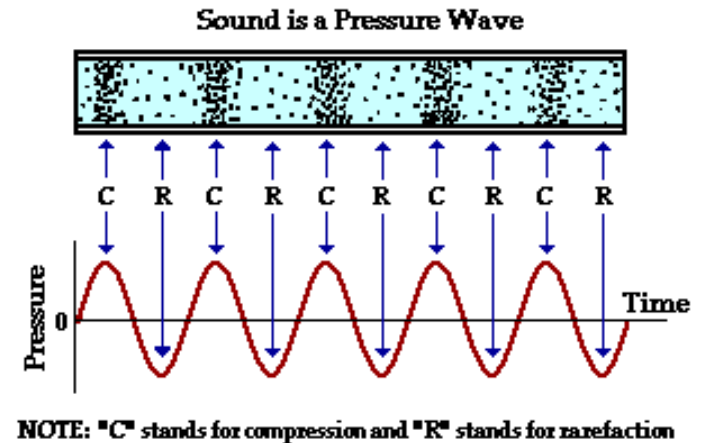
# A equação de onda para o som

A equação de onda em para o som em um tubo

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

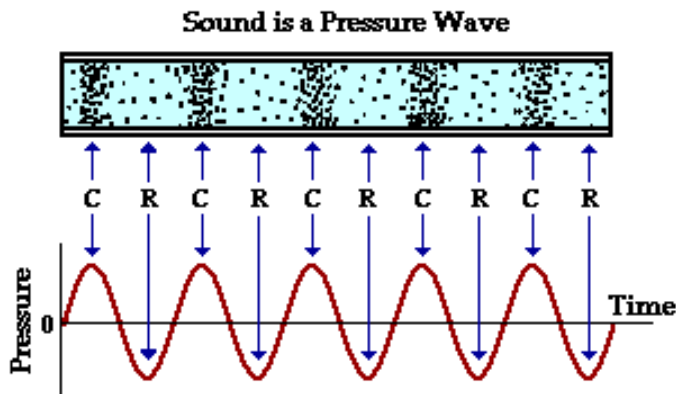
$$\frac{1}{v^2} = \frac{k^2}{\omega^2}$$

Onda de pressão



# Velocidades das ondas longitudinais

- A velocidade de ondas longitudinais tem uma forma similar ao caso de uma onda transversal



NOTE: "C" stands for compression and "R" stands for rarefaction

$$v = \sqrt{\frac{\text{fator elástico}}{\text{fator de inercia}}}$$

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Ondas em sólidos

$$\text{ou } v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Ondas em gases ou líquidos

$E$  é o módulo elástico do material;  $\rho$  é a densidade;  $B$  é o módulo de compressão volumétrica

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V}$$



# Velocidades das ondas longitudinais

$B$  é o módulo de compressão volumétrico

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V}$$

A densidade

$$\rho = \frac{M}{V}$$

dai

$$\Delta\rho = -M \frac{\Delta V}{V^2} = -\rho \frac{\Delta V}{V}$$

No fluido o módulo volumétrico fica

$$B = \rho \left( \frac{\Delta P}{\Delta\rho} \right)$$

# Velocidades das ondas longitudinais

As pressões e densidades são  $B = \rho \left( \frac{\Delta P}{\Delta \rho} \right)$

$$P = p_0 - p$$

$$\rho = \rho_0 - \delta$$

onde  $p \ll p_0$ ,  $\delta \ll \rho_0$

dai

$$\frac{p}{\delta} = \frac{P - p_0}{\rho - \rho_0} = \frac{\Delta P}{\Delta \rho} = \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_o$$

$$v = \sqrt{\left( \frac{\Delta P}{\Delta \rho} \right)}$$



# Velocidades das ondas longitudinais

Ondas de som são processos adiabáticos (sem troca de calor) onde

$$P = b\rho^\gamma$$

$\gamma$  é a razão dos calores específicos do gás a pressão constante e volume constante

Gás ideal  $\gamma = 1.4$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_o = \gamma \frac{P_0}{\rho_0}$$

A velocidade do som

$$v = \sqrt{\gamma \frac{P_0}{\rho_0}}$$

# Velocidade do som: exemplos

Velocidade do som no ar

$$P = 1 \text{ atm} \cong 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2, \quad T = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$$

A densidade do ar é  $1,3 \text{ kg/m}^3$

$$v = \sqrt{\gamma \frac{P_0}{\rho_0}}$$

$$v = 332 \text{ m/s em } T = 0^\circ\text{C}$$

$$v = 344 \text{ m/s em } T = 20^\circ\text{C}$$

Velocidade do som na água

$$B = 2.2 \times 10^9 \text{ N/m}^2, \quad T = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$$

A densidade da água é aprox.  $10^3 \text{ kg/m}^3$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}}$$

$$v = 1.483 \text{ m/s em } T = 0^\circ\text{C}$$

Em **sólidos** esta velocidade chega a valores da ordem de **3.000 m/s**



# Intensidade

Onda sonora harmônica de deslocamento  $u$  num tubo cilíndrico

$$u(x, t) = U \cos(kx - \omega t + \phi)$$

O comprimento de onda  $\lambda$  é  $\lambda = v \tau = \frac{v}{f}$

A frequência  $f$  para ondas sonoras varia entre 20Hz e 20 KHz.

Como a velocidade do som no ar é de 340 m/s os comprimentos de onda do som no ar variam entre 1,7cm e 17 m.

Onda sonora harmônica de pressão

$$p(x, t) = -\rho_0 v^2 \frac{\partial u}{\partial x} \quad \longrightarrow \quad p(x, t) = \wp \sin(kx - \omega t + \phi)$$

onde  $\wp = \rho_0 v^2 k U$

As ondas de deslocamento e pressão estão em quadratura (defasadas de  $90^\circ$  entre si)



# Intensidade

A força exercida sobre uma camada do fluido é

$$F = p(x, t)A = \rho A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

A potência instantânea

$$F \frac{\partial u}{\partial t} = \omega A \rho U \sin^2(kx - \omega t + \phi)$$

A potência média dividida pela área  $A$  é a intensidade

$$I = \frac{1}{A} \overline{F \frac{\partial u}{\partial t}} = \frac{1}{2} \omega \rho U \quad I = \frac{1}{2} \rho_0 v \omega^2 U^2$$



# Intensidade

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 v \omega^2 U^2$$

$$\wp = \rho_0 v^2 k U$$

$$I = \frac{1}{2} \frac{\wp^2}{\rho^2 v}$$

**Limiar de audibilidade**, som mais fraco que pode ser ouvido ( $f = 10^3 \text{ s}^{-1}$ )

No ar,  $\rho_0 \cong 1.3 \text{ kg/m}^3$ ,  $v \cong 340 \text{ m/s}$

$$\wp \cong 3 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$$

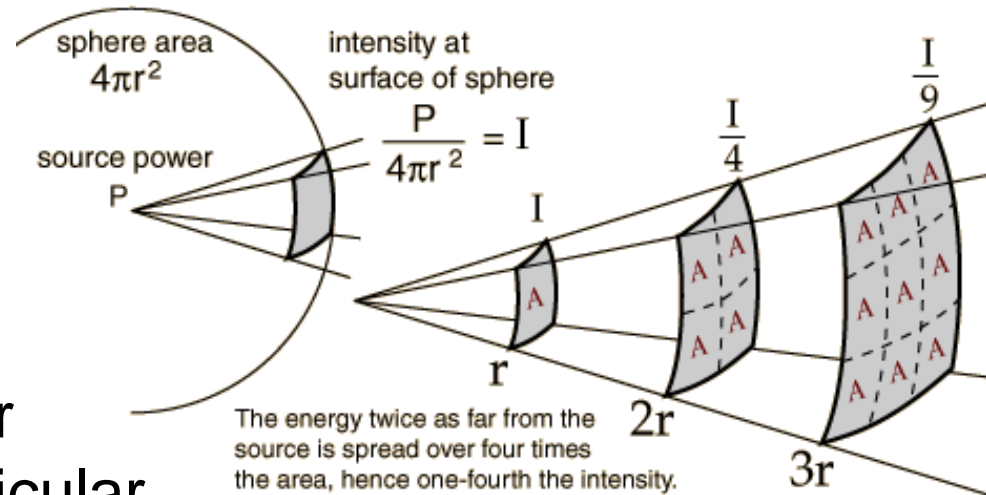
$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

**Limiar de dor**, intensidade sonora máxima que o ouvido pode tolerar

$$I_m = 1 \text{ W/m}^2$$

A variação é de  $10^{12}!!$

# Intensidade em 3-D



- Ondas transportam energia.
- Intensidade  $I$  de uma onda:
  - Potência transportada por unidade de área perpendicular ao fluxo de energia.

