

# Relatório Final de Instrumentação para o Ensino

*Bianca Rizzo Ferreira*

*Orientador : David Mendes Soares*

*IFGW, Unicamp*

## *Anel de Thomson: Princípio da Suspensão num campo magnético alternado*

### **Introdução**

Levitação de um anél metálico por um eletromagneto é uma demonstração fascinante, além de um experimento comum nos cursos de graduação em grandes universidades em todo o mundo.<sup>[1,2,3]</sup> O aparato utilizado é chamado *anel de Thomson*. Um anel condutor (normalmente cobre ou alumínio) é colocado sobre uma bobina com um núcleo de ferrite. Quando uma corrente AC passa através do solenóide o anél irá saltar e, se inicialmente resfriado em nitrogênio líquido, o efeito é amplificado devido à diminuição da resistência elétrica, de tal forma que deve -se tomar cuidado para que não atinja o teto.<sup>[3]</sup>

O anél funciona como um transformador no qual a bobina secundária consiste em apenas uma volta de fio – de fato, um anel metálico. Quando a bobina primária é conectada através de uma fonte AC, a corrente induzida no anel secundário é alta e um forte campo magnético é gerado em volta dele. Pela lei de Lenz, o campo magnético gerado no anel secundário se opõe àquele produzido pela bobina primária, e o anel é repelido fortemente.<sup>[4,5]</sup>

Com o objetivo de explorar os conceitos físicos envolvidos, podemos desde verificar que um anel com uma abertura não causará nenhum efeito de suspensão, utilizando-o como uma simples demonstração da indução magnética de Faraday, até medir os fatores que determinam a força num anel condutor imerso em um campo magnético alternado com a utilização de computadores e sensores modernos.<sup>[5]</sup>

## Montagem experimental e Material

Para a construção do aparato foi enrolada uma bobina com 360 voltas de fio esmaltado distribuídas em 6 camadas bem isoladas e no seu interior foi colocado um núcleo de ferro laminado com seção quadrada (3,2 x 3,2 cm) feito com lâminas utilizadas em transformadores. Como bobina secundária, foram feitos dois anéis de mesmas dimensões, como estão especificadas na figura 1, e de diferentes materiais para fim comparativo.

Foi utilizado um transformador Variac para variar a tensão de entrada na bobina primária, um interruptor de campainha a fim de controlar o pulso de tensão e um fio grosso para fazer a conexão da tomada.

Foi utilizado nitrogênio líquido para resfriar o anel.

