Sumário

- Os fractais na Física
- O que é um fractal
- ***Dimensão Euclidiana e dimensão fractal***
  - ***Escalas logaritmicas e gráficos log-log***
  - Medida da dimensão de uma esfera fractal
- Dimensão fractal de litorais
  - Cálculo da dimensão fractal de Ilhabela, SP
- Os fractais na natureza
- Os quadros de Pollock e os fractais

Como medimos coisas próximas a nós?

- Qual a distância do alojamento até a USP?
- Qual a altura de um prédio?
- Quanto mede o pé direito de um anfiteatro?
- E a altura de um estudante?
- E o comprimento de uma unha?
- E a espessura de um fio de cabelo?

TAREFA # 1.1

O que medimos	Tamanho, etc
Alojamento/USP	
Prédio	
Anfiteatro	
Estudante	
Unha	
Fio de cabelo	

O que medimos	Tamanho, etc
Alojamento/USP	2.500 m
Prédio	100 m
Anfiteatro	4,5 m
Estudante	1,70 m
Unha	0,015 m
Fio de cabelo	0,00005 m

Potências de 10

"A que potência (x) devemos elevar o número 10 para simplificar a escrita de um número dado (n)?"

$$a \times n = a \times 10^{X}$$

Local/Coisa	L(m)	n x 10^x
Anfiteatro	4,5	4,5 x 10^0
Aluno	1,7	1,7 x 10^0
Cadeira	1,0	1,0 x 10^0
Prédio	100	1,0 x 10^2
Fio de cabelo	0,00005	5,0 x 10^{-5}

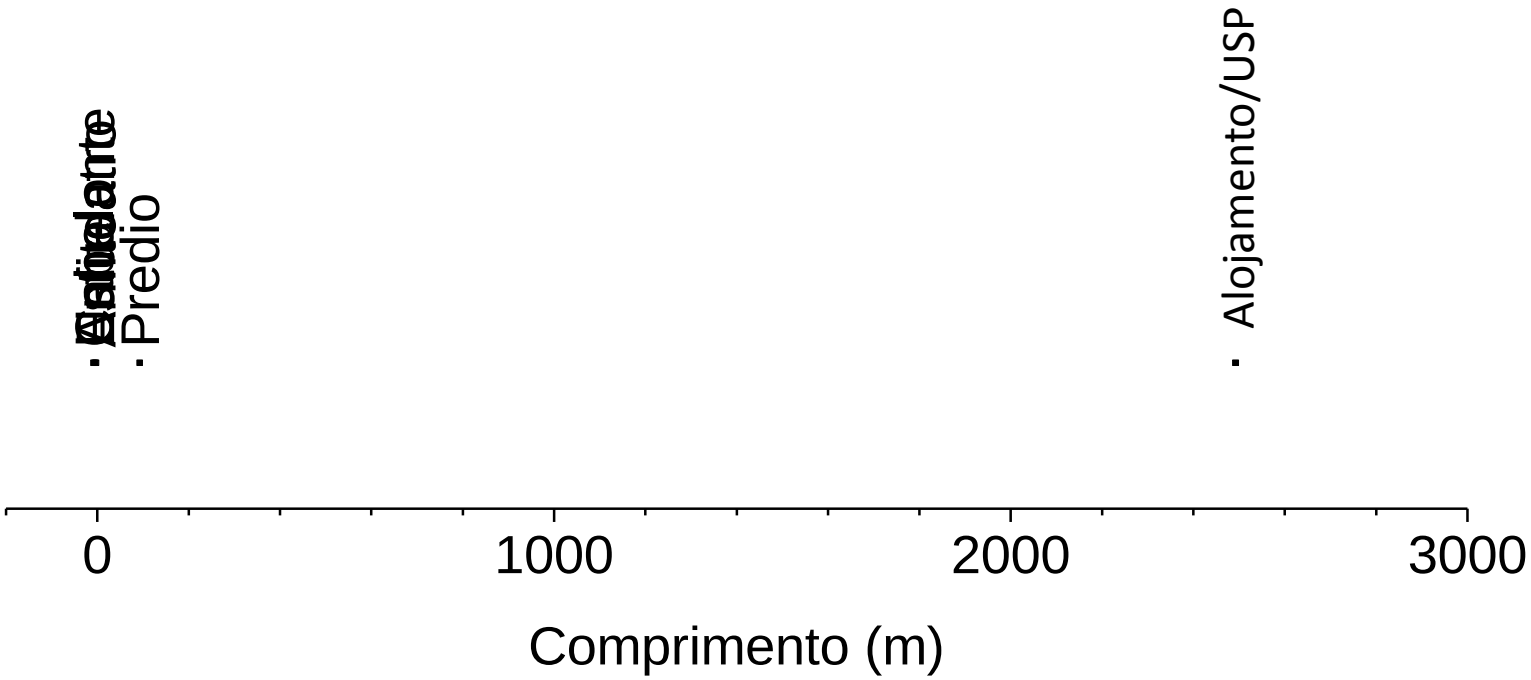
O que medimos	Tamanho, etc	L(m)	L(m)
Alojamento/USP	2.500 m	2,5 x 10 x 10 x 10	$2,5 \times 10^{3}$
Prédio	100 m	1,0 x 10 x 10	$1,0 \times 10^{2}$
Anfiteatro	4,5 m	4,5	$4,5 \times 10^{0}$
Estudante	1,70 m	1,7	$1,7 \times 10^{0}$
Unha	0,015 m	1,5/10/10	$1,5 \times 10^{-2}$
Fio de cabelo	0,00005 m	5,0/10/10/10/10/10	$5,0 \times 10^{-5}$

Visualização dos resultados

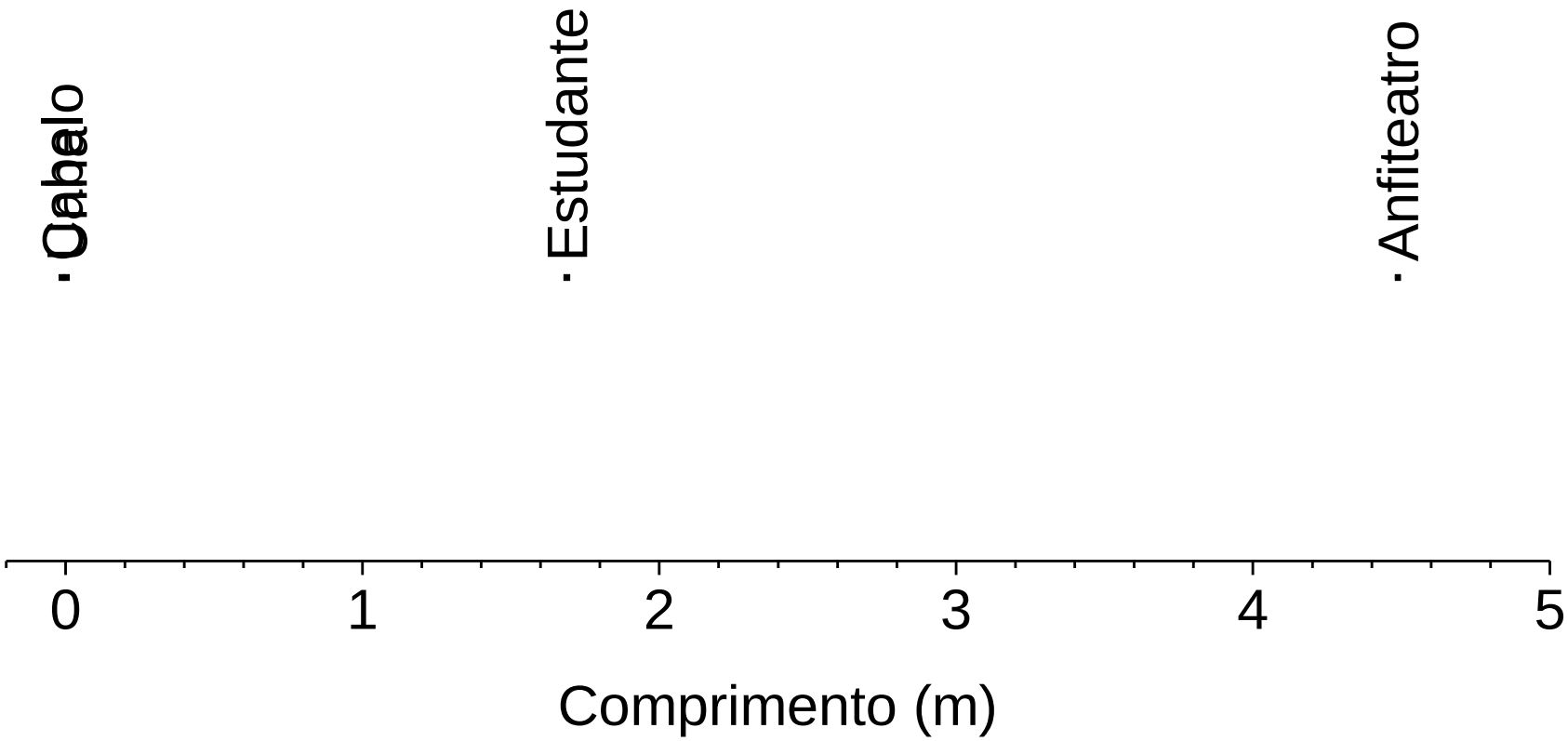
- Em ciência é mais comum a informação gráfica do que a informação em tabelas.

- Vamos discutir como apresentar de forma gráfica esses resultados.