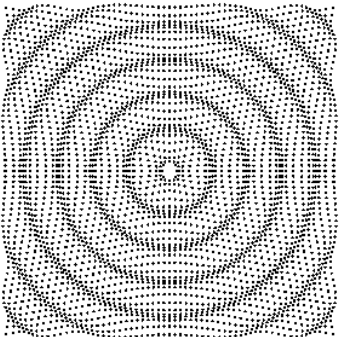
$$I = \frac{\text{Potencia}}{\text{area}} = \frac{\text{energia/tempo}}{\text{area}}$$

- Mas, como a energia é proporcional à amplitude ao quadrado:

$$I \propto A^2$$

# Intensidade em 3-D

- No caso de ondas esféricas (a energia flui para todas as direções):



$$I = \frac{P}{4 \pi r^2}$$

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 v \omega^2 U^2$$

U: amplitude de deslocamento da onda sonora,

Por exemplo, quando a distância é duplicada, a intensidade é reduzida de  $\frac{1}{4}$  do seu valor anterior! (e a amplitude também vai diminuir com a distância).



# Decibel

O nível de intensidade em **deciBels (dB)** é dado por

$10 \times \log$  da razão de intensidades =  $10 \times \log_{10}(I/I_0)$

$I$  – Intensidade medida em  $\text{Wm}^{-2}$  e

$I_0$  – Intensidade de Referência,

## **Nível de Intensidade Sonora (NIS) – Sound Intensity Level (SIL)**

Utilizando-se a equação anterior, e utilizando a intensidade de referência como  $10^{-12}\text{W/m}^2$  ( $10^{-16}\text{ W/cm}^2$ ) por ser esta a mínima intensidade sonora audível temos:

$$\text{NIS} = 10 \log (I / I_0)$$

Se a intensidade do som é dobrada tem-se apenas um aumento de 3dB no nível de intensidade sonora.





# Decibel

160  
150  
140  
130  
120  
110  
100  
90  
80  
70  
60  
50  
40  
30  
20  
10  
0

Turbina de avião, caixa da bateria a 10cm

Cantor de rock gritando no microfone

**(limiar da dor)**

Pico de um piano

94 dB SPL, teste de sensibilidade de microfones

Violão dedilhado a 30cm

74 dB SPL, teste de sensibilidade de microfones

Bate papo normal

Cochicho

Nível de ruído em um estúdio de gravação

Limiar da audição para jovens  $10^{-16}$  watt/cm<sup>2</sup>



# Níveis de Intensidade e Pressão

Nível de Pressão Sonora - Sound pressure level, dB

$$\text{SPL} = 10 \log [(P/P_{\text{ref}})^2] = 20 \log (P/P_{\text{ref}})$$

$$\text{onde } P_{\text{ref}} = 2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$$

Nível de Intensidade Sonora - Sound intensity level, dB

$$\text{SIL} = 10 \log (I/I_{\text{ref}})$$

$$\text{onde } I_{\text{ref}} = 10^{-12} \text{ Watt/m}^2$$

Nível de Potência Sonora – Sound power level, dB

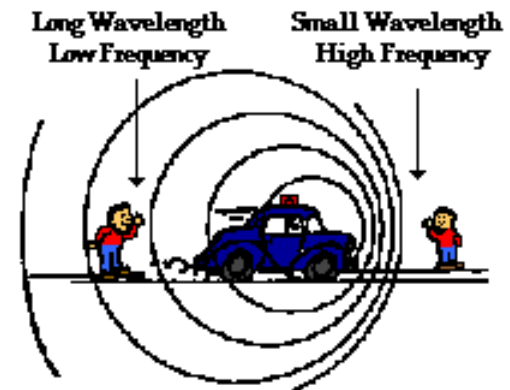
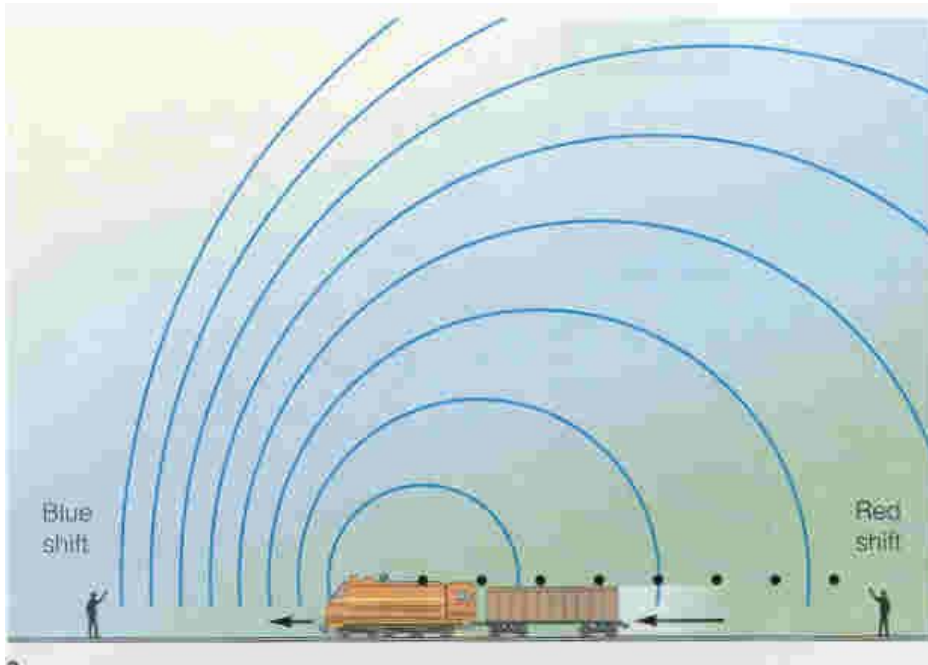
$$\text{SWL} = 10 \log (W/W_{\text{ref}})$$

$$\text{onde } W_{\text{ref}} = 10^{-12} \text{ Watts}$$

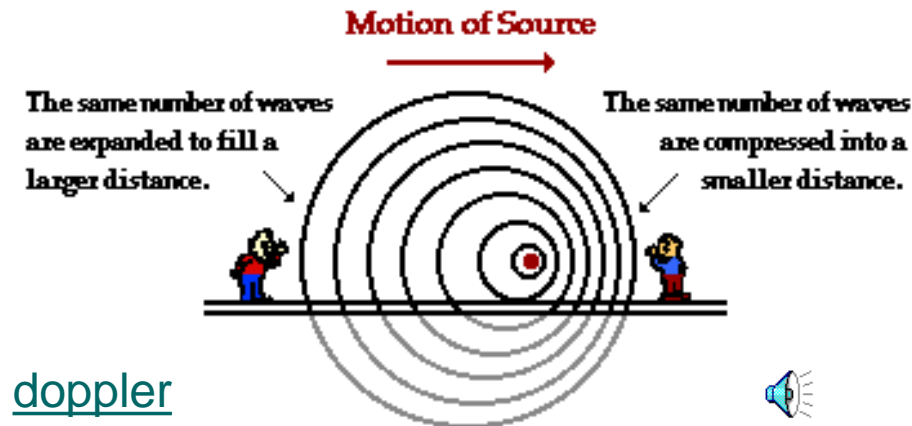
# Efeito Doppler

$$f = \frac{\left(1 \pm \frac{u}{v}\right)}{\left(1 \mp \frac{V}{v}\right)}$$

- Mudança na frequência da onda devida ao movimento relativo entre a fonte e observador.



