F 077/FI 263 - prova 1

Unicamp, 27 de agosto de 2012

nome assinatura RA

1ª. questão: Um referencial inercial S' viaja em relação a outro S com velocidade v na direção x. Usando o fato que as coordenadas nestes referenciais podem ser relacionadas através de uma rotação por um ângulo hiperbólico onde $tanh\theta = v/c$:

a) Calcule graficamente como um objeto de tamanho L_0 em repouso no referencial S é percebido no referencial S'.

b) Calcule graficamente como um intervalo de tempo $\Delta t'$ em S' é percebida no referencial S.

c) (ítem extra para F077, obrigatório para FI263) Repita a conta do ítem a) para o caso simétrico, ou seja, como um objeto de tamanho L_0 em repouso em S' é percebido em S, utilizando o mesmo diagrama dos ítens anteriores.

2ª. questão: Um fóton, que tem massa nula, viaja na direção x com energia $E_\nu = \hbar\omega$.

a) Escreva o quadri-vetor de energia-momento do fóton.

b) O fóton colide com outro fóton viajando na direção oposta com energia $E'_\nu = \hbar\omega'$. Calcule o quadri-vetor de energia-momento do sistema de dois fótons, e o invariante relacionado a esse quadri-vetor

c) Encontre um referencial onde o momento linear do sistema se anula, e calcule a energia do sistema neste novo referencial.

d) Como resultado da colisão, os fótons se desintegram e uma nova partícula é criada. Qual a massa desta nova partícula?

e) (ítem extra para F077, obrigatório para FI263) Argumente porque não é possível que um fóton se desintegre em duas partículas.

3ª. questão: A geometria de espaço curvo em um campo gravitacional fraco é descrita pelo seguinte elemento de linha:

$$ds^2 = -\left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right)(c\,dt)^2 + \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right)\left[dx^2 + dy^2 + dz^2\right]$$

a) Avalie quantitativamente a aproximação de que o campo gravitacional da Terra em sua superfície pode ser considerado fraco.

b) Dois satélites, cada um carregando um relógio atômico previamente sincronizados, descrevem órbitas circulares em torno da Terra a alturas diferentes, e portanto a velocidade diferentes. Qual relógio se adianta em relação ao outro, e a que taxa?
(dado: $R_T = 6.7 \times 10^6$ m e $g = GM_T/R_t^2 = 9.8$ m/s^2.)

4ª. questão:
Através da relação entre as métricas em dois sistemas de coordenadas S e S':

$$g'_{\alpha\beta} = g_{\mu\nu}\frac{\partial x_\mu}{\partial x'_\alpha}\frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\beta}$$

e assumindo que no sistema de coordenadas S temos um espaço plano, $g = diag(-1, 1, 1, 1)$:

a) Calcule todos os elementos da métrica em um sistema de coordenadas S' que se relaciona com S através de uma transformada de Lorentz:

$$\begin{aligned} t &= \gamma t' + \gamma v x' \\ x &= \gamma v t' + \gamma x' \\ y &= y' \quad ; \quad z = z' \end{aligned}$$

b) Calcule todos os elementos da métrica em um sistema de coordenadas S' que se relaciona com S através de uma transformação de variáveis para coordenadas esféricas:

$$x = r\sin\theta\cos\phi \quad ; \quad y = r\sin\theta\sin\phi \quad ; \quad z = r\cos\theta$$