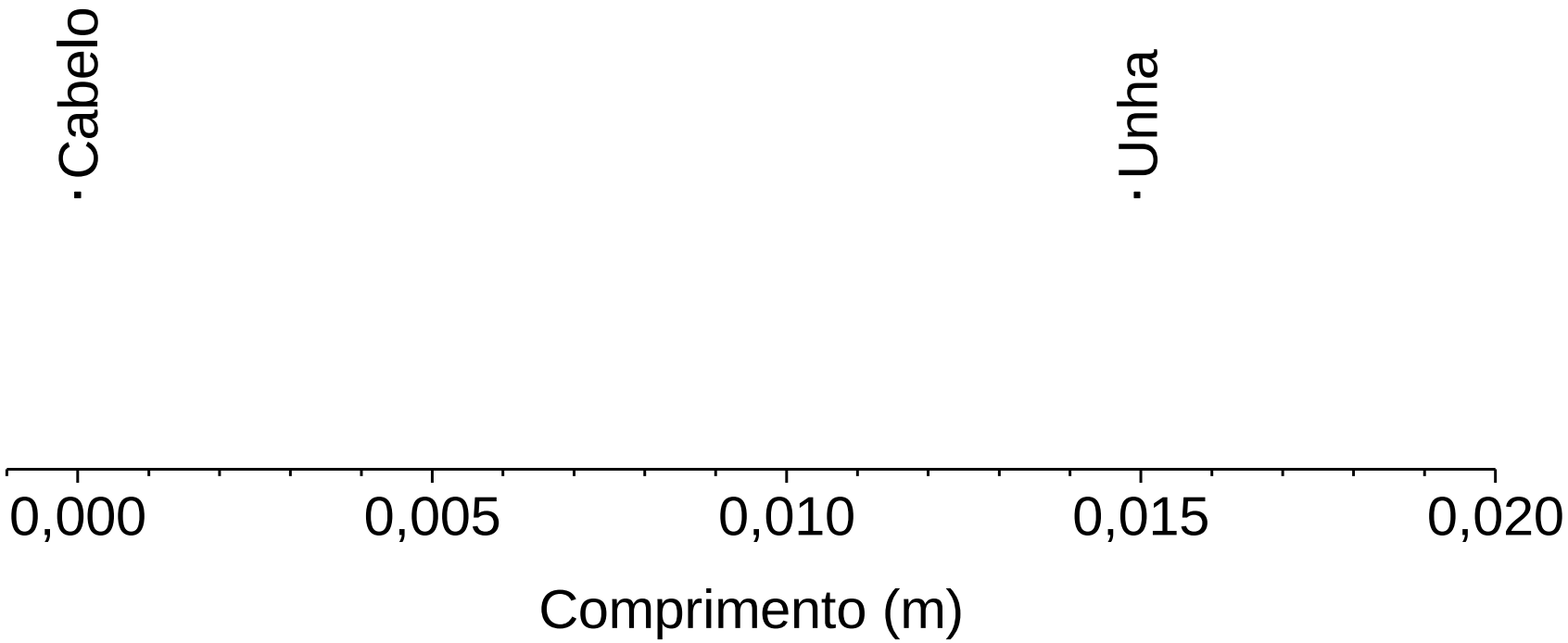
Escala decimal



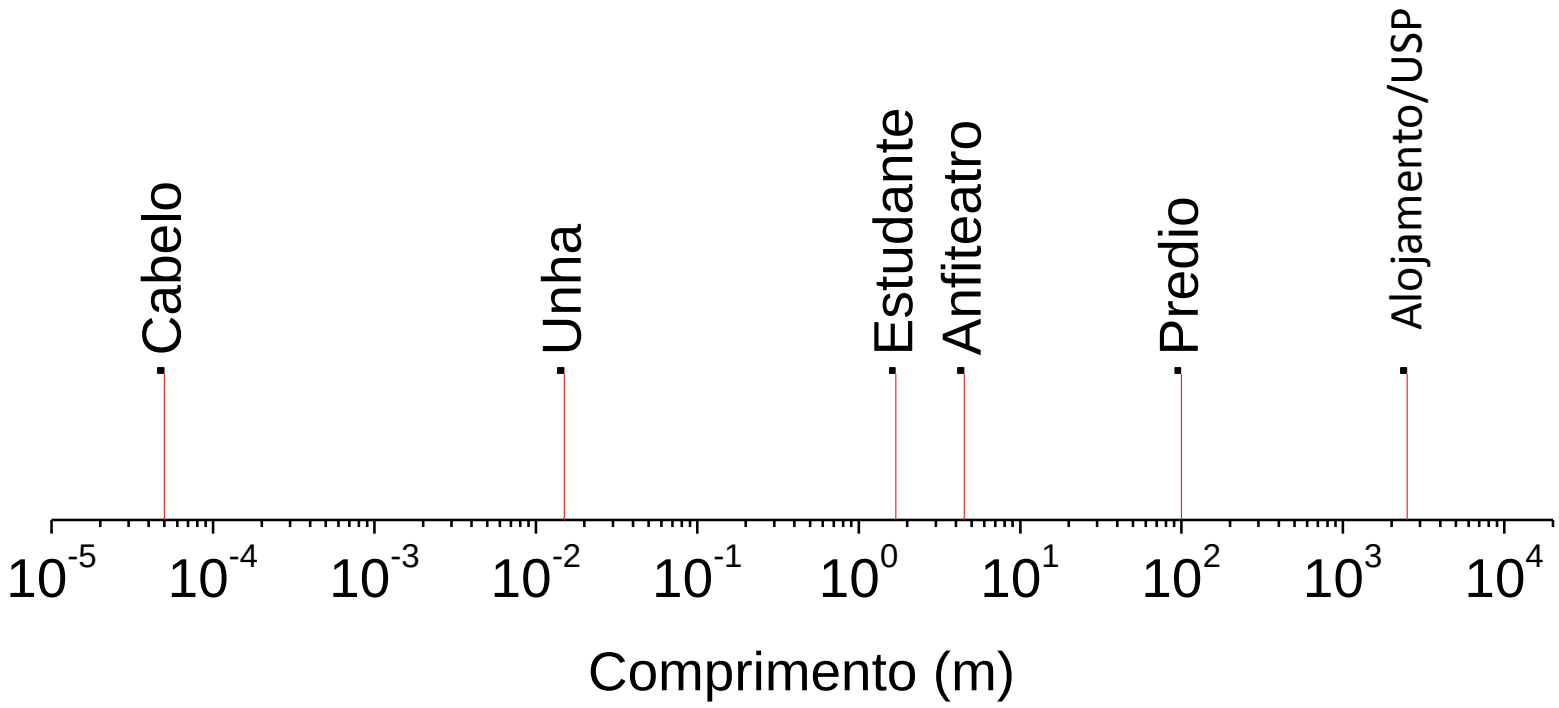
Escala decimal



Escala decimal



Escala logarítmica



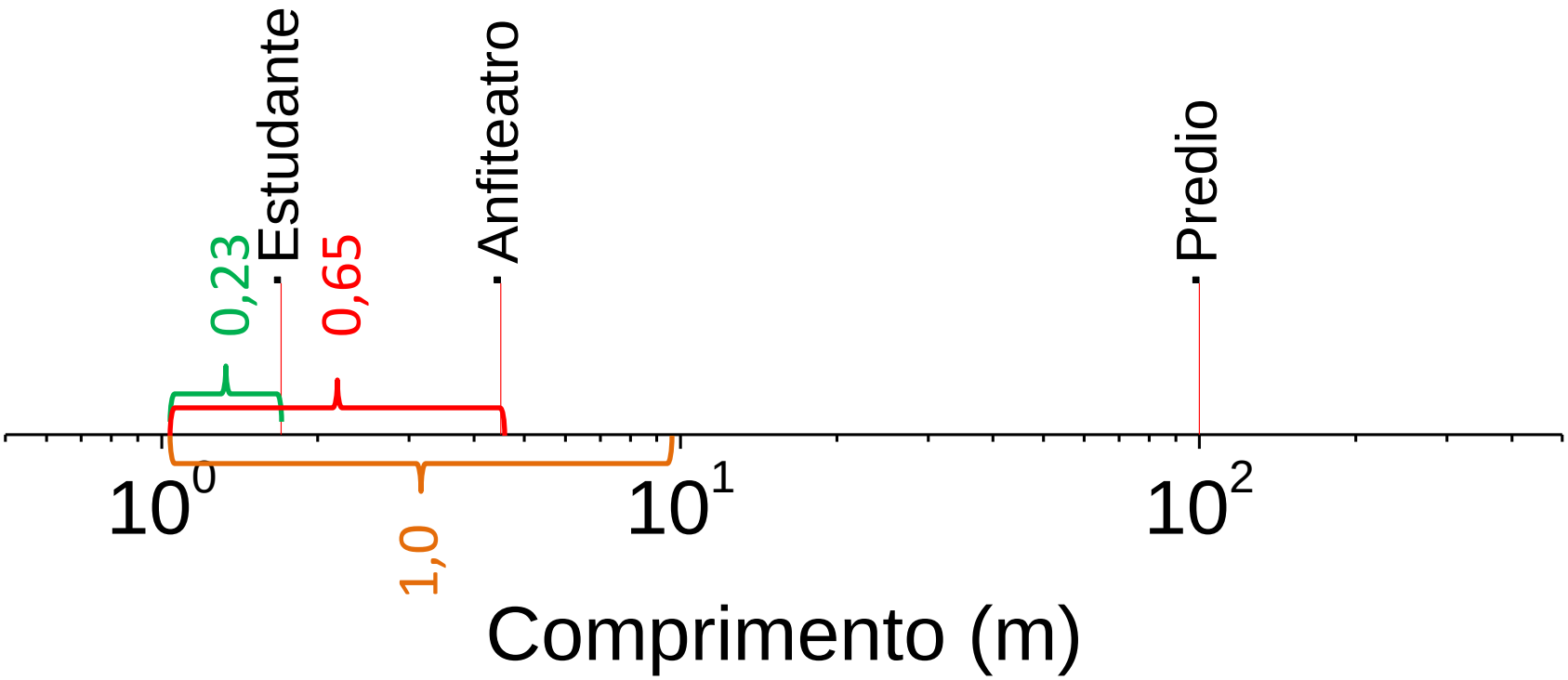
Logaritmo

"A que potência (x) deve ser elevado um certo número (10) para fornecer um número dado (n)?"

$$x = \log_{10}(n)$$

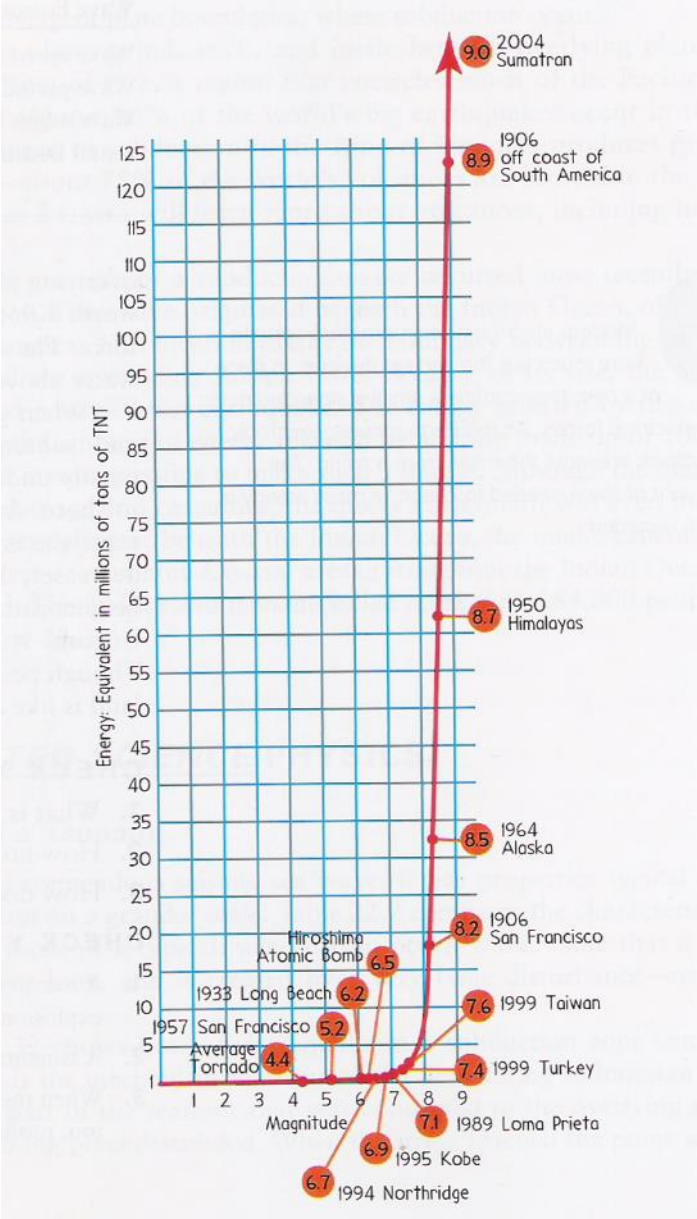
Local/Coisa	L(M)	$Log_{10}(L)$
Anfiteatro	4,5	0,65321...
Aluno	1,7	0,23004...
Cadeira	1,0	0
Prédio	100	2

Escala logarítmica



Exemplo de escala logarítmica

Um terremoto com nove pontos na escala Richter possui dez vezes mais energia do que um terremoto com oito pontos na escala Richter.