The Doppler Effect for a moving sound source



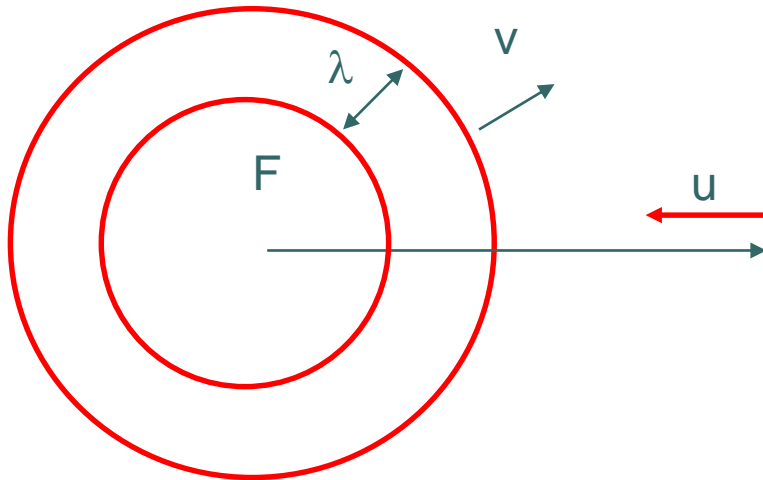
[doppler](#)





# Efeito Doppler

- Fonte parada, observador com velocidade  $u$



$$f' = \frac{v}{\lambda_0} + \frac{u}{\lambda_0}$$

$$f' = f_0 \left( 1 + \frac{u}{v_0} \right)$$

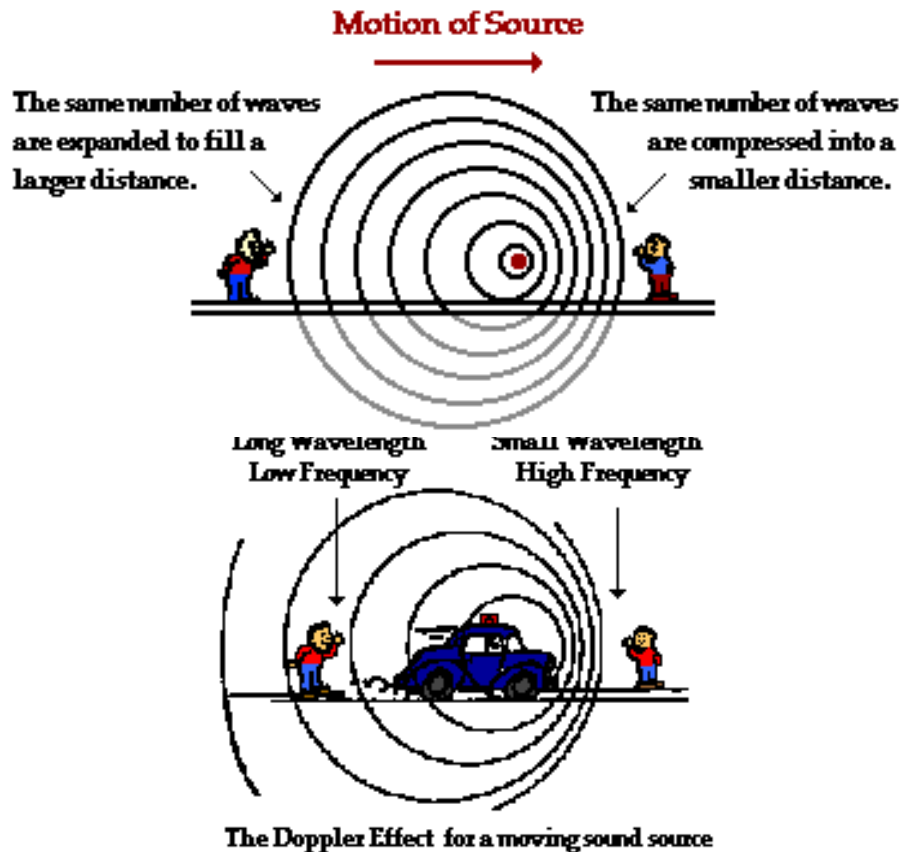
A frequência aumenta

$$f' = f_0 \left( 1 \pm \frac{u}{v_0} \right)$$

+ aproximação  
- afastamento

# Efeito Doppler

- Movimento da fonte se aproximando



$$\lambda = \frac{\lambda_0}{vT_0} - VT_0$$

$$\lambda = \lambda_0 \left( 1 - \frac{V}{v} \right)$$

Em termos de frequências

$$f = \frac{f_0}{\left( 1 - \frac{V}{v} \right)}$$

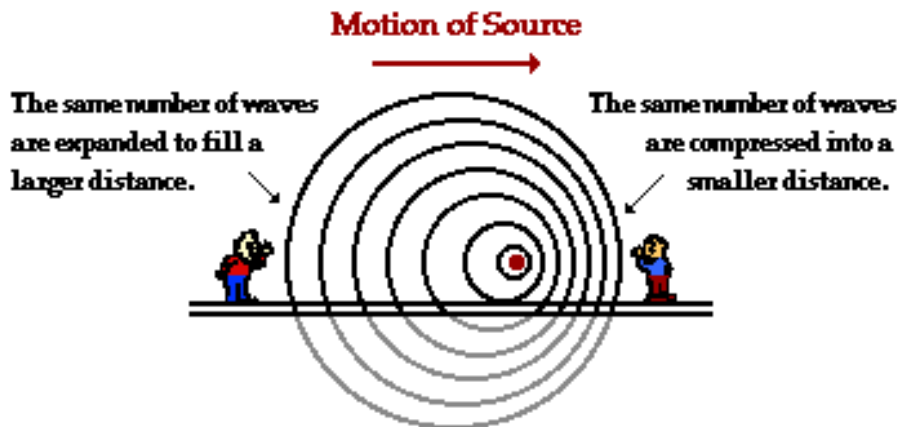
# Efeito Doppler

Em termos de frequências

- Movimento da fonte se aproximando ou afastando

$$f = \frac{f_0}{\left(1 \mp \frac{V}{v}\right)}$$

- aproximação  
+ afastamento



Caso geral

$$f = \frac{\left(1 \pm \frac{u}{v}\right)}{\left(1 \mp \frac{V}{v}\right)}$$

# Velocidade do Som

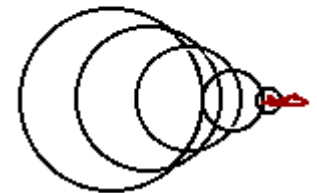
- Subsônico: Mais lento que a velocidade do som
- Supersônico: Mais rápido que a velocidade do Som

○ Número Mach = 
$$\frac{\text{Velocidade do objeto}}{\text{Velocidade do som}}$$

Shock Waves



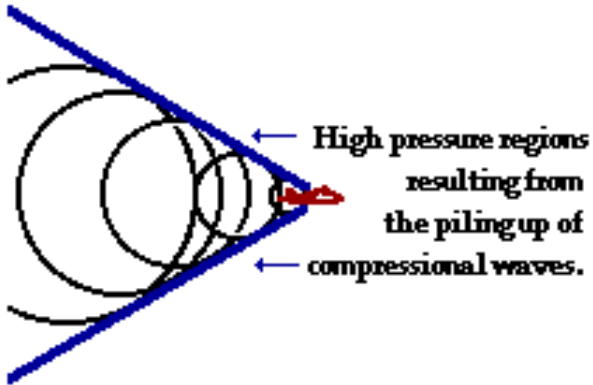
Aircraft moving at the speed of sound



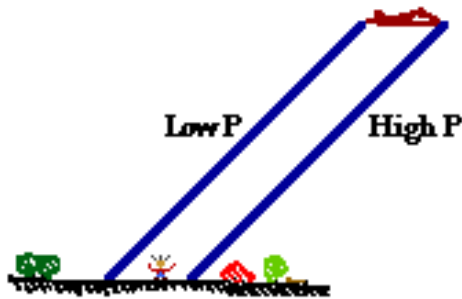
Aircraft moving faster than the speed of sound



# Ondas de Choque



## Sonic Boom



When a supersonic aircraft passes overhead, instead of the compressions and rarefactions being heard at separate times, they are heard at once. This creates a **SONIC BOON!**

- Assim como ondas circulares emergem de um inseto que nada, ondas esféricas emergem de um objeto que se desloca. Se o objeto se desloca a uma velocidade maior que a das ondas, o resultado é uma onda de choque em forma de cone.
- Ouvem-se dois “booms”, um da frente do objeto voador, e o outro da parte de trás.