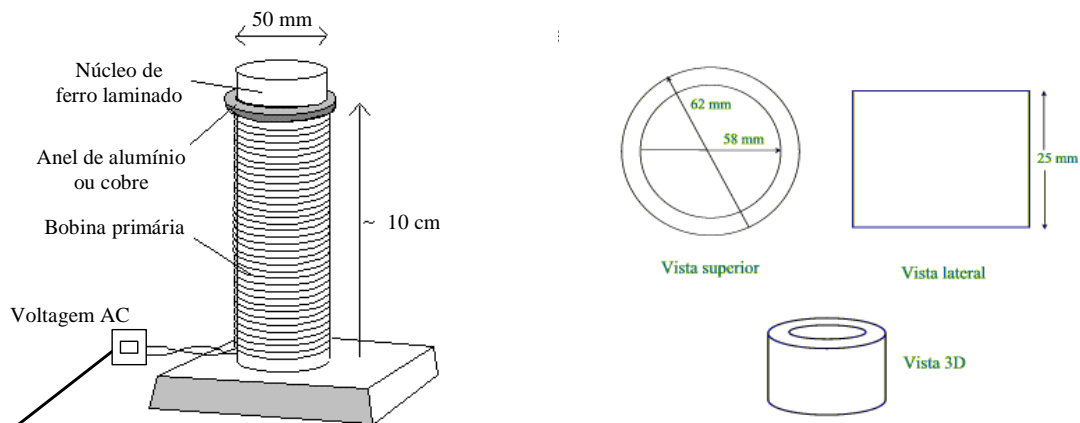


Figura 1 – Construção do aparato

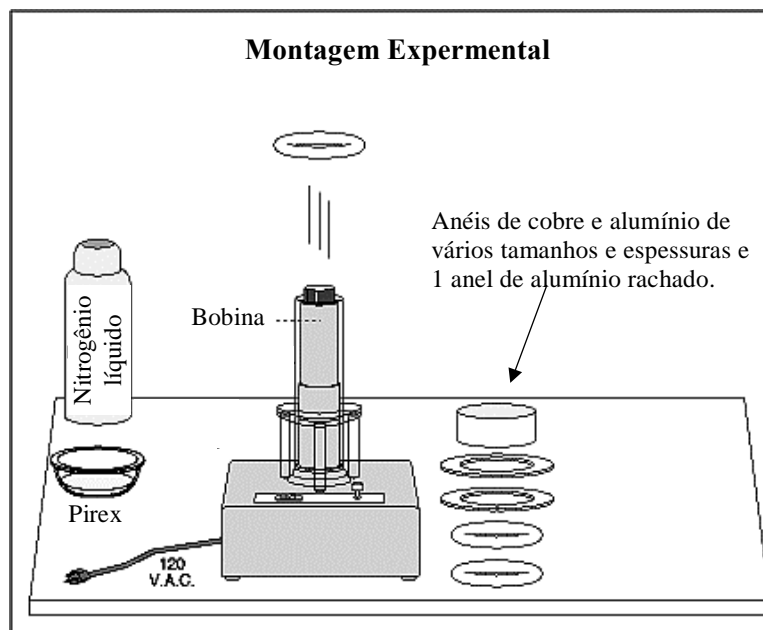


Figura 2

## Descrição do experimento e Resultados

Depois de concluída a montagem do aparato ele foi acionado com os anéis de cobre e alumínio com tensões variando continuamente de 0 a 140V e verificou-se o comportamento da altura atingida pelo anel em função da voltagem aplicada.

Então a uma tensão fixa de 120 V, o anel foi resfriado em nitrogênio líquido, verificando-se um aumento da força repulsiva e, conseqüentemente, da altura como

produz, (po efeito J(0)-5.2ule,(o se)-972na)7.8u(-)-5.3aequiee nt.

,oncao ~~u~~-3.5nV,a ~~m~~3.5(a)7.2hoe adn ai ao n

auoo

### Importância didática

Os experimentos realizados com o aparato construído têm como objetivo não só permitir ao estudante verificar o comportamento da força repulsiva no anel em função da voltagem aplicada ou da temperatura, mas também investigar o ponto mais interessante desse experimento: descobrir o porquê o anel pula. Por que ele é repelido e não atraído? Ou por que ele não é contraído ou expandido? Quais são os fatores que aumentam ou diminuem a força repulsiva que age sobre ele?

Ao tentar responder essas questões o aluno irá se deparar com uma minuciosa aplicação das leis de Faraday e Lenz que certamente o fará misturar conceitos de mecânica, eletromagnetismo e a utilização de fasores como meio de visualização da situação física.

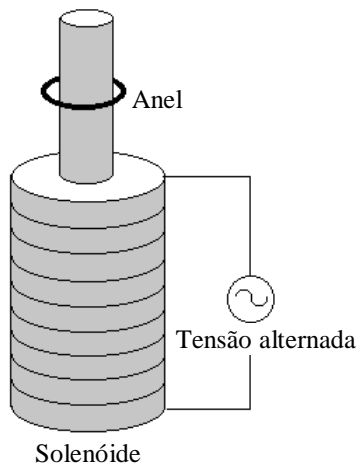


Figura 3

A corrente alternada que circula o solenóide é da forma :

$$I_s = I_{s_0} \text{sen } \omega t \quad \text{com} \quad \omega = 2\pi f$$

e gera um campo magnético  $\vec{B}(t)$  que varia com o tempo e possui uma componente axial  $B_z$  e uma componente radial  $B_\rho$  como mostra a figura e cujo fluxo através do anel é

$$\phi_B = MI_s \quad \text{com} \quad \vec{B} = B_\rho \hat{\rho} + B_z \hat{z}$$

onde M é a indutância mútua do sistema formado pelo solenóide e o anel.