Construção de um fractal

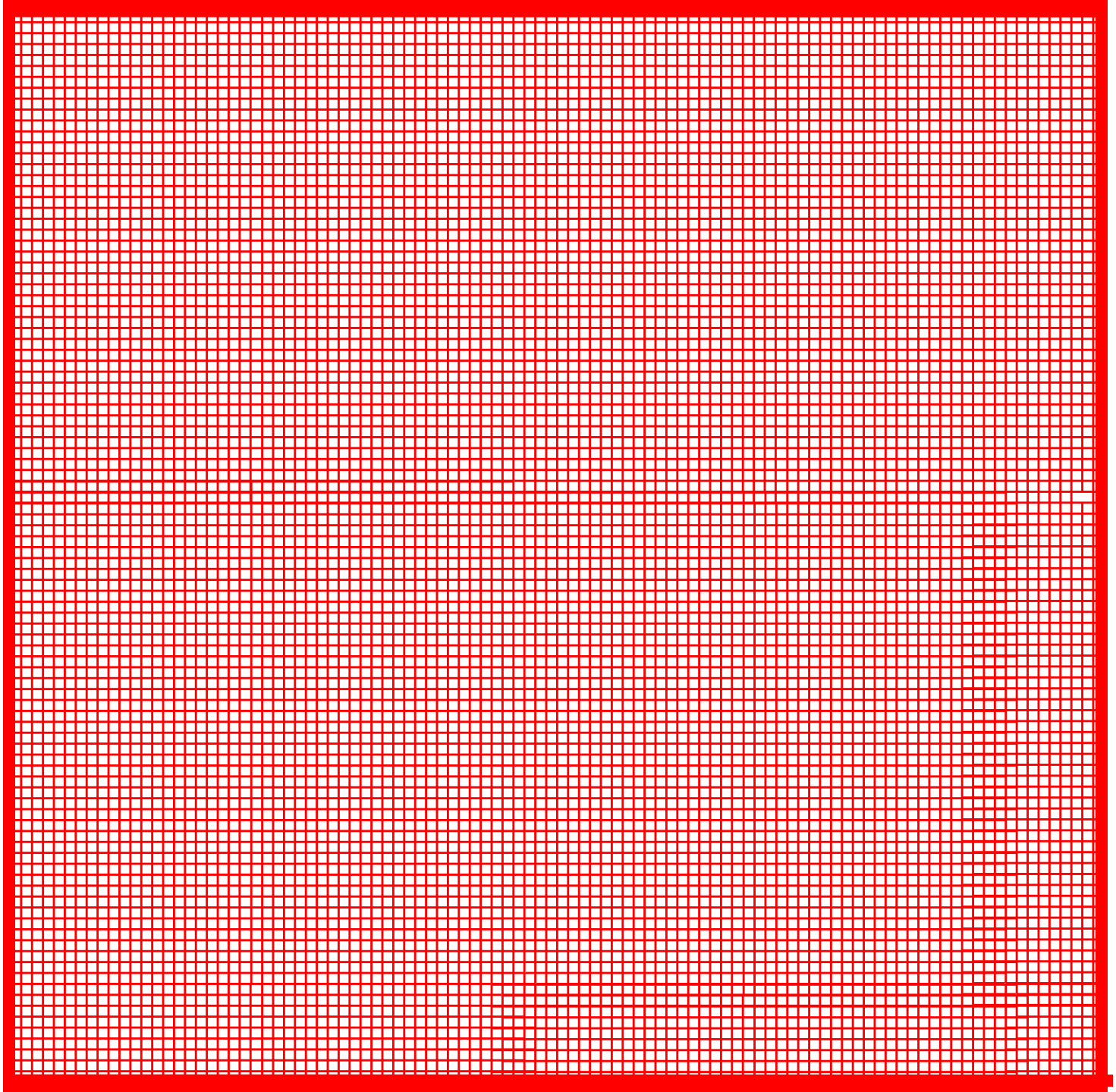
Onde se mostra a construção de um tapete de Sierpinsky, que pode ser utilizado como exercício em classe com muitas variações, ou como exemplo