# Efeito Doppler

• Mach 0

• Mach 0,7

• Mach 1

• Mach 1,3

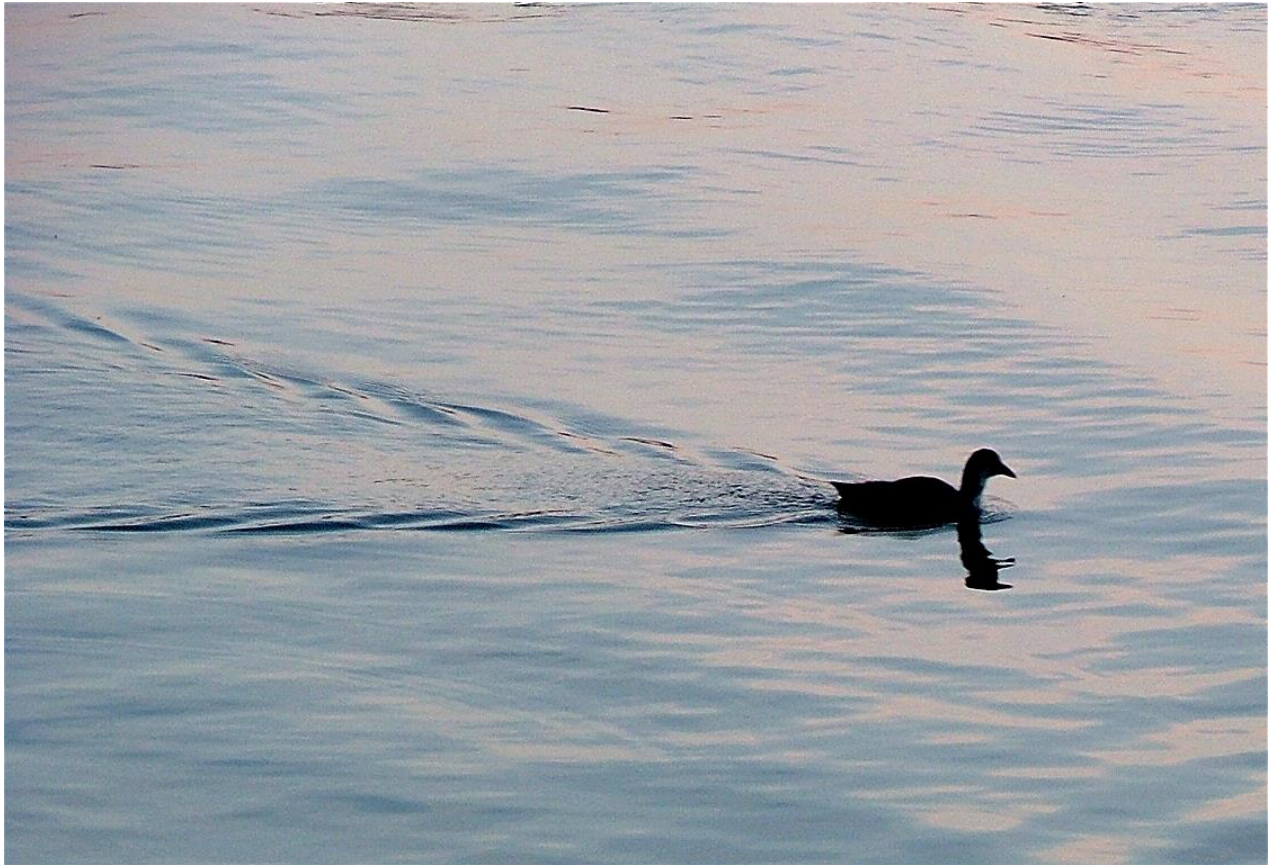
[sonic-boom](#)



***Onda de Choque***

- ● ●

# Onda de choque...



# Sons musicais

Característica do som musica,  
PERIODICIDADE

Sons musicais

- Intensidade
- Altura
- Timbre

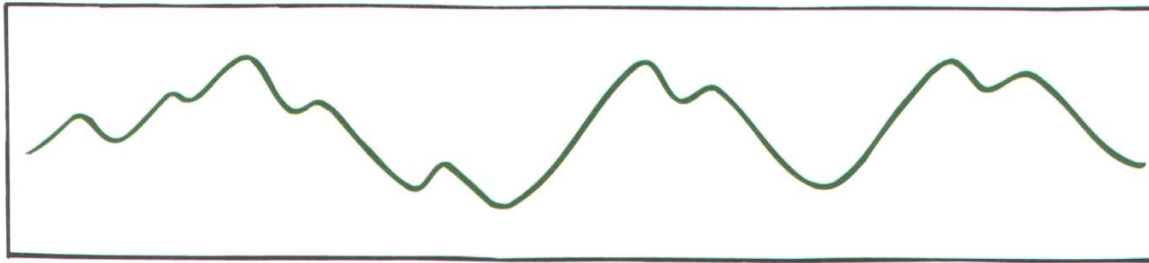


**Intensidade**, está relacionada com a amplitude da onda

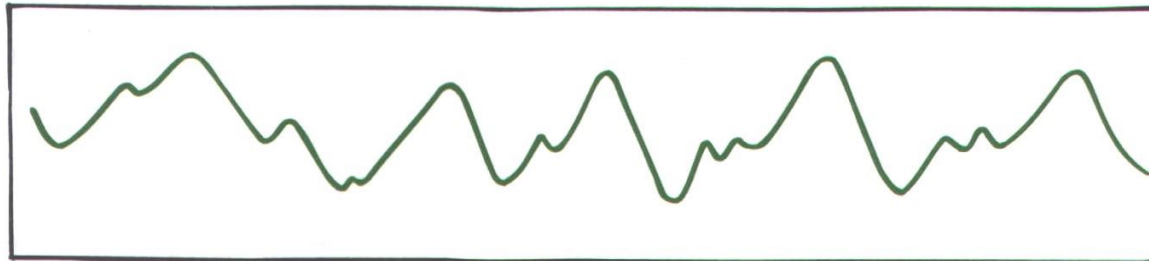
**Altura**, mais grave ou mais agudo,  $f = 1/\tau$ . Quanto maior  $f$ , mais agudo é o som

