

Segundo Semestre - 2014

## **Introdução ao Cálculo Tensorial e a Formulações Covariantes na Física**

Marcio José Menon

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia  
Prédio A1, Laboratório Cesar Lattes, sala 209

### **I. Programa**

#### **0. Introdução Geral: Conceitos de Vetores e Objetivos da Álgebra Tensorial**

- 0.1 Representação Geométrica Elementar
- 0.2 Álgebras Vetoriais: Gibbs-Heaviside e Quatérnions
- 0.3 Álgebra Linear: Espaço Vetorial sobre um Corpo
- 0.4 Transformação de Coordenadas e Álgebra Tensorial

#### **1. Simetrias, Sistemas de Coordenadas e Métrica**

- 1.1 Simetrias Retangular, Esférica e Cilíndrica
- 1.2 Sistemas de Coordenadas Curvilíneas
- 1.3 Forma Quadrática Fundamental e Métrica

#### **2. Rotação do Sistema de Coordenadas Cartesianas: Definições de Escalares, Vetores e Operadores**

- 2.1 Conceitos Básicos
- 2.2 Transformação de Vetores e Escalares
- 2.3 Transformação de Operadores
- 2.4 Definições Via Rotação do Sistema de Coordenadas Cartesianas

#### **3. Componentes Contravariantes e Covariantes de um Vetor**

- 3.1 Introdução
- 3.2 Aspectos Geométricos das Componentes de um Vetor: “O Problema”
- 3.3 Bases Recíprocas
- 3.4 Componentes Contravariantes e Covariantes
- 3.5 Transformação de Coordenadas - Denominações
- 3.6 Relações entre as Componentes Contravariantes e Covariantes: Métrica
- 3.7 Aplicações: Sistemas de Coordenadas Curvilíneas e Retilíneas
- 3.8 Definição Geral de Vetores Via Transformação de Coordenadas

#### **4. Introdução ao Conceito de Tensores**

- 4.1 Definição de Operadores: Transformação de Coordenadas
- 4.2 Tensores do Ordem 0, 1 e 2 em Espaços de Dimensão 3
- 4.3 Tensores de Ordem N em Espaços de Dimensão 3
- 4.4 Tensores de Ordem N em Espaços de Dimensão n
- 4.5 Exemplos e Aplicações
- 4.6 Conceitos Básicos de Análise Tensorial

## 5. Tópicos de Relatividade Especial e Geral

- 5.1 Mecânica Newtoniana e as Transformações de Galileu
- 5.2 Princípios da Relatividade Especial e as Transformações de Lorentz
- 5.3 Intervalo entre Dois Eventos (Tempo, Luz e Espaço)
- 5.4 Contração do Comprimento e Dilatação Temporal
- 5.5 Espaço de Minkowski - Quadrvetores
- 5.6 Componentes Covariantes e Contravariantes
- 5.7 Métrica do Espaço de Minkowski - Tensores
- 5.8 Quadrvelocidade e Quadrimomento
- 5.9 Relatividade Geral e Formulação Covariante

## 6. Formulação Covariante da Eletrodinâmica

- 6.1 Equações de Maxwell e os Potenciais Escalar e Vetorial
- 6.2 Invariância de Calibre - Calibres de Lorentz e de Coulomb
- 6.3 Quadrvetor Nabla e D'Alembertiano
- 6.4 Quadrvetores Densidade de Corrente e Potencial
- 6.5 Simetrias Associadas aos Campos Elétrico e Magnético
- 6.6 Tensor Intensidade do Campo Eletromagnético - Tensor Dual
- 6.7 Equações de Maxwell na Forma Tensorial

## II. Bibliografia

### • Básica

- M.J. Menon, Notas de Aula (slides e quadro negro),  
<http://www.ifi.unicamp.br/~menon/Fisica-Matematica/> (provisório)
- A.I. Borisenko, I.E. Tarapov, *Vector and Tensor Analysis with Applications* (Dover, New York, 1979).
- J.L. Synge, A Schild, *Tensor Calculus* (Dover, New York, 1969).
- J. Foster, J.D. Nightingale, *A Short Course in General Relativity* (Springer, New York, 1994).
- W. Rindler, *Essential Relativity*, Texts and Monographs in Physics, (Spring-Verlag, 1979).
- A. Einstein, “Os Fundamentos da Teoria da Relatividade Geral”, in *O Príncípio da Relatividade*, Textos Fundamentais de Física Moderna, Volume I (Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1971).

### • Complementar

- M.J. Menon, *Tópicos de Análise Vetorial e Álgebra Linear com Aplicações*, Apostila, 2010.
- C. Kittel e outros *Mecânica*, Curso de Física de Berkeley Vol. 1 (Edgard Blücher, São Paulo, 1970), Caps. 10 a 14.
- R. Resnick, *Introdução à Relatividade Especial* (Polígono, São Paulo, 1971).
- F.W. Byron, R.W. Fuller, *Mathematics of Classical and Quantum Physics*, (Dover, 1992).
- G.B. Arfken, H.J. Weber, *Mathematical Methods for Physicists* (Harcourt A.P., 2001), caps. 1, 2 e 3.
- M.R. Spiegel, *Análise Vetorial* (McGraw-Hill, São Paulo, 1974).