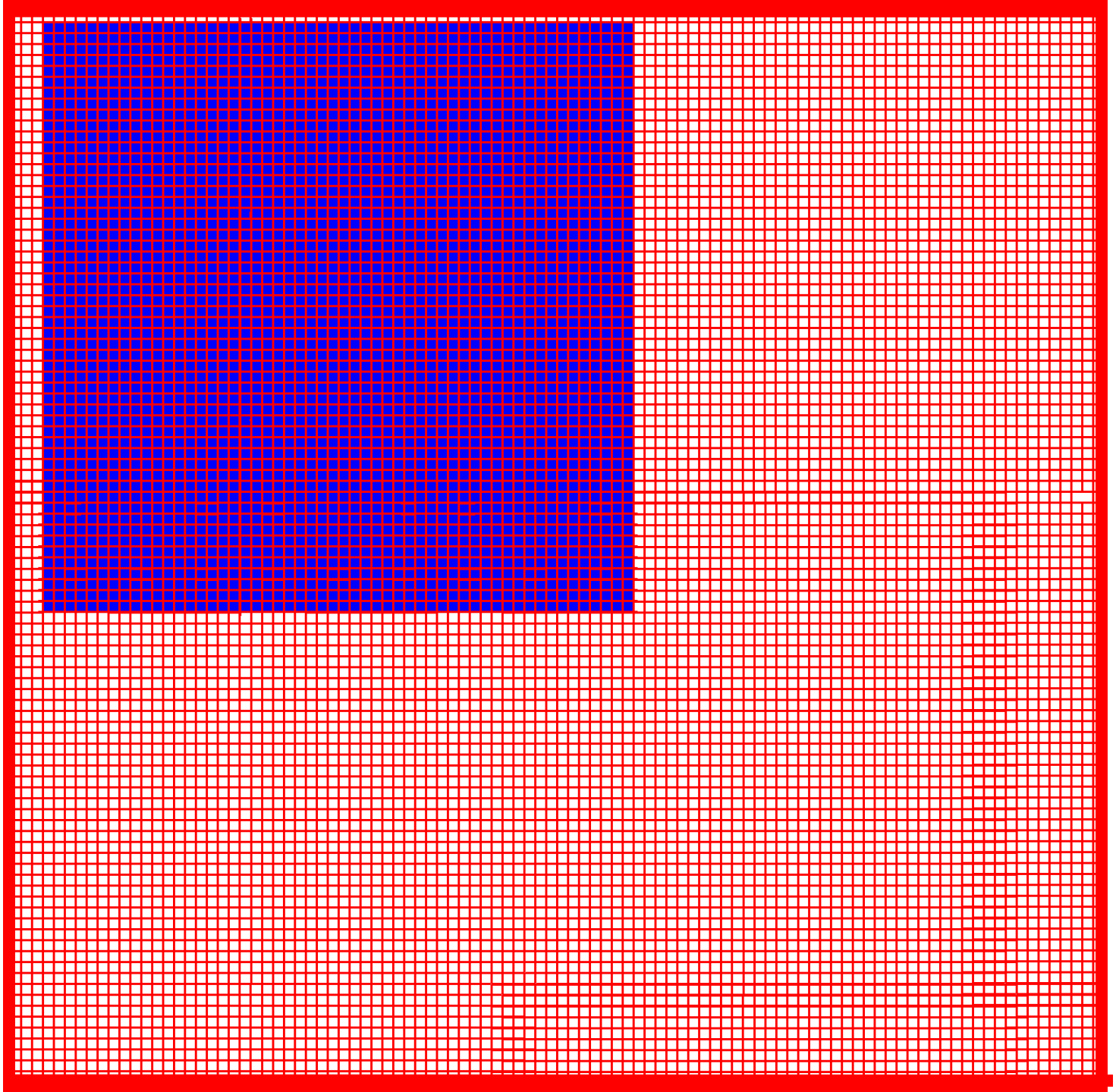
Tapete de Sierpinski

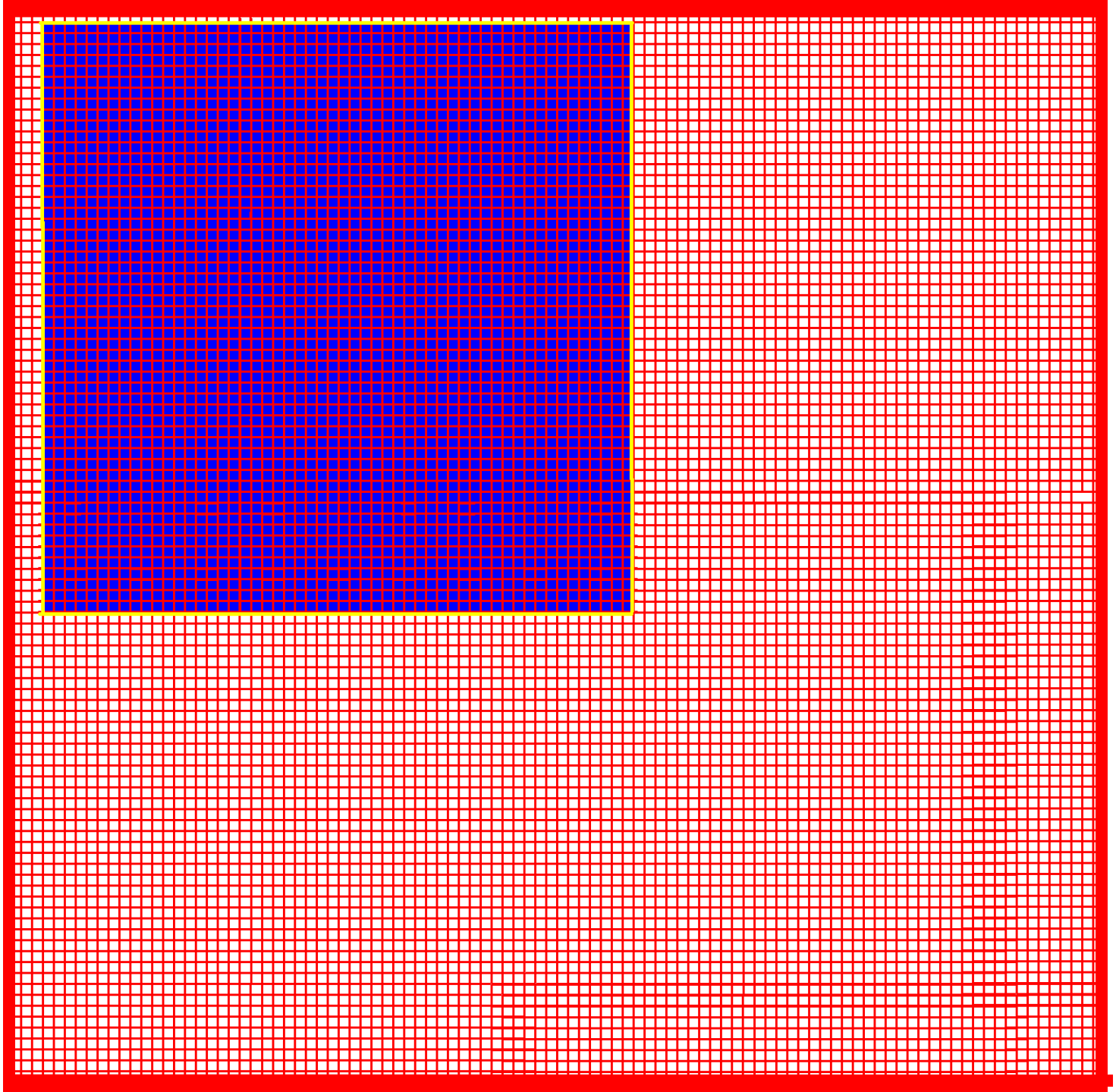
Wacław Sierpiński

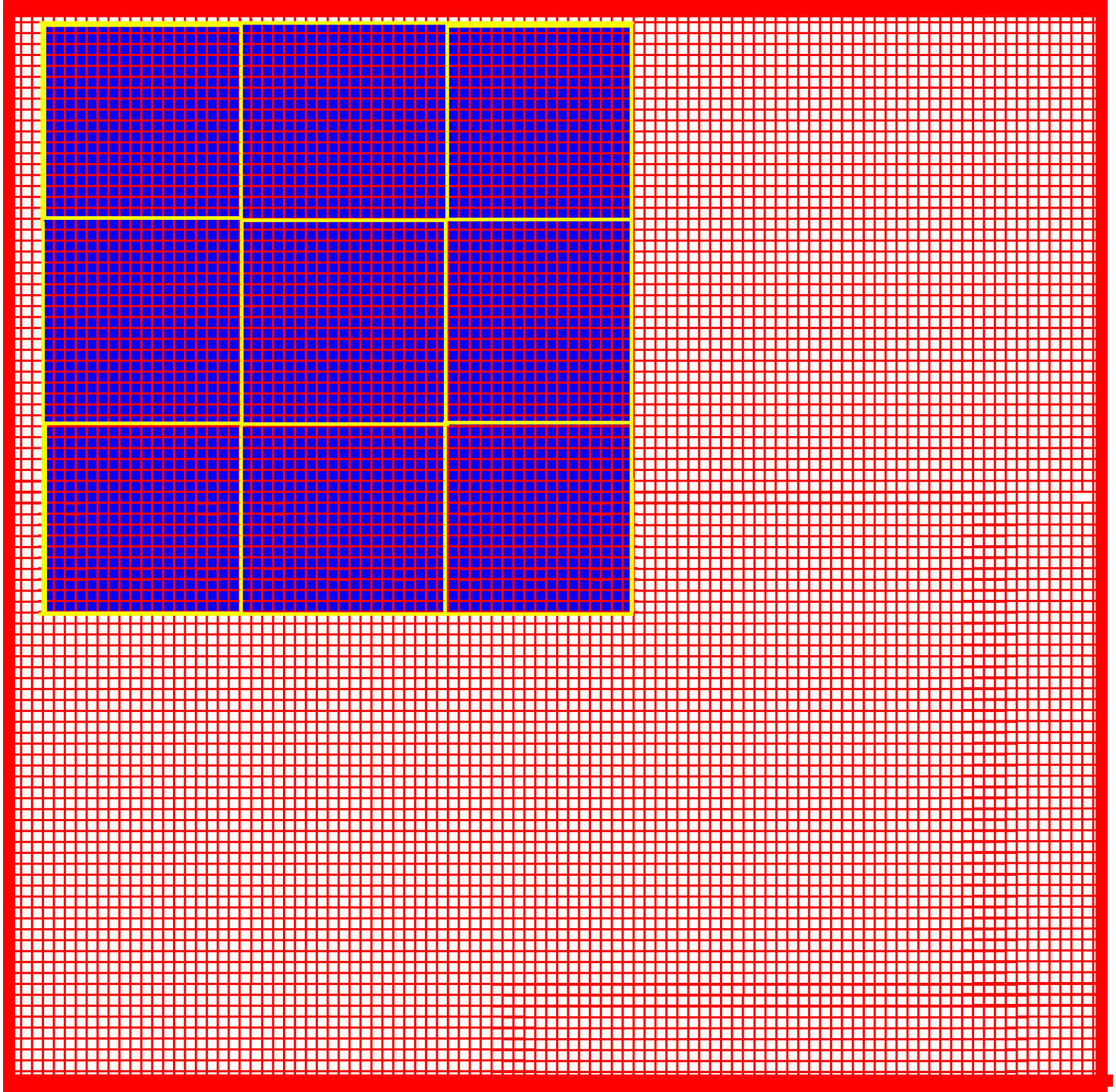
Tapete de Sierpinski

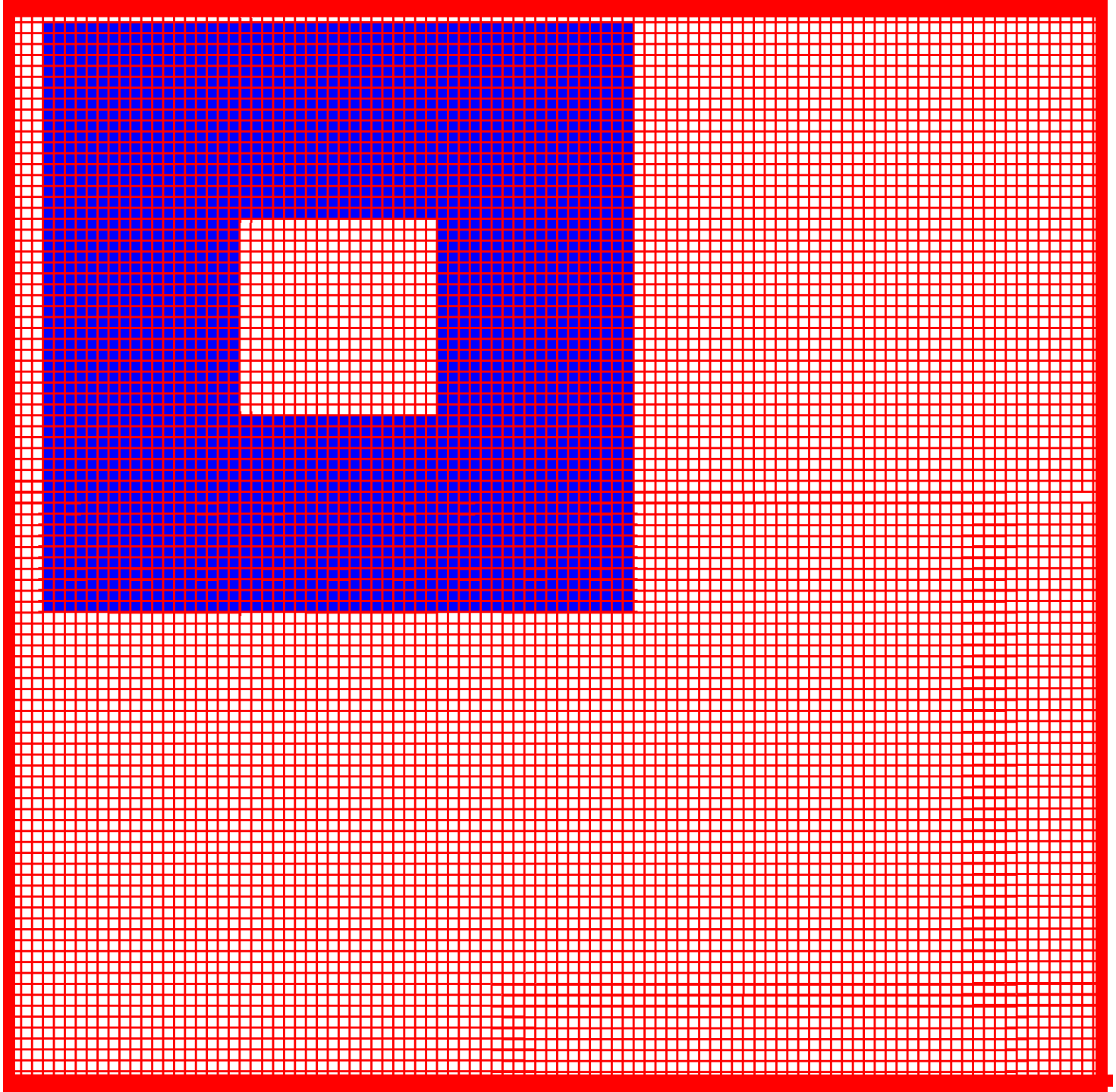
Wacław Sierpiński

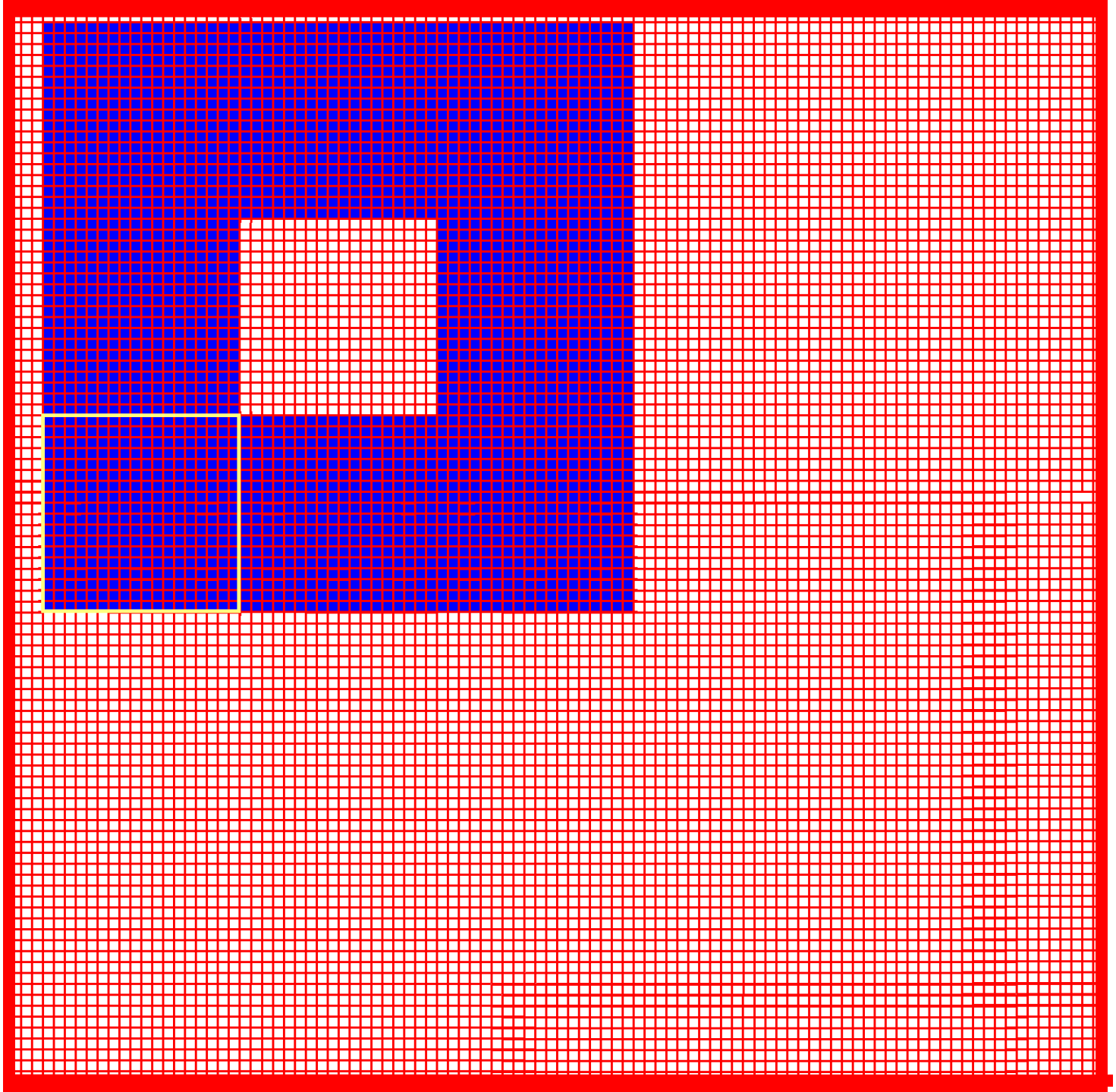