**Timbre**, representa a coloração do som, é o que distingue a diferença entre o lá do piano e o mesmo lá do saxofone

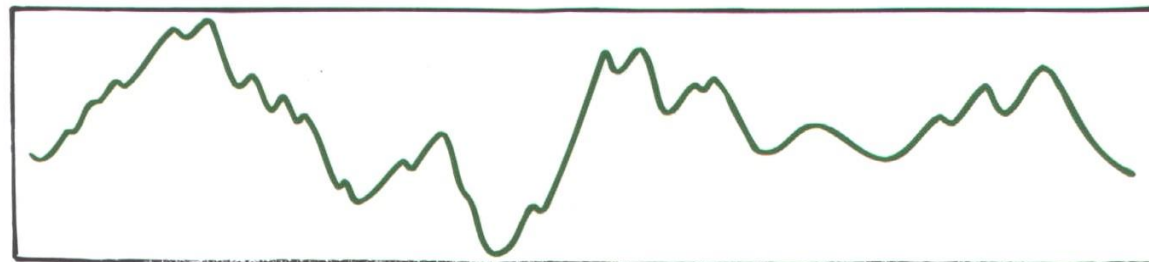
# Timbre



a Oboe

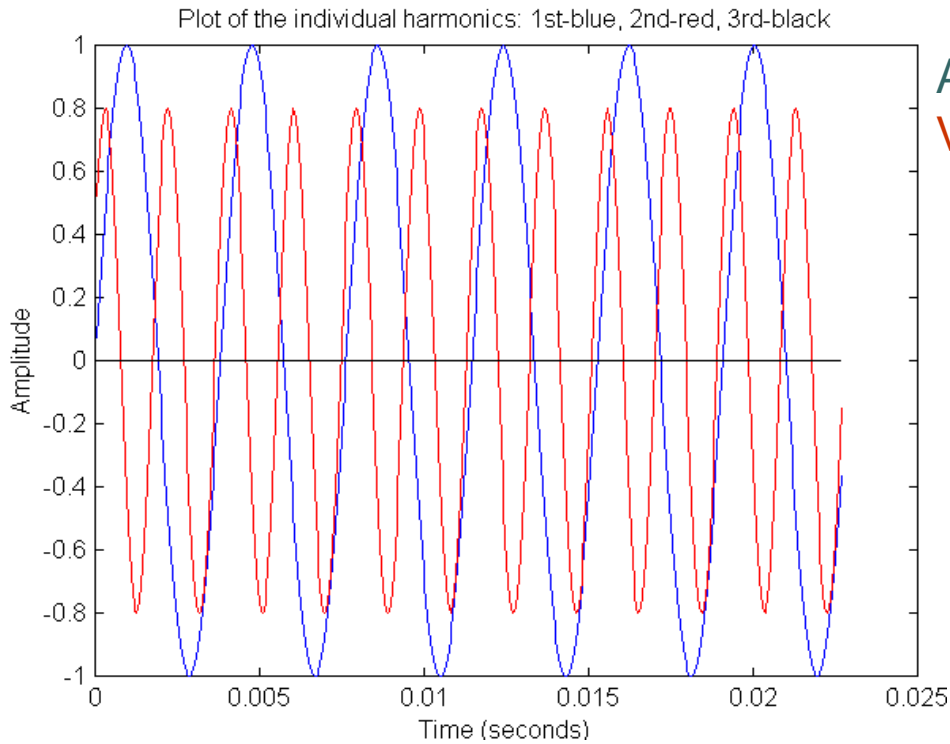


b Clarinet



c Oboe and clarinet together

# Timbre



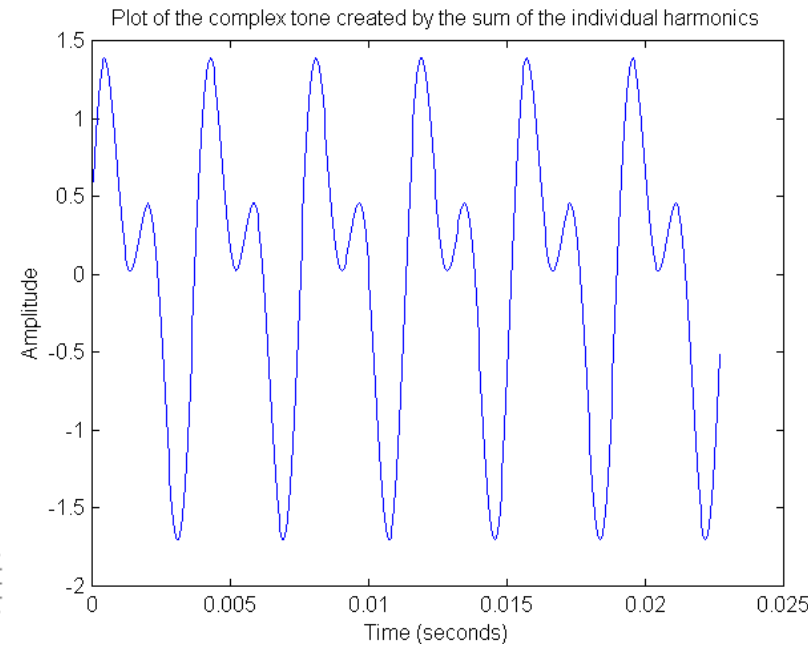
Azul 262 Hz



Vermelho 524 Hz

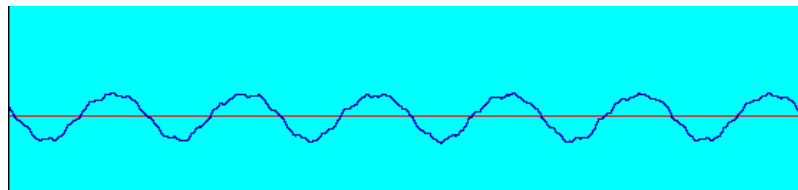


Som complexo

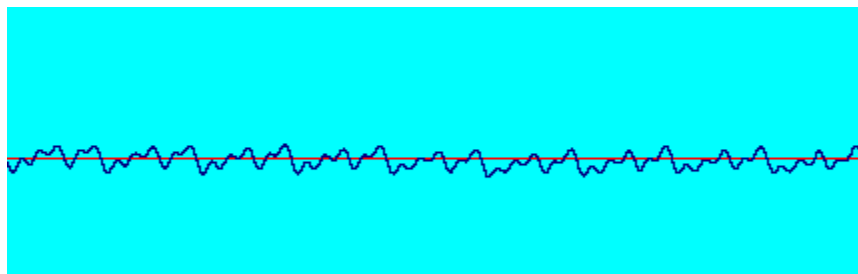


# Nota lá- 440Hz

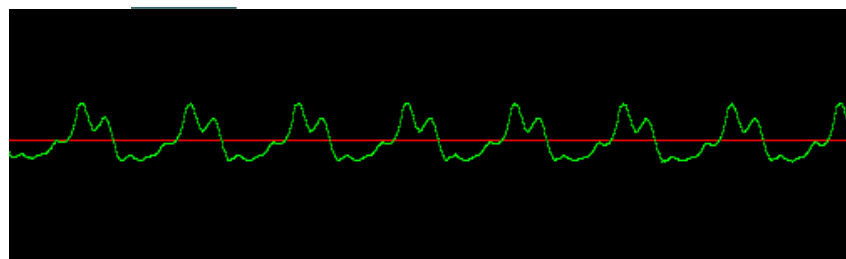
Diapasão



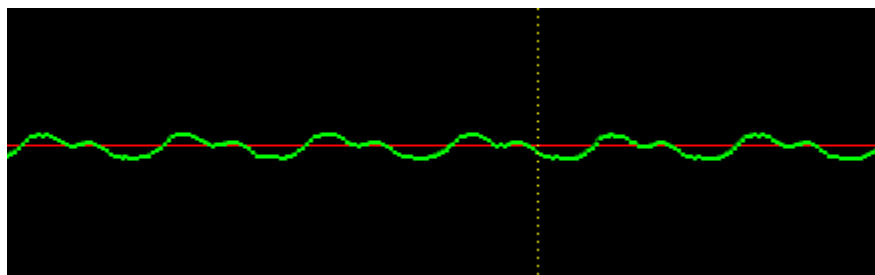
Teclado



Sax tenor



Flauta transversal

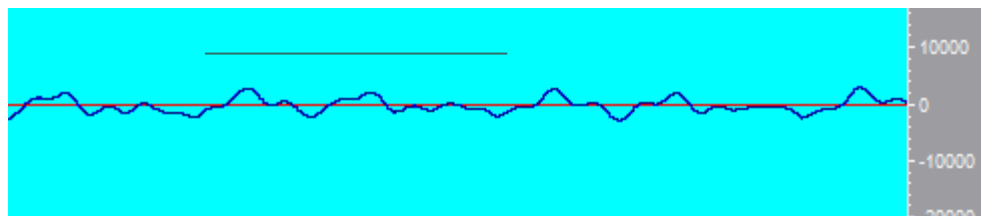




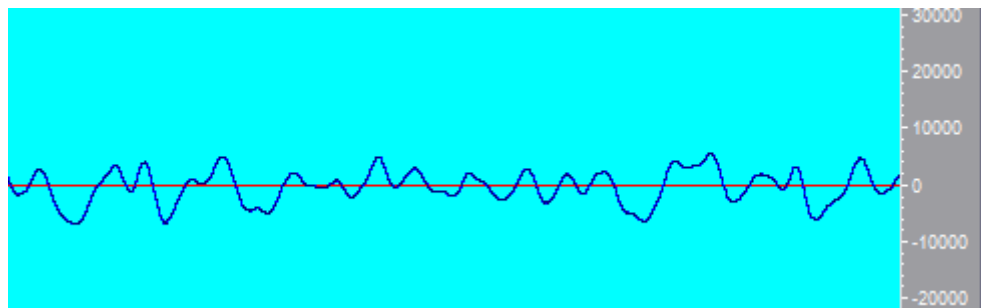


# Teclado

dó



Acorde  
Dó-Mi-Sol



# Escala musical natural

Nota	dó	ré	mi	fá	sol	lá	si	Dó
	C	D	E	F	G	A	B	C
inter	T	T	T	ST	T	T	ST	
		seg	ter	qua	qui	sex	sét	oit

Se tocamos dó,  $f_1 = 261,6256$  Hz e os seus harmônicos temos

$f_2 = 2 f_1$ ,  $f_2 = 523,2511$  Hz = dó uma oitava acima

$f_3 = 3 f_1$ ,  $f_3 = 784,9668$  Hz = sol uma oitava acima  
 $sol_2 f = 784,9668$  Hz  $sol_1 f = 392,4834$  Hz

$f_5 = 5 f_1$ ,  $f_5 = 1308,278$  Hz = mi duas oitavas acima  
 $mi_3 f = 1308,278$   $mi_2 f = 654,139$  Hz  $mi_1 f = 327,0695$  Hz

Instrumentos harmônicos como o piano tocam acordes como do, mi sol todos na mesma oitava e devido as relações acima o som resultante fica muito harmonioso!