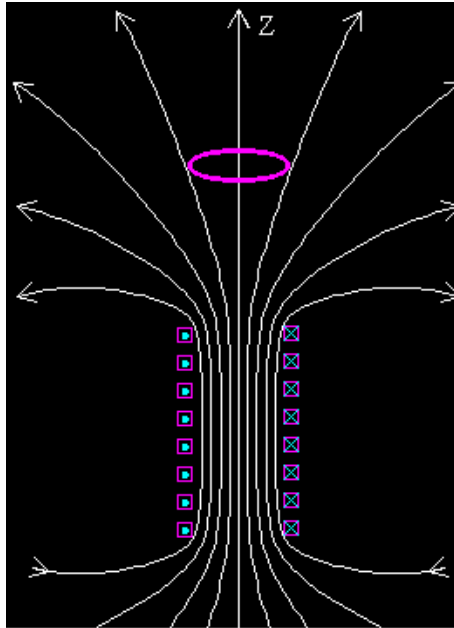


Figura 4 – Linhas de campo magnético

Tratando o anel com um circuito formado por uma resistência  $R$  e auto-indutância  $L$  conectado a uma fem alternada, a equação do circuito pode ser escrita:

$$RI_a = -L \frac{dI_a}{dt} + V_\varepsilon$$

onde  $I_a$  é a corrente que circula o anel e  $V_\varepsilon$  a fem induzida, ambos obtidos como resultado da variação do fluxo que o atravessa aplicando-se a Lei de Faraday :

$$V_\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -M \cdot I_0 \omega \cos(\omega t)$$

$$I_a = \frac{V_\varepsilon}{R} = -\frac{M}{R} I_0 \omega \cos(\omega t)$$

Obtém-se então uma equação diferencial para  $I_a$  cuja solução é:

$$I_a = -\frac{M \cdot I_0 \omega}{R^2 + \omega^2 L^2} (R \cos(\omega t) + \omega L \sin(\omega t))$$

A força sobre o anel é, de acordo com a figura:

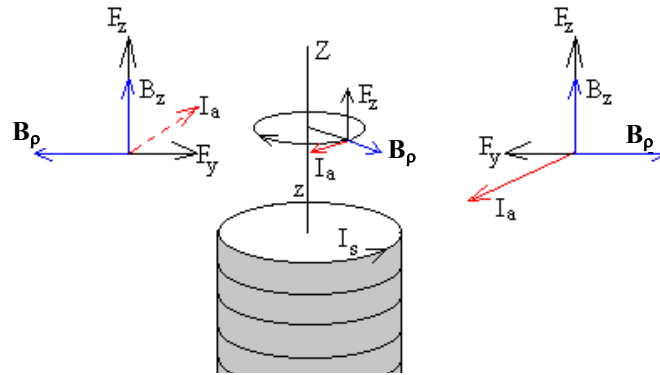


Figura 5 – Esquema vetorial

$$d\vec{F} = I_a d\vec{l} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad dF_z = -I_a B_\rho dl \quad e \quad dF_\rho = -I_a B_z dl$$

Como as componentes radiais se anulam por simetria e as componentes axiais se somam, a força resultante terá direção z e o seu módulo vale:

$$F_z = -2\pi a I_a B_\rho$$

Como  $B_\rho$  é proporcional à corrente no solenóide  $I_s$ :  $B_\rho = k\mu_0 n I_s$

onde n é o número de voltas do solenóide. Logo obtém-se a expressão para a força:

$$F_z = \frac{2\pi a \mu_0 n k \omega M I_{s_0}^2}{R^2 + \omega^2 L^2} [R \sin \omega t \cos \omega t + \omega L \sin^2 \omega t]$$

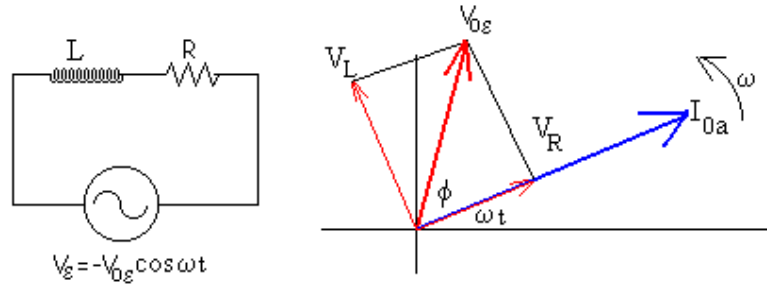
$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{\pi a \mu_0 n k M I_{s_0}^2 \omega^2 L}{R^2 + \omega^2 L^2} \hat{z} \quad \Rightarrow \quad \langle F \rangle \propto \frac{1}{1 + \left(\frac{R}{\omega L}\right)^2}$$