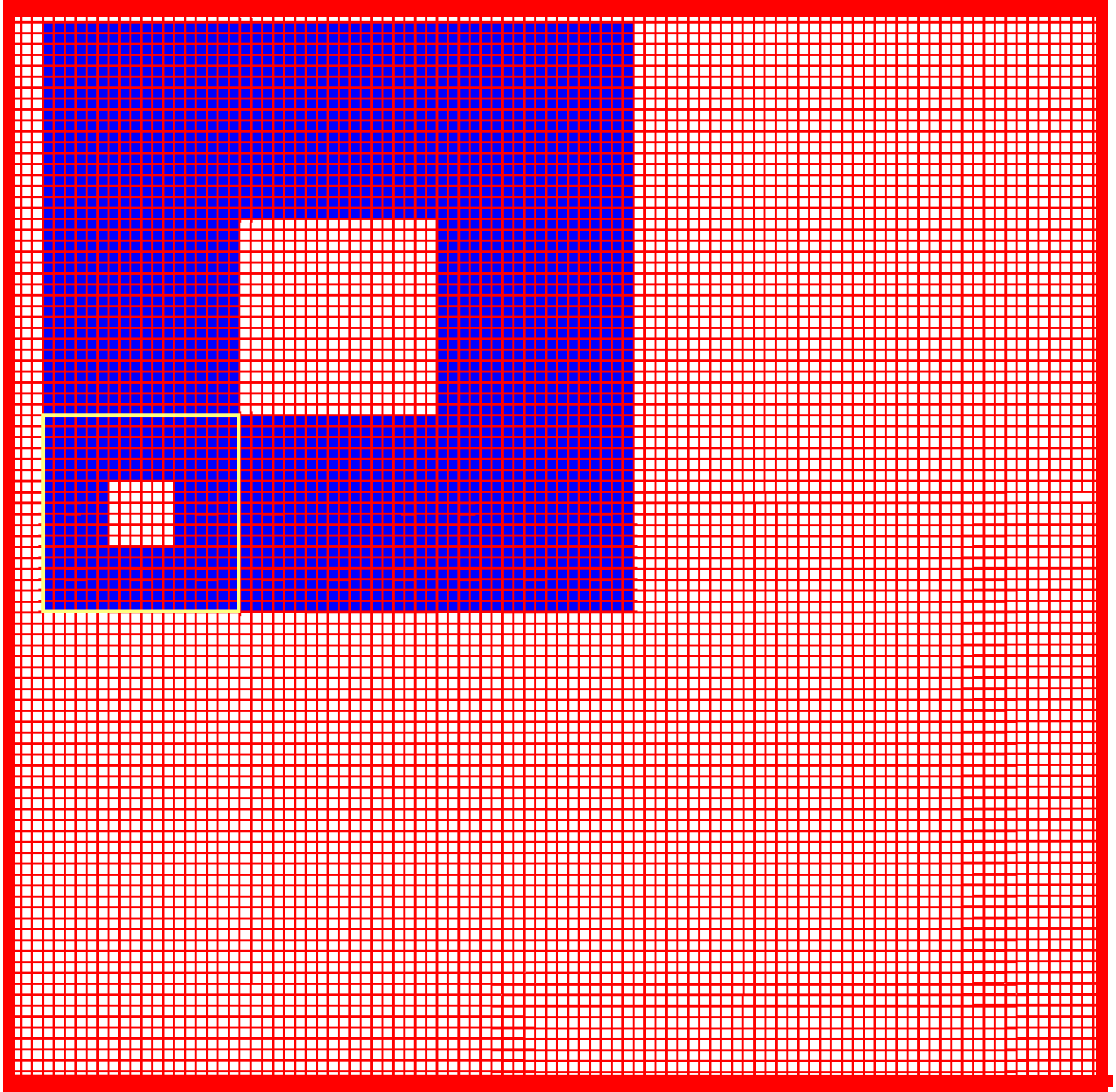


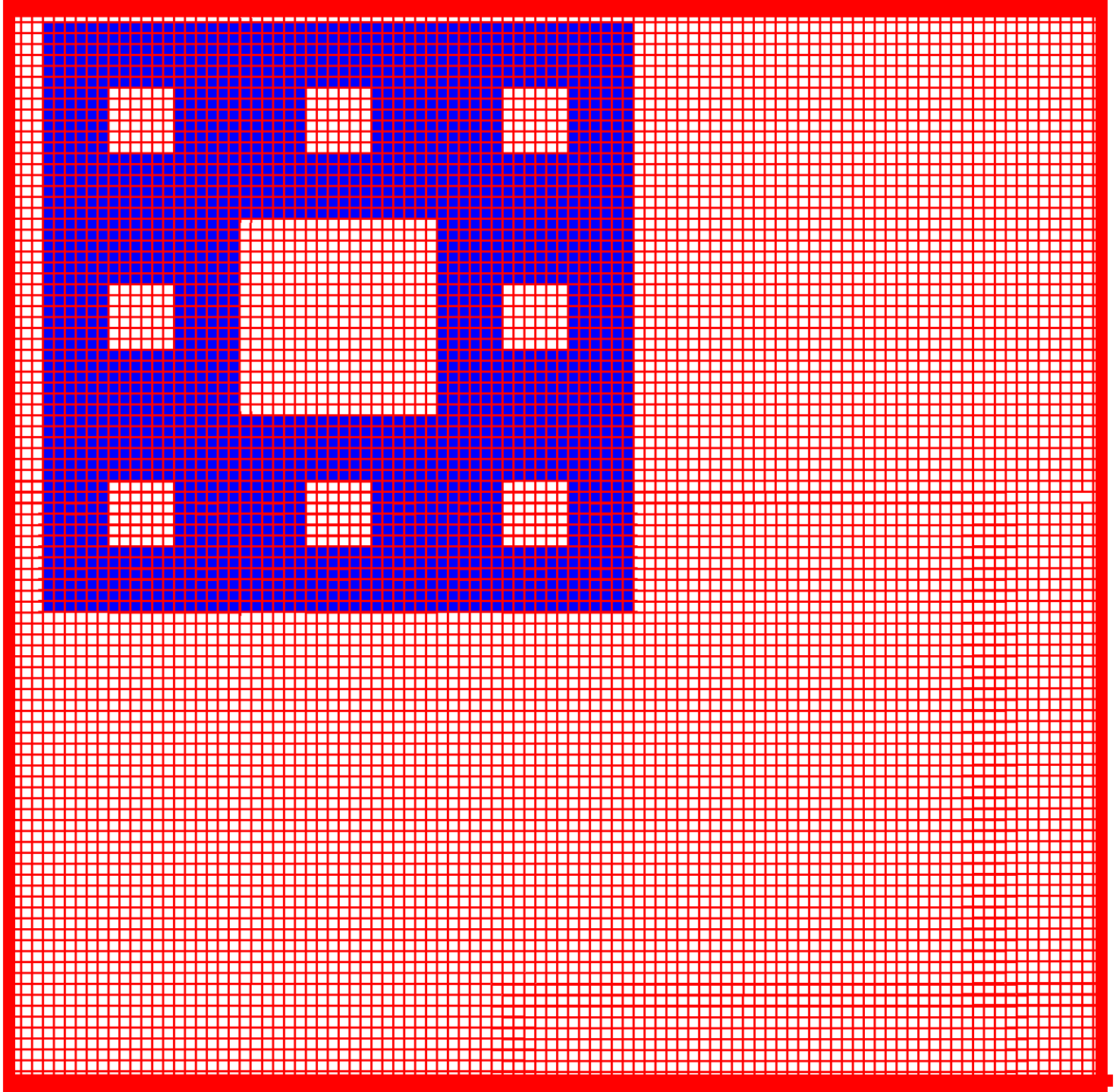


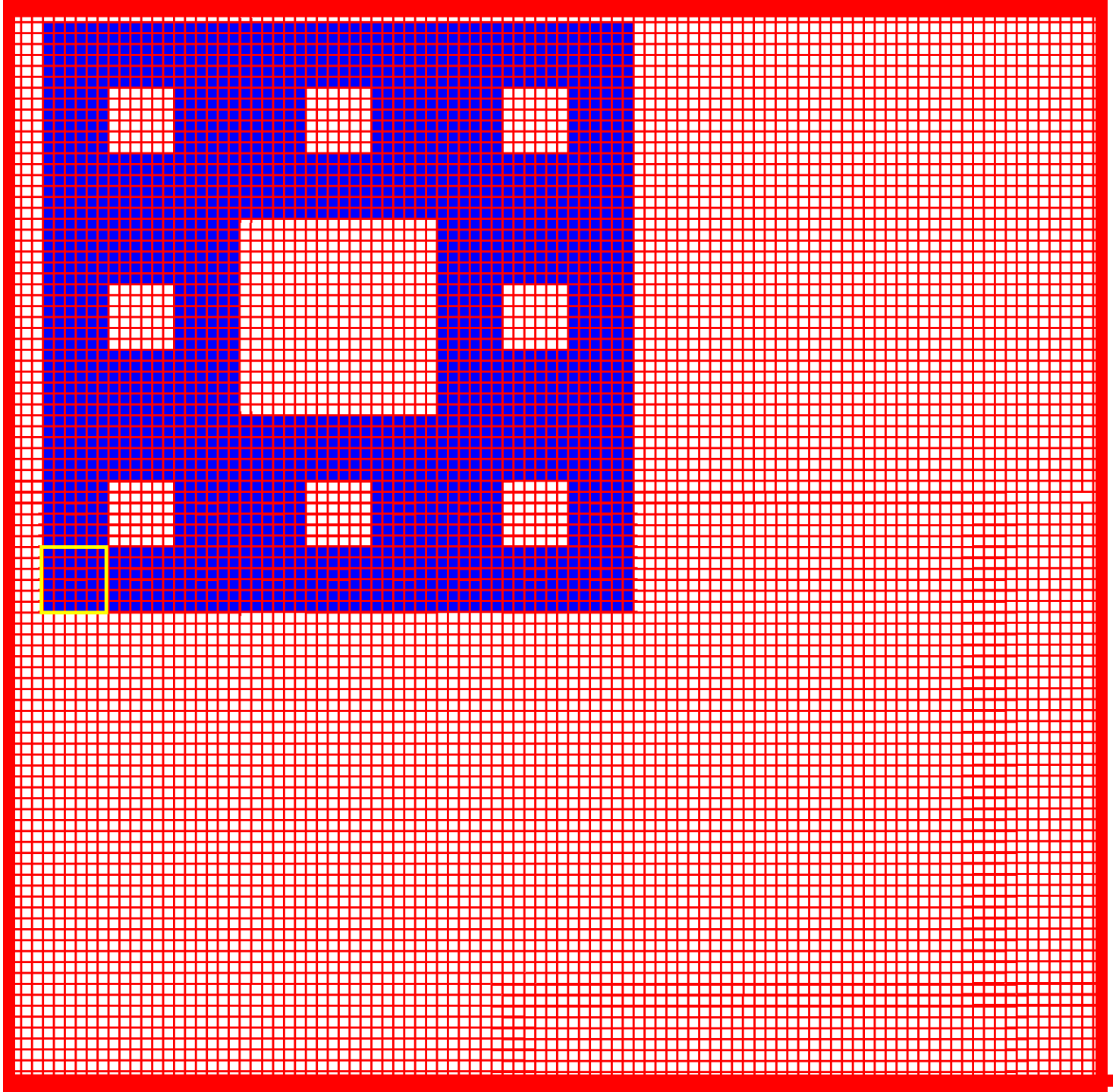


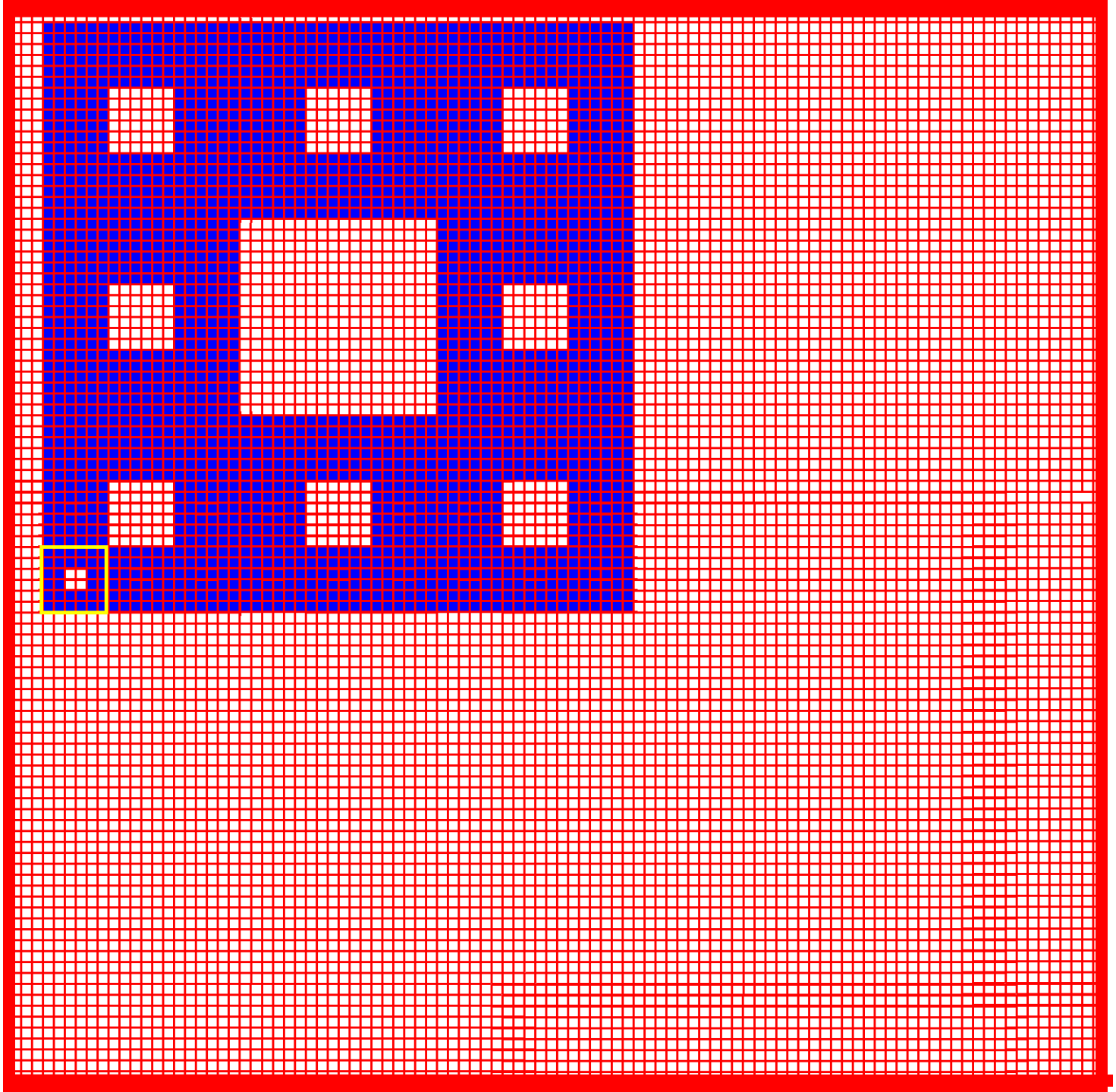


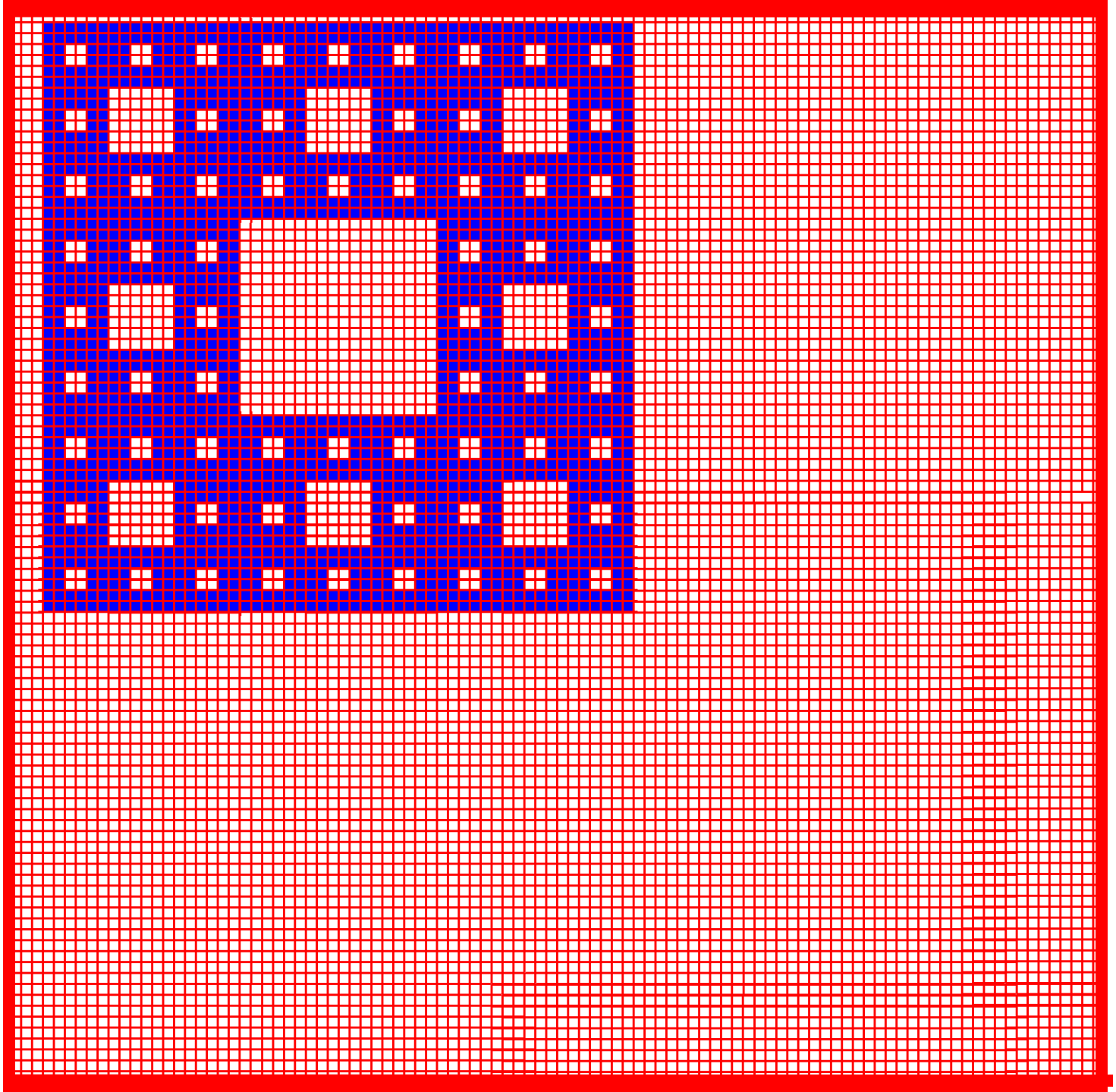










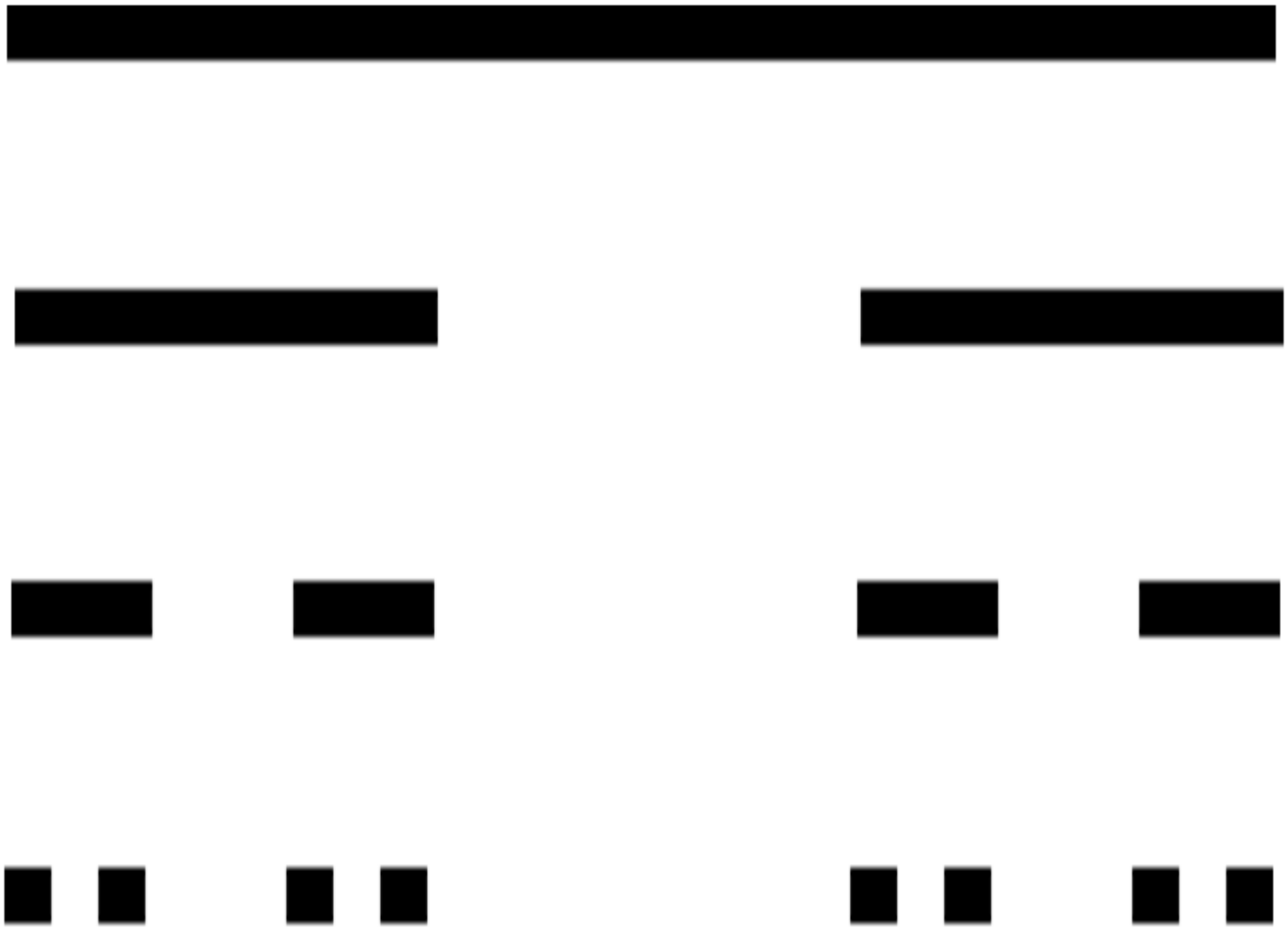