- C.C. Silva, “Da força ao tensor:evolução do conceito físico e representação matemática do campo eletromagnético”, Tese de Doutorado, IFGW-UNICAMP, 2002.  
(disponível em <http://webbif.ifi.unicamp.br/teses>)
- J. Vaz Jr. “A Álgebra Geométrica do Espaço-Tempo e a Teoria da Relatividade”, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, Vol. 22, N. 1 (2000), pp. 5 - 31.
- M.J. Menon, “Sobre as Origens das Definições dos Produtos Escalar e Vetorial”, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, Vo. 31, N. 2 (2009), 2305 (1 a 11).
- M. Cyrillo, M.J. Menon, “Expansão Multipolar do Potencial Eletrostático e a Definição do Momento de Quadrupolo”, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, Vol. 18, N. 3 (1996), pp. 155 - 164.
- I.S. Sokolnikoff, *Tensor Analysis* (John Wiley, New York, 1964).
- B.F. Schutz, *A First Course in General Relativity* (Cambridge University Press, Cambridge, 1993).  
*Introdução à História da Matemática*
- E. Kreyszig, *Differential Geometry* (Dover, New York, 1991)
- H. Eves, *Introdução à História da Matemática* (Editora UNICAMP, 2004).

### **III. Critério de Avaliação**

- Avaliações

- Duas provas escritas, em sala de aula, individuais, com consulta livre.
- Um trabalho escrito *opcional*, individual ou em grupo de até 3 alunos (Seção IV).
- Um exame final.

- Aproveitamento

*M*: média aritmética das notas das provas ou das provas e do trabalho.

*E*: exame

$$\text{Média final } M_f = \frac{M + E}{2}.$$

Se  $M \geq 7,0$ : dispensa do exame.

Pós-Graduação:  $M_f \Rightarrow [8.5 - 10.0]$ : A,  $[7.0 - 8.4]$ : B,  $[5,0 - 6,9]$ :C,  $< 5$ : D.

- Datas das avaliações

$P_1$  - 22 de outubro (16ª aula)

$P_2$  - 22 de dezembro (32ª aula)

$T$  - data final para entrega: 17 de dezembro

$E$  - 14 de janeiro

### **IV. Trabalho Escrito**

- Tema: o trabalho deverá ter como tema qualquer assunto ou tópico de interesse no curso.
- Nível: adequado a alunos com curso básico completo de Física ou Matemática (2 primeiros anos da graduação) e que permita um aprofundamento e/ou complementação dos conhecimentos adquiridos nesta disciplina.

- Estrutura: o texto poderá ser compuscrito ou manuscrito, devendo constar: título, autores, RA, resumo, introdução (motivação/importância do tema escolhido), desenvolvimento do tema em seções/subseções, conclusões e bibliografia.
- Bibliografia básica: Seção II.
- Apesar de o tema (com base no curso) ser livre, indicam-se a seguir, como exemplos, alguns assuntos de interesse:

- Origens e Evolução Histórica do Cálculo Tensorial
- Colisões de Partículas em Altas Energias: Leis de Conservação e Quadrivetores
- Bases Recíprocas e Cristalografia
- Tensor de Ordem 2 - Momento de Quadrupolo (Eletromagnetismo, Física Nuclear)
- Tensor de Ordem 3 - Momento de Octupolo
- Espaços Métricos (e/ou Geometria Diferencial)
- Espaço de Riemann
- Espaço de Minkowski
- Álgebra de Quatérnions
- Álgebra de Grassmann (e/ou Álgebra de Clifford)
- Tensor de Maxwell
- Tópicos de Relatividade Geral (Formulação Tensorial)

## V. Organização Geral

- *Aulas.* As aulas referentes aos capítulos 0,1,2,5 e 6 serão ministradas através de slides e as referentes aos capítulos 3 e 4, utilizando-se o quadro negro. Sugere-se a utilização de um caderno para anotações das aulas.
- *Questões Propostas.* Para cada capítulo haverá uma lista de questões propostas (exercícios, problemas, questões conceituais e demonstrações), a ser entregue junto com o índice (detalhado) do capítulo, antes de os assuntos serem discutidos em aula. As provas e exame serão baseadas nas questões propostas.

“A filosofia encontra-se escrita neste grande livro que continuamente se abre perante nossos olhos (isto é, o universo), que não se pode compreender antes de entender a língua e conhecer os caracteres com os quais está escrito. Ele está escrito em **língua matemática**, os caracteres são triângulos, circunferências e outras figuras geométricas, sem cujos meios é impossível entender humanamente as palavras; **sem eles nós vagamos perdidos dentro de um obscuro labirinto.**”

*O Ensaiador*, Galileu Galilei, 1623  
 (“Os Pensadores”, Nova Cultura, 1987)

“Para entender uma coisa é preciso deixar que ela flua na gente e não que passe, como um rio passa pela frente da gente.”

*Quarup*, Antônio Callado  
 (Civilização Brasileira, 1977)

“Tudo leva mais tempo do que o tempo que temos disponível.”  
 (interpretação popular da Lei de Murphi)

UNICAMP, 1 de setembro, 2014

Marcio José Menon