De modo que se:

$$R \gg \omega L \quad \Rightarrow \quad \langle F \rangle \rightarrow 0$$

$$R \ll \omega L \quad \Rightarrow \quad \langle F \rangle \rightarrow 1$$

$$R \approx \omega L \quad \Rightarrow \quad \langle F \rangle \rightarrow \frac{1}{2}$$



**Figura 5 – Diagrama Fasorial**

No caso em que  $R \gg \omega L$ , a corrente  $I_a$  está praticamente em fase ( $\phi = 0$ ) com a fem e, portanto, defasada  $90^\circ$  da corrente  $I_s$  do solenóide, produzindo uma força com frequência  $2\omega$ , portanto a força média é nula. No segundo caso, sendo o circuito predominantemente indutivo, a corrente  $I_a$  tem uma defasagem  $\phi = 90^\circ$  com relação à fem o que produz uma força média não nula e positiva. Finalmente, no caso em que  $R \approx \omega L$  a corrente  $I_a$  tem uma defasagem  $\phi \approx 45^\circ$  em relação à fem o que produz uma força média também positiva.

Desse modo, para que a força repulsiva seja maior que a atrativa o circuito não pode ser somente resistivo, ou seja, deve haver uma diferença de fase entre a corrente induzida e a fem no anel. Como vemos na figura a fem  $V_\varepsilon = -V_{0\varepsilon} \cos \omega t$  está adiantada de um ângulo  $\phi$  em relação à respectiva intensidade  $I_a$ .

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{V_L}{V_R} = \frac{\omega L}{R}$$

Em termos da diferença de fase a expressão da corrente no anel em função do tempo pode ser escrita da seguinte forma:

$$V_\varepsilon = -V_{0\varepsilon} \cos(\omega t) \quad \text{com} \quad V_{0\varepsilon} = M \cdot I_{0s} \omega$$

$$I_a = -I_{0a} \cos(\omega t - \phi) \quad I_{0a} = \frac{V_{0\varepsilon}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$I_a = -\frac{M \cdot I_{0s} \omega}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} (\cos(\omega t) \cos \phi + \operatorname{sen}(\omega t) \operatorname{sen} \phi)$$

E o valor médio da força:  $\langle F \rangle \propto \frac{1}{2} \operatorname{sen} \phi$

Todos os detalhes discutidos acima podem ser resumidos nas figuras 6 e 7, onde são mostradas as 4 diferentes fases possíveis em relação aos sinais da corrente no anel e da fem induzida, para cada uma das relações entre  $R$  e  $\omega L$ .