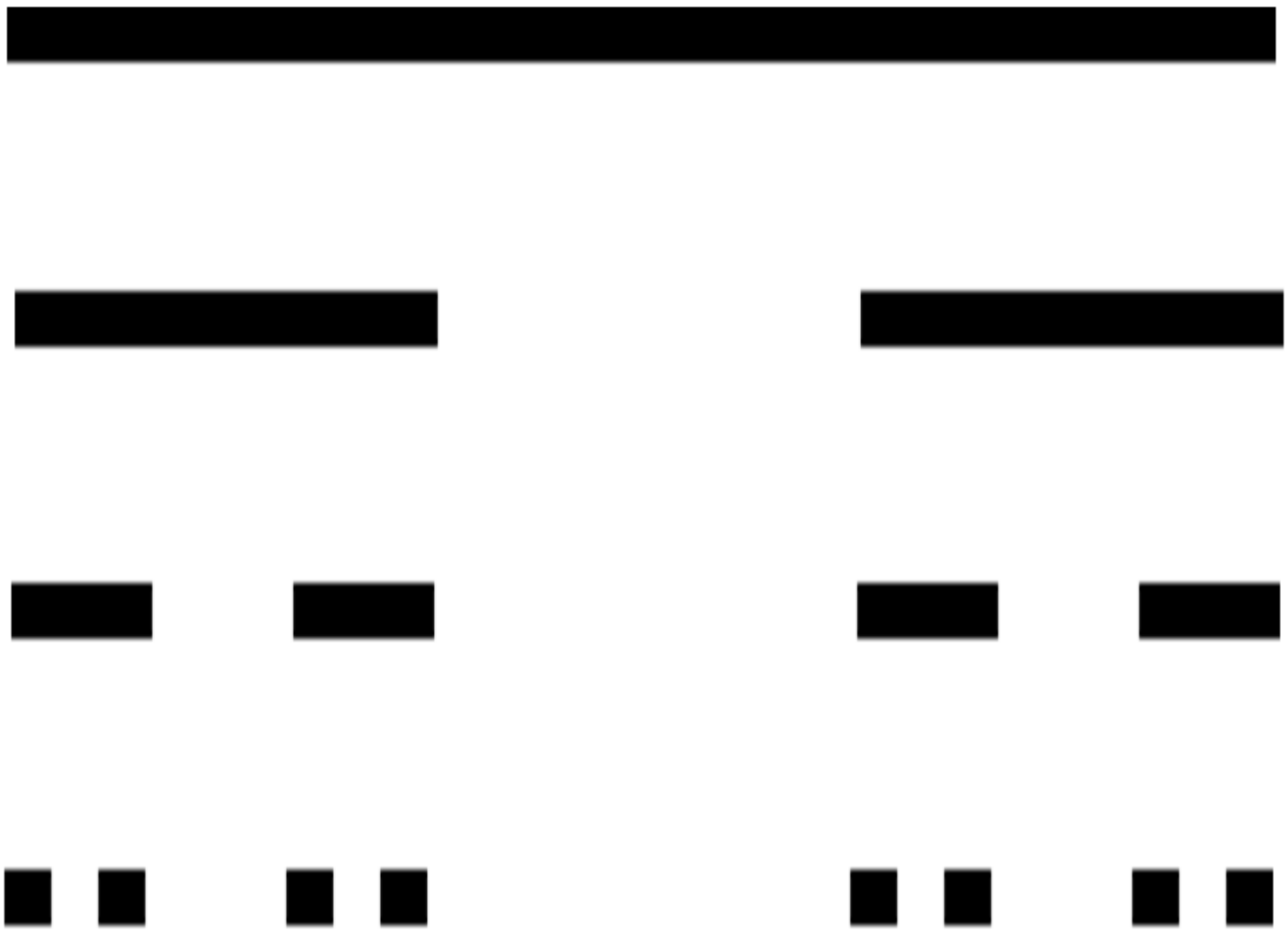
Construção do fractal de Cantor

[redacted]

[redacted]

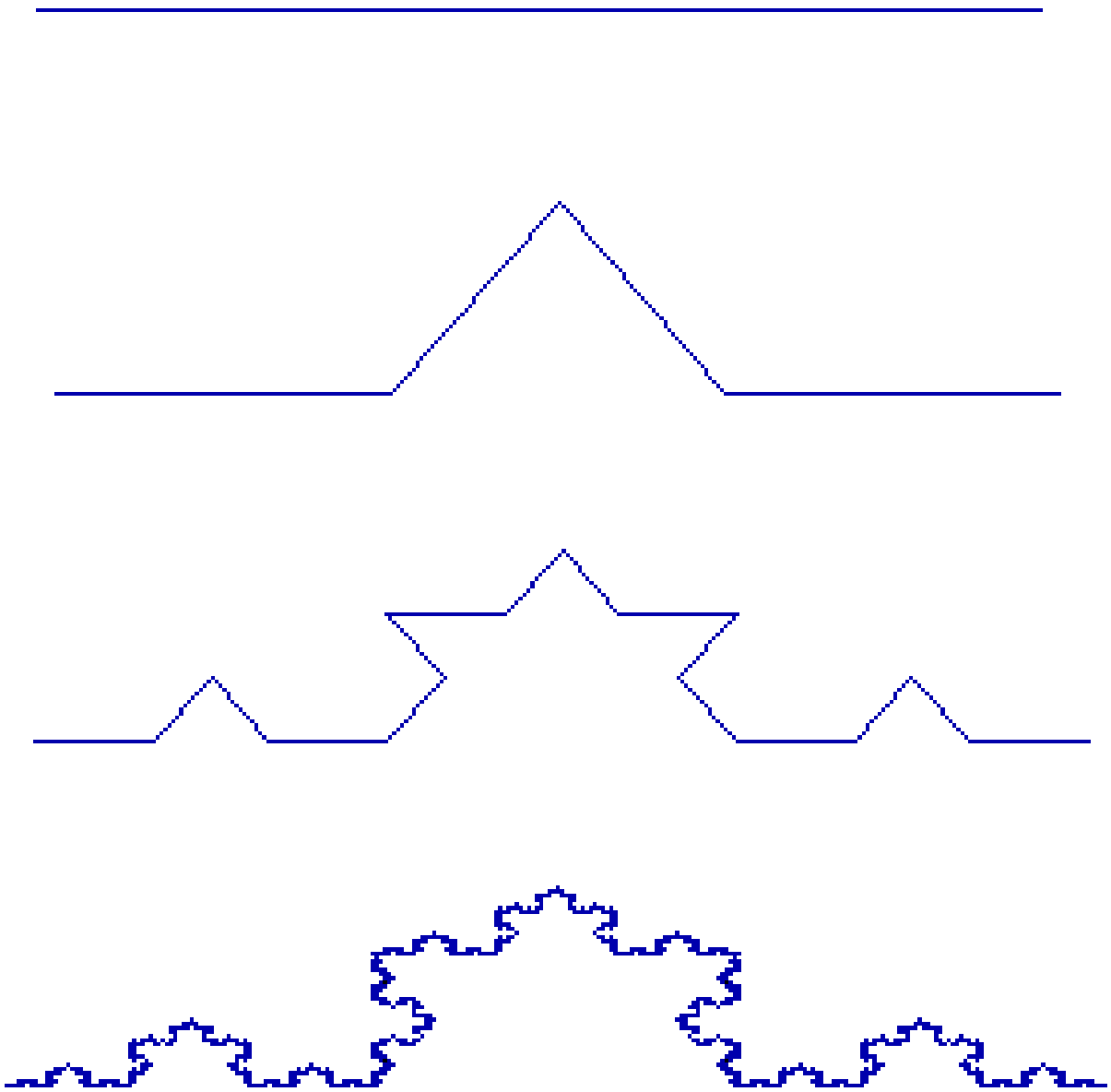
[redacted] [redacted]





E continuamos recortando e tirando pedaços infinitas vezes!!

Construção do Fractal de Koch

