F 077/FI 263 - prova 4
Unicamp, 03 de dezembro de 2012

nome assinatura RA

1ª questão (3 pontos):
a) Utilizando o conceito de transporte paralelo a rgumente que a derivada direcional covariante da quadrivelocidade de uma partícula descrevendo uma geodésica na direção da quadrivelocidade deve se anular, ou seja:

$$(\nabla_u u)^\alpha = 0$$

b) Prove analiticamente a expressão acima (dica: substitua a equação da geodésica na expressão).

2ª. questão (3 pontos): A partir da equação para o vetor deslocamento $\chi^{\hat{\alpha}}$ no referencial inercial local de uma partícula descrevendo uma geodésica:

$$\frac{d^2\chi^{\hat{\alpha}}}{d\tau^2} = -R^{\hat{\alpha}}_{\hat{\tau}\hat{\beta}\hat{\tau}}\chi^{\hat{\beta}}$$

encontre que no limite de campo fraco, ou seja, em uma expansão em primeira ordem no campo gravitacional, recuperamos a previsão da gravitação newtoniana.

$3^{\underline{a}}$ questão (3 pontos): Verifique que a métrica:

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}(x)$$

onde

$$h_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & b & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \exp\left[i\omega(z-t)\right]$$

é uma solução da equação de Einstein linearizada no vácuo, substituindo tal métrica na equação de Einstein e desprezando termos de ordem superior em a e b. Interprete a qual fenômeno físico corresponde esta métrica.

4$^{\underline{a}}$ questão (2 pontos): A partir da métrica FRW:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)]$$

desenvolva o elemento 00 da equação de Einstein, encontrando a equação de Friedman. Considere que o conteúdo energético do Universo pode ser descrito como um fluido perfeito, homogêneo e isotrópico.