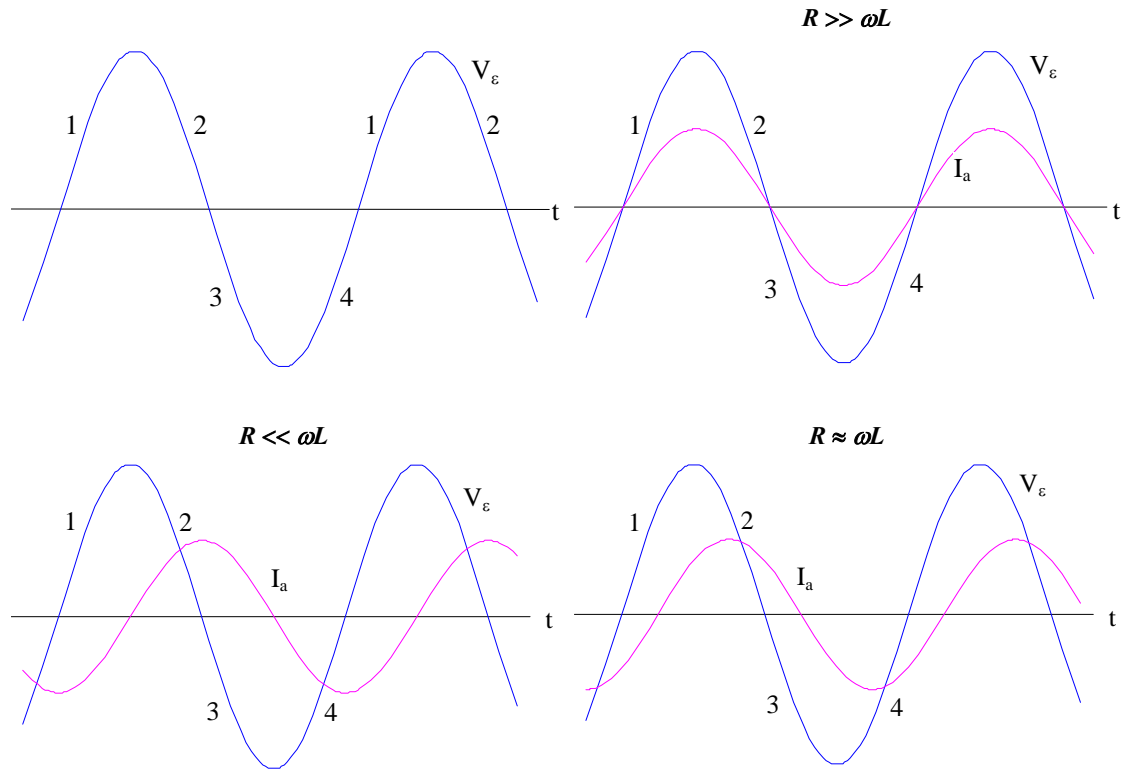


Figura 6 – As diferentes fases possíveis em relação aos sinais da corrente no anel e da fem induzida

|      |                       |                |              | $R \gg \omega L \quad \langle F \rangle \approx 0$ |     | $R \ll \omega L \quad \langle F \rangle \text{ positivo}$ |     |
|------|-----------------------|----------------|--------------|--|-----|---|-----|
| Fase | $B_z, B_\rho, \phi_B$ | $\dot{\phi}_B$ | $V_\epsilon$ | $I_a$  | $F$ | $I_a$   | $F$ |
| 1    | +                     | +              | -            | -  | +   | -   | +   |
| 2    | +                     | -              | +            | +  | -   | -   | +   |
| 3    | -                     | -              | +            | +  | +   | +   | +   |
| 4    | -                     | +              | -            | -  | -   | +   | +   |



| $R \approx \omega L$ $\langle F \rangle$ positivo |                       |                 |       |     |
|---|-----------------------|-----------------|-------|-----|
| <i>Fase</i>                                       | $B_z, B_\rho, \phi_B$ | $V_\varepsilon$ | $I_a$ | $F$ |
| 1   | +                     | -               | -     | +   |
| 2   | +                     | +               | +     | -   |
| 3   | -                     | +               | +     | +   |
| 4   | -                     | -               | -     | -   |

*Figura 7 – Tabelas de sinais de  $B_z, B_\rho, \phi_B, V_\varepsilon, I_a$  e  $F$  quando  $R \gg \omega L, R \ll \omega L$  e  $R \approx \omega L$*

### **Conclusões**

Experimentos realizados com o anel de Thomson permitirão ao estudante observar o intrigante fenômeno da levitação de um anel metálico num campo magnético oscilante e, com o auxílio de equipamentos acessíveis, realizar investigações quantitativas desse fenômeno. A fim de fazer um modelo matemático, o aluno se deparará com as leis de Faraday, Lenz, Kirchoff e Newton. E além dos experimentos realizados, ele será capaz de estudar o comportamento da força no anel em função da sua frequência de oscilação e em função da distância ao solenóide.[6,7,8]:

## Referências

- [1] - UC-Berkeley Physics Demo: Faraday's Law. Jumping Rings: High current AC coil causes rings to jump
- [2] -University of Virginia Physics Demo: Jumping Ring
- [3] -University of Glasgow Physics Exhibit: Jumping Ring
- [4] - Schneider, Ertel. *A classroom jumping ring*. Am. J. Phys. 66 (8) Agosto 1998, pag 686-692.
- [5] - Hall J. *Forces on the jumping ring*. The Physics Teacher, Vol. 35 Fevereiro 1997 pag, 80-83.
- [6] - Tanner, Loebach, Cook, y Hallen. A pulsed jumping ring apparatus for demonstration of Lenz's law. Am. J. Phys. 69 (8) Agosto 2001 pag. 911-916.
- [7] - Tjossem , Cornejo. *Measurements and mechanisms of Thomson's jumping ring*. Am. J. Phys. 68 (3) Março 2000, pag 238-244
- [8] - W. R. Towler and J. W. Beams, Magnetic suspension for lecture and classroom *demonstrations*, AJP 44, 478-480 (1976).