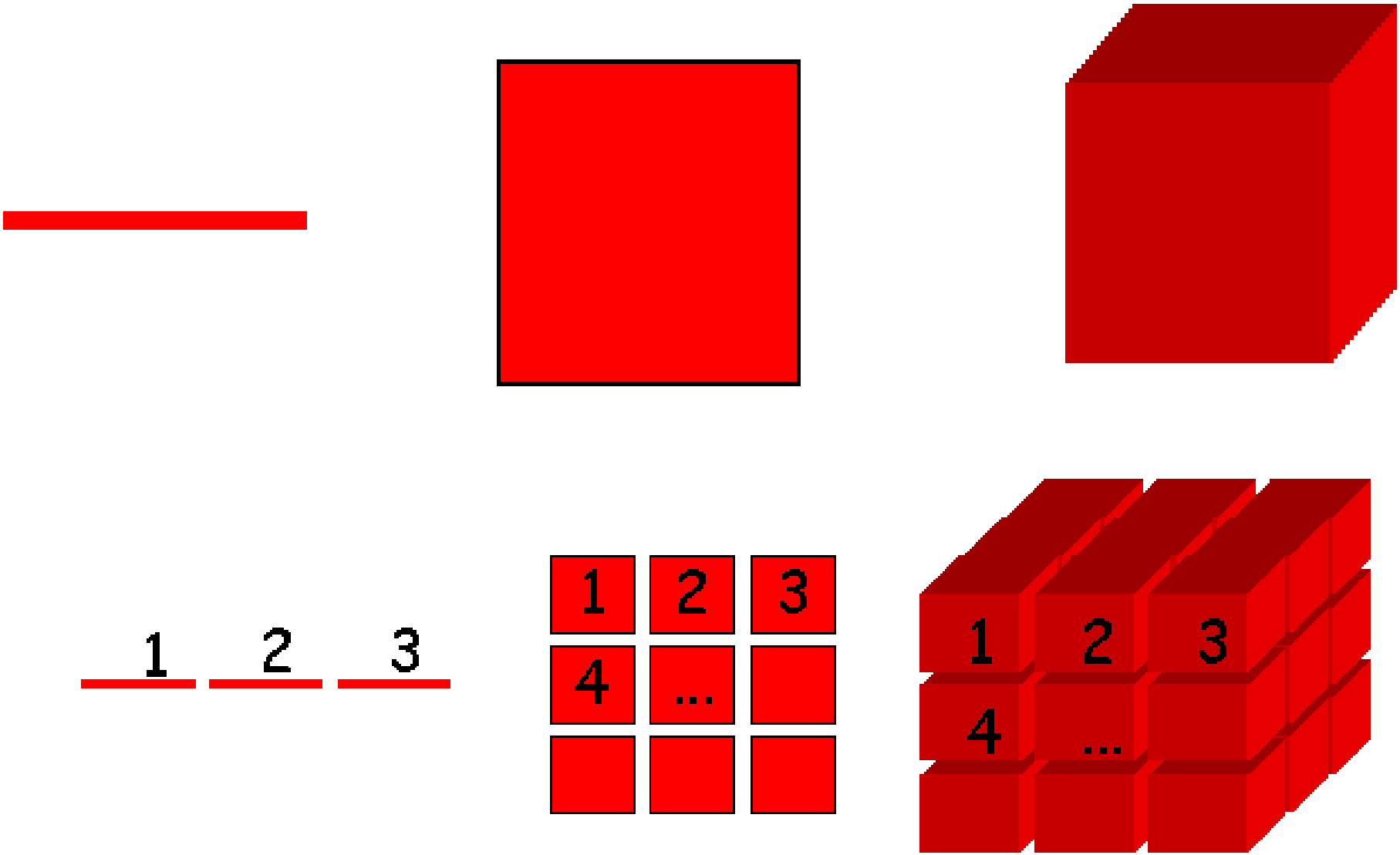


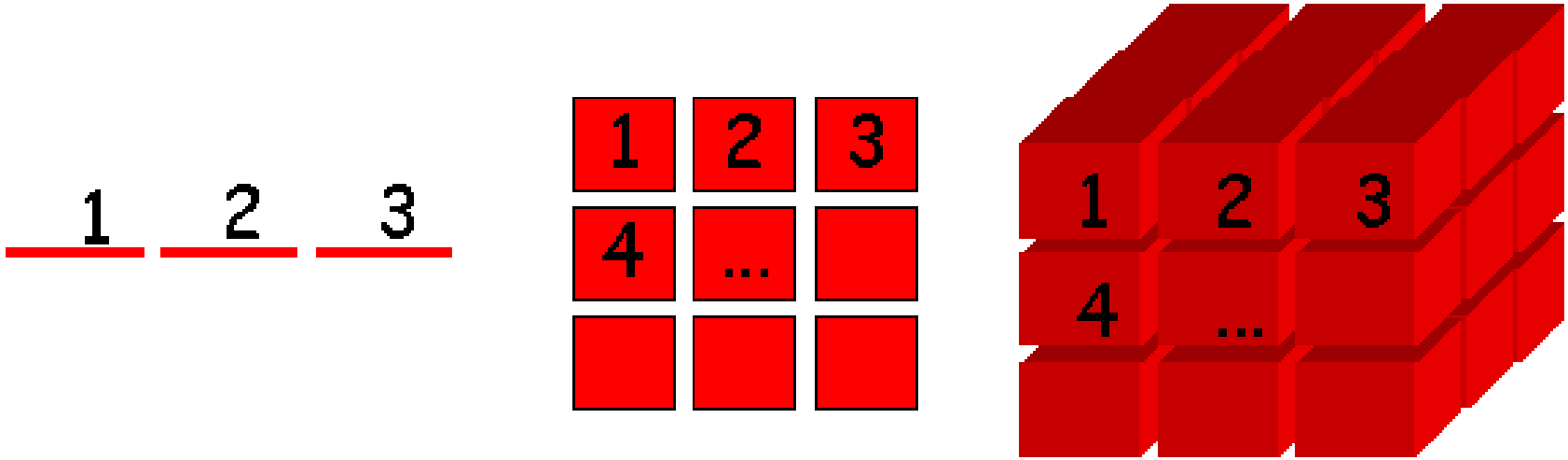
Dimensão Euclidiana

Dimensão Euclidiana

- **Dimensão Euclidiana** é a medida de como a massa de um objeto varia em função do seu comprimento. A dimensão Euclidiana é sempre definida por um número inteiro