# Escala temperada maior

Notas	No. do intervalo	Frequências	L sem correção
<b>C</b>	---	<b>261,6256</b>	<b>32,77</b>
<b>D</b>	<b>1</b>	<b>293,6648</b>	<b>29,20</b>
<b>E</b>	<b>1</b>	<b>329,6276</b>	<b>26,01</b>
<b>F</b>	$\frac{1}{2}$	<b>349,2282</b>	<b>24,55</b>
<b>G</b>	<b>1</b>	<b>391,9954</b>	<b>21,87</b>
<b>A</b>	<b>1</b>	<b>440,0000</b>	<b>19,48</b>
<b>B</b>	<b>1</b>	<b>493,8833</b>	<b>17,36</b>
<b>C</b>	$\frac{1}{2}$	<b>523,2511</b>	<b>16,38</b>
-		<b>Hz</b>	<b>cm</b>



# Escala cromática (12 tons)

nota	dó	dó#	ré	ré#	mi	fá	fá#	sol	sol#	lá	lá#	si	dó
temperado	1	$2^{1/12}$	$2^{2/12}$	$2^{3/12}$	$2^{4/12}$	$2^{5/12}$	$2^{6/12}$	$2^{7/12}$	$2^{8/12}$	$2^{9/12}$	$2^{10/12}$	$2^{11/12}$	2
Freqüência	262	277	294	311	330	349	370	392	415	440	466	494	523

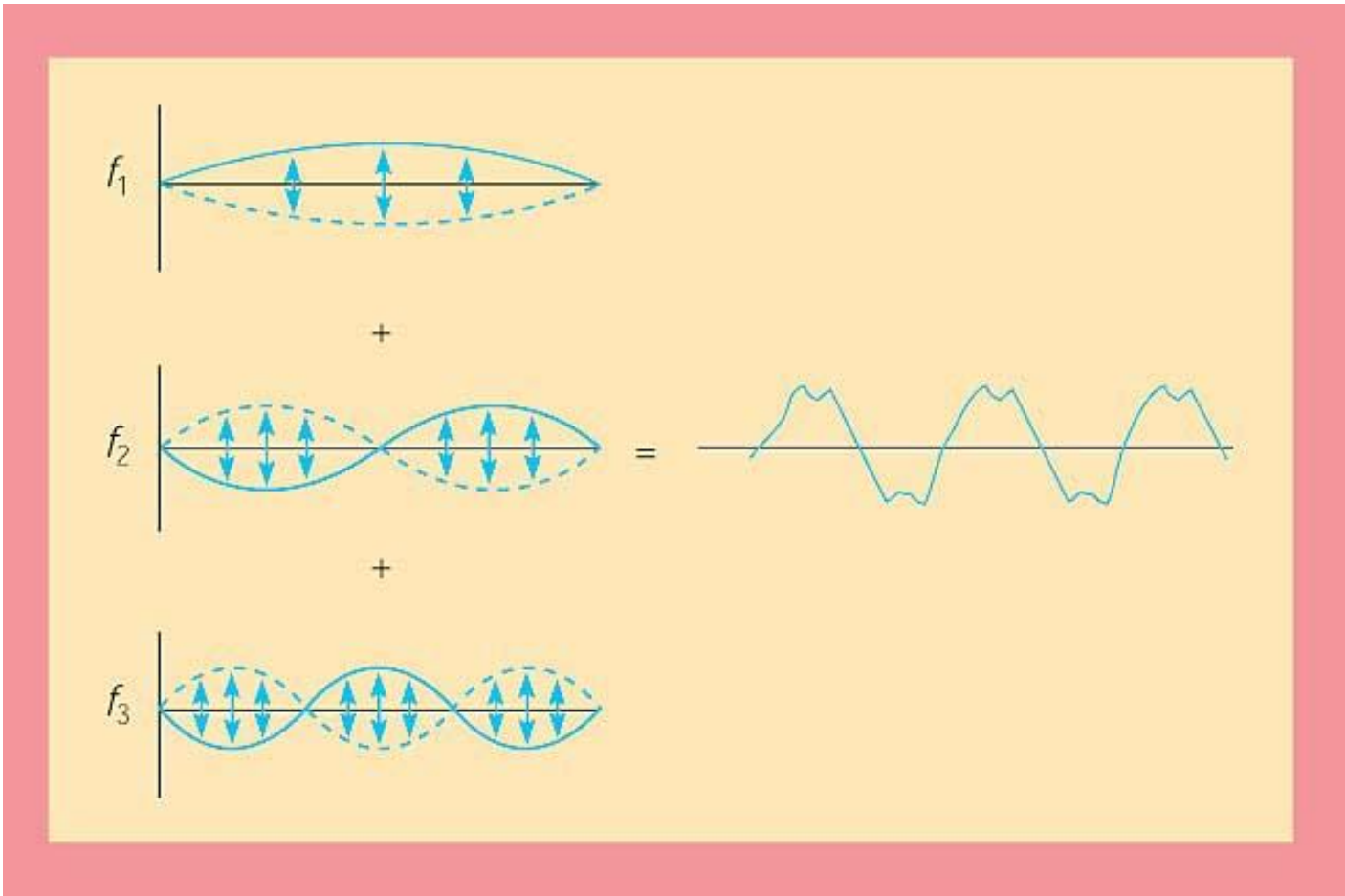
Belo site:

<http://www.phys.unsw.edu.au/music/>

Apoio de Johann Sebastian Bach séc XVIII, escala com igual temperamento. Isto tornou a música muito mais interessante e simples.

# Combinação de Freqüências

- A combinação entre a frequência fundamental e sobretons produz uma forma de onda complexa, que dá a característica da qualidade sonora.



# Conteúdo Harmônico

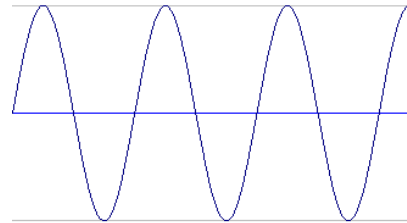
- Simples (senoidal): **Não existe em geral na natureza!**

- $x(t) = A \sin(\omega t + \theta)$

A = amplitude

$\omega$  = frequência angular

$\theta$  = fase inicial



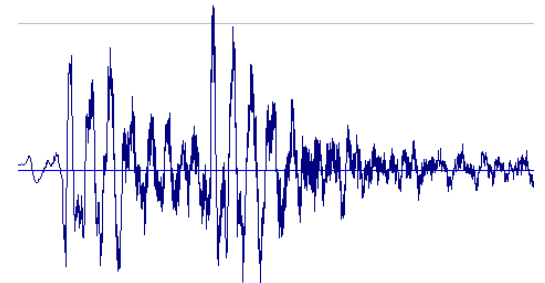
- Complexa (composta de senoidais):

- $f(t) = a_k + a_0 \sin \omega_0 t_0 + a_1 \sin \omega_1 t_1 + \dots + a_n \sin \omega_n t_n$