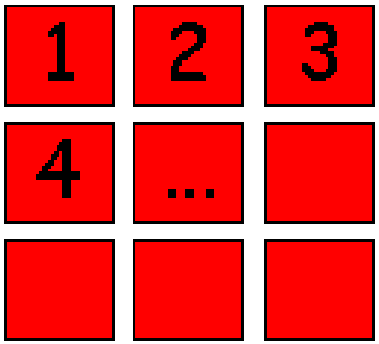
$$M \propto L^{DE}$$

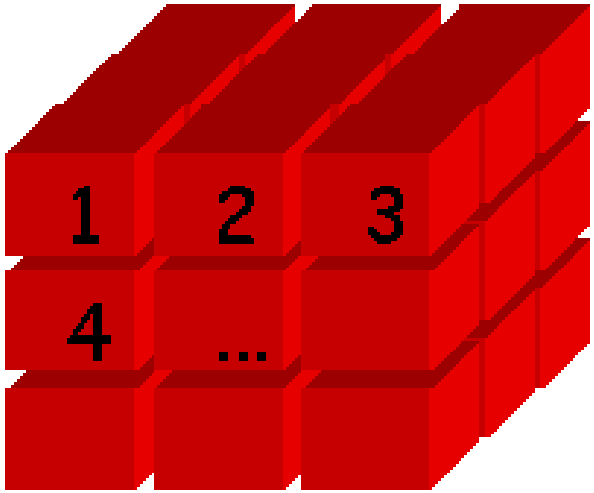

1
2
3
1
2
3
4
...
1
2
3
4
...



- Quantos pedaços similares ao original foram formados, quando o tamanho do original diminuiu?

-Como variou a massa em relação à variação do tamanho?

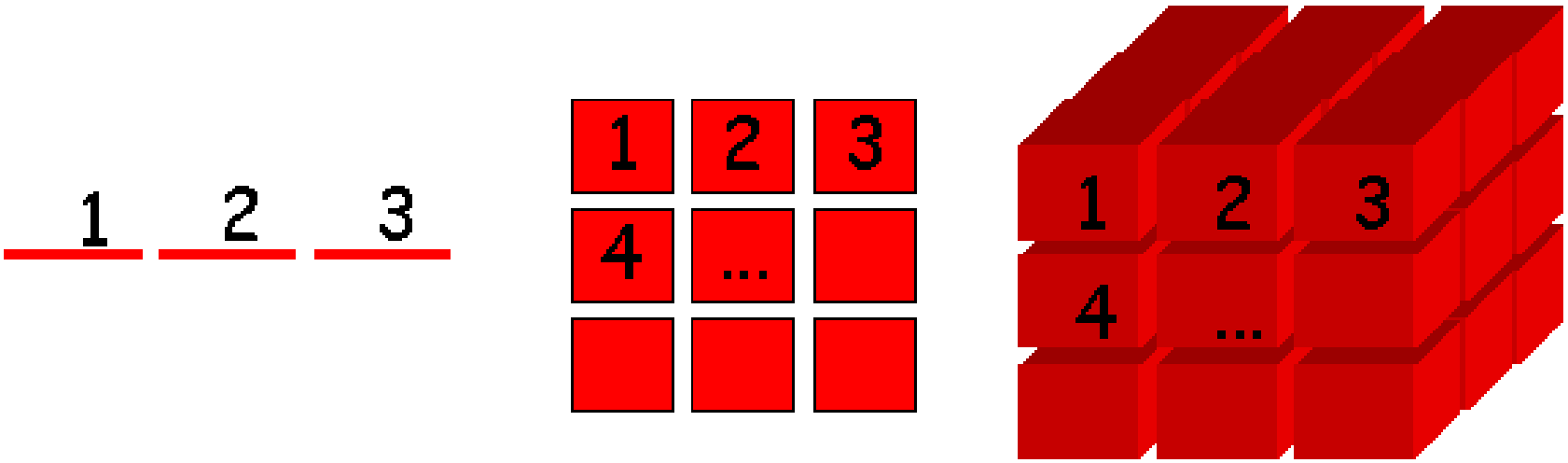




M=1/3 M=1/9 M=1/27

L=1/3 L=1/3 L=1/3

$$M \propto L^{DE}$$



$$1/3 \propto (1/3)^{DE} \qquad 1/9 \propto (1/3)^{DE} \qquad 1/27 \propto (1/3)^{DE}$$

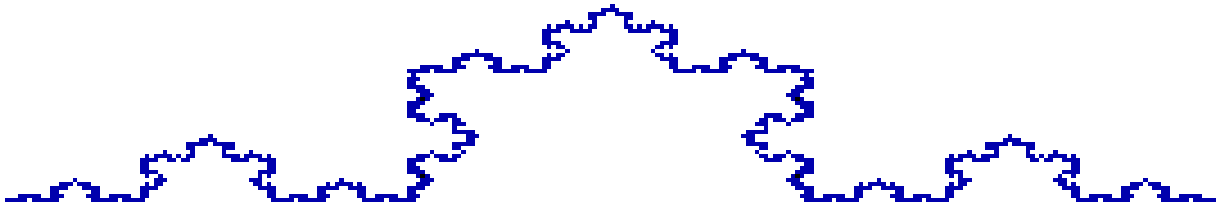
$$1/3 \propto (1/3)^{1} \qquad 1/9 \propto (1/3)^{2} \qquad 1/27 \propto (1/3)^{3}$$

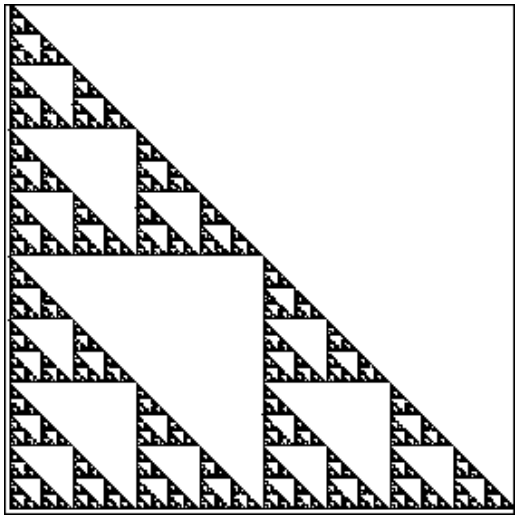
Dimensão Fractal

Dimensão Fractal

- **Dimensão fractal** é a medida de como a massa de um objeto fractal varia em função do seu comprimento. A dimensão fractal é sempre definida por um número não inteiro, fracionário. É uma dimensão intermediária entre as dimensões Euclidianas.

$$M \propto L^{DF}$$





Esse dois fractais “ocupam” mais que uma reta, e menos que uma folha de papel, logo, devem apresentar uma dimensão fractal entre um e dois.

Uma nuvem não cabe em uma folha de papel, porém, deixaria espaços vazios dentro de uma caixa, logo, apresenta uma dimensão fractal entre dois e três.

Exemplo: fractal de Cantor

O fractal de Cantor "*ocupa menos espaço que uma reta*", logo, tem uma dimensão fractal menor que um.

O fractal de Cantor "ocupa mais espaço que um ponto", logo, tem uma dimensão fractal maior que zero.

Calculando a dimensão fractal a partir da regra de formação

$$M \propto L^{DF}$$

$$\log(M) \propto \log(L^{DF})$$

$$\log(M) \propto DF \log(L)$$

$$\boxed{DF = \frac{\log(M)}{\log(L)}}$$

Fractal de Cantor

n=0 $M = 1 \;\; e \; L = 1$

n=1 $M = 1/2 \;\; e \; L = 1/3$

n=2 $M = 1/4 \;\; e \; L = 1/9$

....

.....

$M = (1/2)^n e \; L = (1/3)^n$

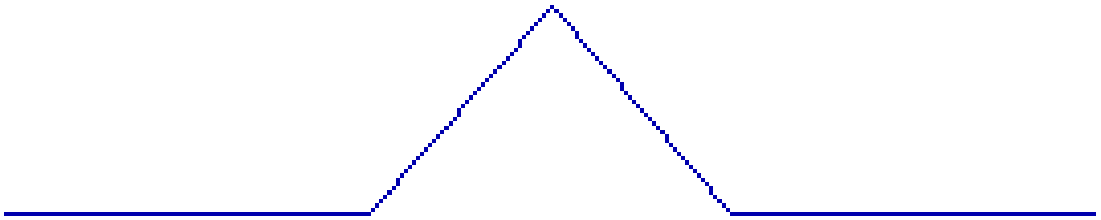
$$DF = \frac{\log(M)}{\log(L)} = \frac{\log(1/2)^n}{\log(1/3)^n} = \frac{\log(2)^{-n}}{\log(3)^{-n}} = \frac{-n\log(2)}{-n\log(3)} = \frac{0{,}301\ldots}{0{,}477\ldots} = 0{,}630\ldots$$

TAREFA # 1.2

Calcule a dimensão fractal da curva de Koch

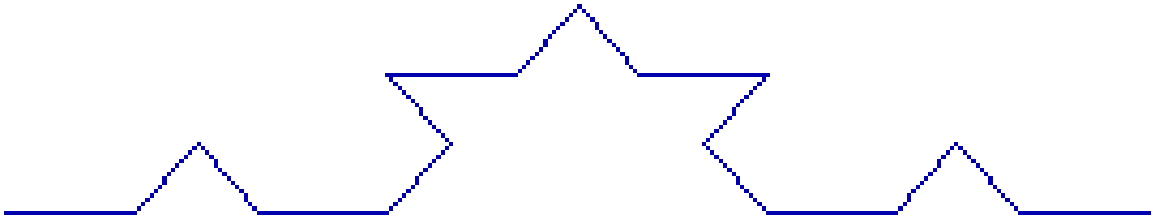
$$M = 1$$

$$L = 1$$



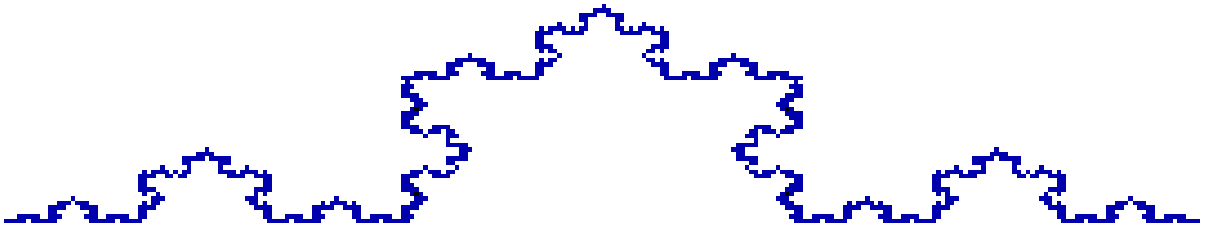
$$M = 1/4$$

$$L = 1/3$$



$$M = 1/16$$

$$L = 1/9$$



$$M = (1/4)^n$$

$$L = (1/3)^n$$

Calculando a dimensão fractal...

Fractal de Koch

$$M = (1/4)^n \qquad L = (1/3)^n$$

$$DF = \frac{Log_{10}\left(2^2\right)}{Log_{10}(3)} = \frac{0{,}602...}{0{,}477...} = 1{,}261...$$

Sumário

- Os fractais na Física
- O que é um fractal
- ***Dimensão Euclidiana e dimensão fractal***
  - ***Escalas logaritmicas e gráficos log-log***
  - Medida da dimensão de uma esfera fractal
- Dimensão fractal de litorais
  - Cálculo da dimensão fractal de Ilhabela, SP
- Os fractais na natureza
- Os quadros de Pollock e os fractais