- $f_0 = \omega_0 / 2\pi$  é chamada de **frequência fundamental**

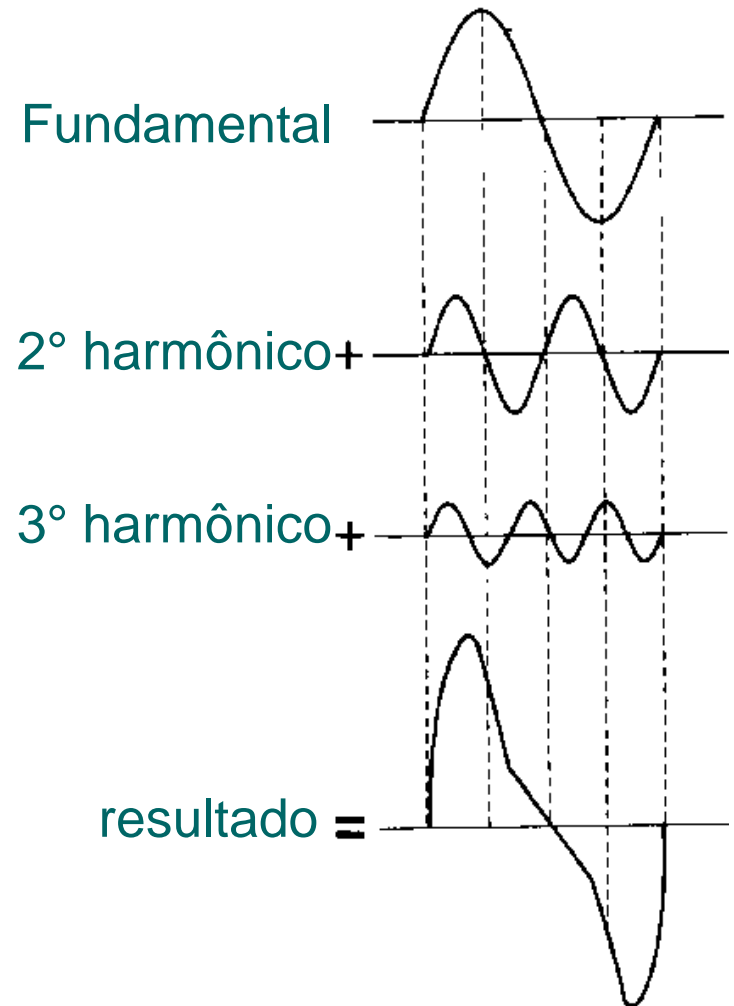
- as outras são chamadas de **parciais**

- **harmônico** = parcial ou múltiplo de  $f_0$



# Onda complexa: exemplo

- O conteúdo harmônico
  - é um dos responsáveis pelo **timbre** de um instrumento
  - é chamado **Resposta em Frequência** ou **Espectro**
- Síntese aditiva:
  - Toda onda pode, teoricamente, ser obtida a partir de senóides
  - Instrumentos percussivos têm parciais não harmônicas





# Análise da Forma de Onda

- Ondas periódicas complexas
- Conceito principal:
  - **Se** pudermos reduzir uma onda complexa periódica a uma combinação de ondas periódicas simples, **então** poderemos descrevê-las usando informação sobre a frequência, amplitude e fase de cada onda periódica simples.
- Joseph Fourier (1768-1830)



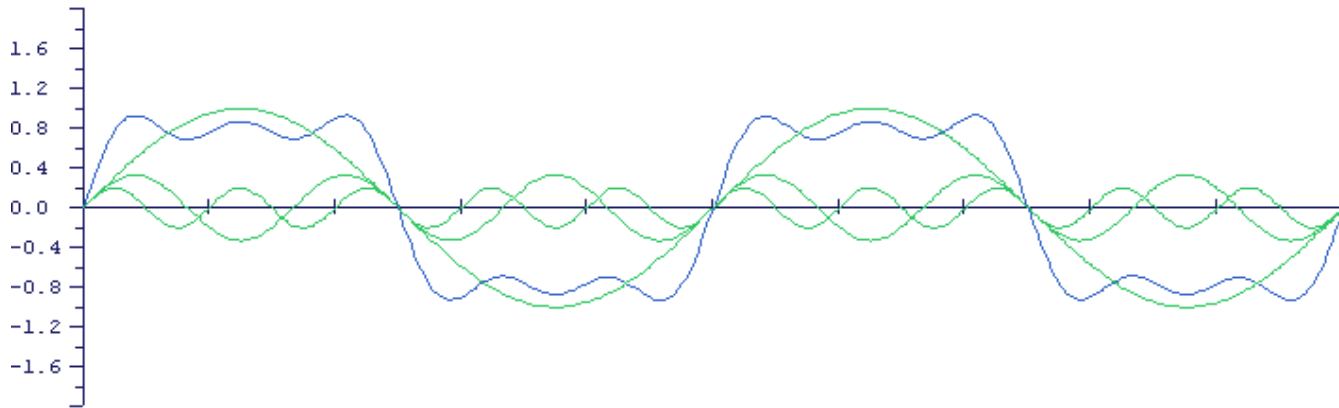


# Análise Harmônica

- Fourier mostrou
  - Que é possível reduzir uma onda complexa em uma soma de ondas senoidais.
  - As únicas ondas senoidais necessárias são ondas com frequências que são múltiplos inteiros da frequência fundamental.

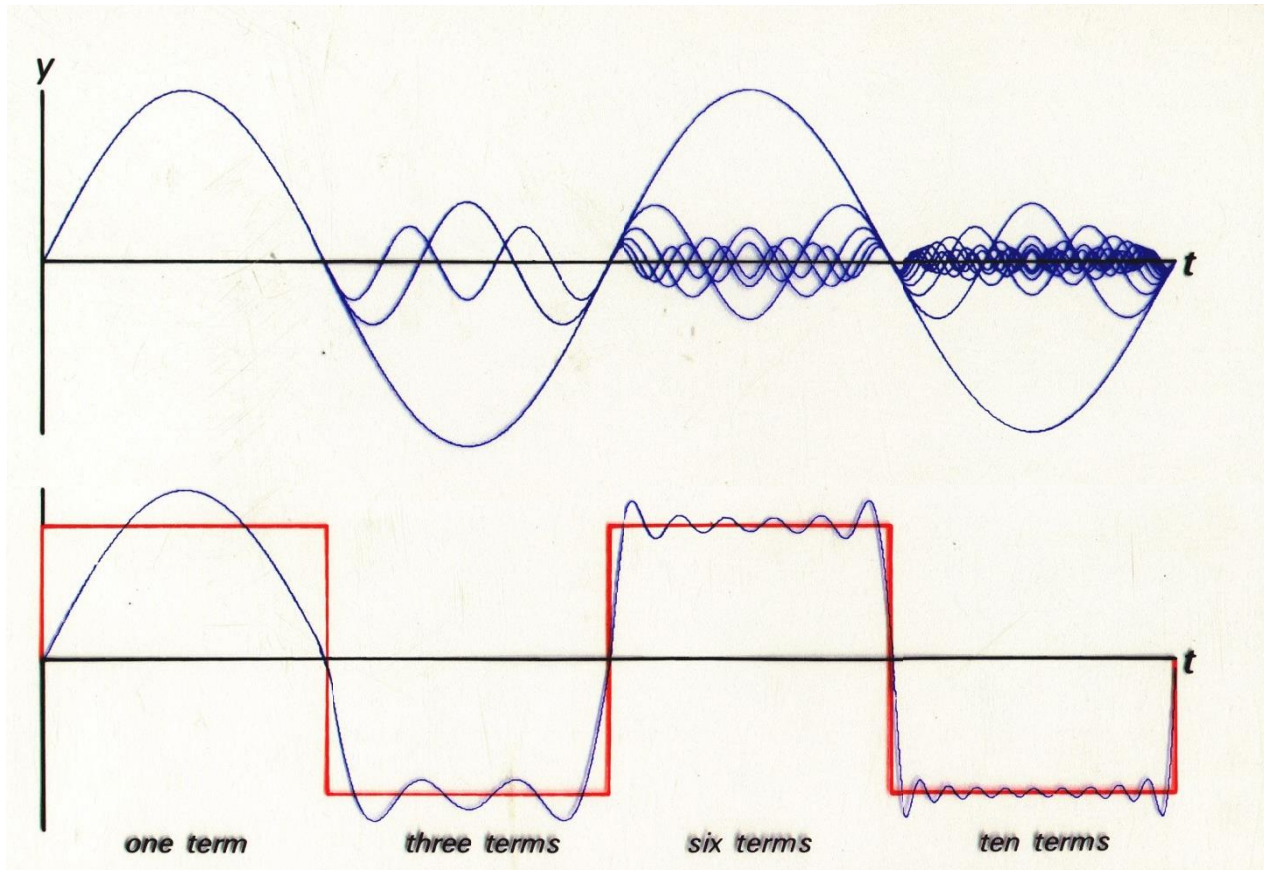
# Análise Harmônica

- Exemplo: Construir uma onda quadrada



- Frequência de repetição = 200Hz
- Ondas senoidais de 200Hz, 600Hz, 1000Hz

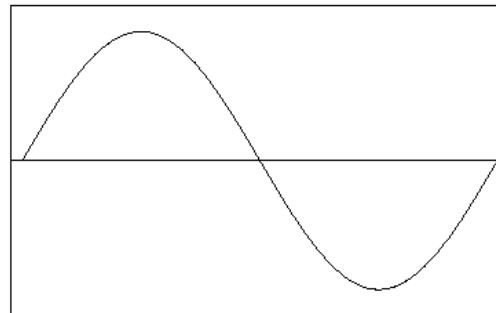
# Análise Harmônica



# Análise Harmônica

- Podemos listar os resultados da análise
  - Para construir uma onda quadrada, pegue
    - 1.00 do Harmônico 1
    - 0.33 do Harmônico 3
    - 0.20 do Harmônico 5
    - etc...

Ou pode-se graficar o resultado:

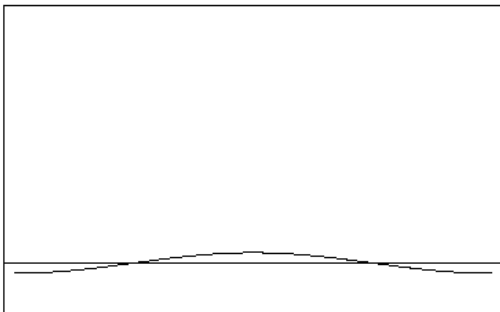
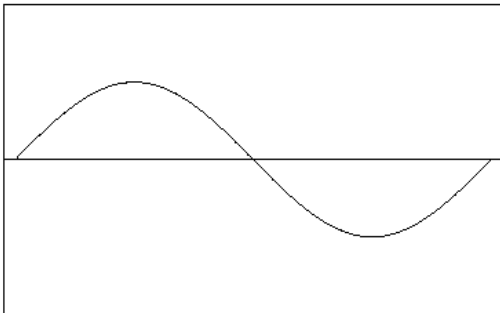
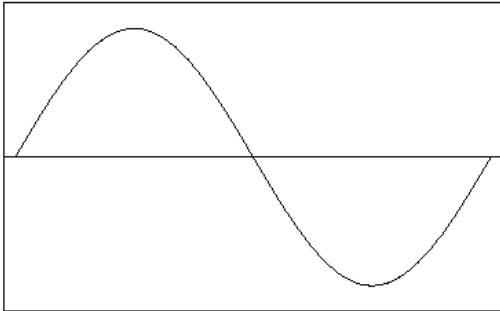




# Análise Harmônica

- Frequência de repetição
  - “Frequência Fundamental”
- Ondas com frequência múltiplo inteiro da frequência fundamental “Harmônicos”
- Para medir uma forma de onda complexa:
  - listar a amplitude e a fase de cada harmônico

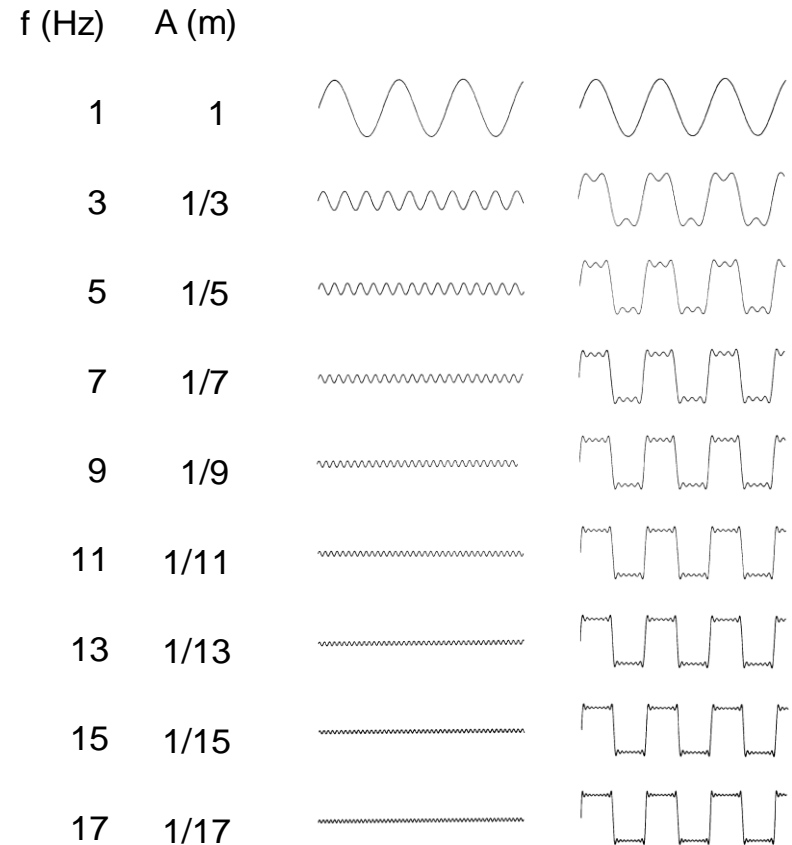
# Ondas complexas em geral



# Séries de Fourier

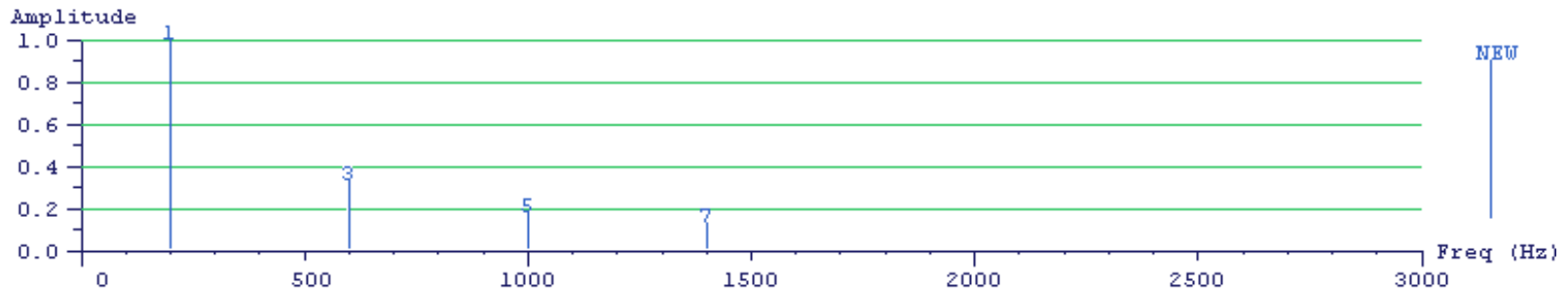
$$f(t) = c_0 + \sum a_n \cos(n\omega t) + \sum b_n \sin(n\omega t)$$

$$\begin{aligned} &1/1 \sin(2\pi t) + 1/3 \sin(2\pi 3t) + \\ &1/5 \sin(2\pi 5t) + 1/7 \sin(2\pi 7t) \\ &+ \dots \end{aligned}$$



# Análise Espectral

- Gráfico do resultado de uma análise harmônica
  - “Espectro”



- Freqüência do Harmônico: eixo horizontal
- Amplitude do Harmônico: eixo vertical
- Fase do Harmônico: não mostrada

[fourier](#)