F502 Eletromagnetismo I

Turma A 1º Semestre - 2010 Márcio José Menon

Capítulo 5 CORRENTE ELÉTRICA

• ÍNDICE

5.0 Introdução
5.1 Conceitos Elementares
5.2 Densidades de Corrente e Densidades de Carga - Relações Fundamentais
5.3 Equação da Continuidade
5.4 Lei de Ohm e Condutividade
5.5 Correntes Estacionárias

5.0 Introdução
5.1.1 Nota Explicativa
5.1.2 Objetivos e Plano Geral

5.1 Conceitos Elementares
5.1.1 Corrente e o Processo de Condução
a) Condutores
b) Corrente Elétrica
c) Aspectos Qualitativos da Condução
5.1.2 Estabelecimento e Manutenção de uma Corrente Elétrica
a) Diferença de Potencial e Campo Eletrostático
b) Voltagem Aplicada e Força Eletromotriz

5.2 Densidades de Corrente e Densidades de Carga - Relações Fundamentais
5.2.1 Densidade Linear de Corrente
a) Definição e Notação
b) Relação com a Densidade Linear de Carga
• Escalar
• Vetorial
5.2.2 Densidade Superficial de Corrente
a) Definição e Notação
b) Relação com a Densidade Superficial de Carga
• Escalar
• Vetorial
5.2.3 Densidade Volumétrica de Corrente
a) Definição e Notação
b) Relação com a Densidade Volumétrica de Carga
• Escalar
• Vetorial

5.2.4 Dimensões e Resumo
5.2.5 Corrente: Fluxo do Vetor Densidade Volumétrica de Corrente
a) Dedução
b) Exemplos

5.3 Equação da Continuidade
5.3.1 Leis de Conservação Global e Local
5.3.2 Conservação (Local) da Carga Elétrica
a) Forma Integral
b) Forma Diferencial (Equação da Continuidade)

5.4 Lei de Ohm e Características do Processo de Condução
5.4.1 Lei de Ohm: Condutividade e Resistividade
a) Relação Geral entre Campo Eletrostático e Densidade Volumétrica de Corrente
b) Meios Lineares: Lei de Ohm
5.4.2 Resistência e Potência Dissipada
a) Resistência do Material
b) Potência Dissipada - Efeito Joule
5.4.3 Abordagem Microscópica Clássica da Condução
a) Modelo Simplificado para a Condução
b) Velocidade Terminal e Tempo Característico
c) Densidade Volumétrica de Corrente e Lei de Ohm
d) Estimativas Numéricas para o Cobre
- Velocidade Terminal
- Velocidade Térmica
- Tempo Médio entre Colisões
- Livre Caminho Médio

5.4.4 Passagem para o Equilíbrio Eletrostático
a) Equilíbrio Eletrostático
b) Densidade Volumétrica de Cargas - Tempo de Relaxação
c) Condutores e Isolantes

5.5 Correntes Estacionárias
5.5.1 Conceito e Definição
a) Definição
b) Comentários
5.5.2 Propriedades Decorrentes: Campos Estacionários
a) Densidade Volumétrica de Carga
b) Densidade Volumétrica de Corrente
5.5.3 Resumo

- **Referências**

1) Reitz, Milford, Christy, Cap. 7 Corrente Elétrica;
2) Griffits, Seções 5.1.3 Corrente Elétrica e 7.1.1 Lei de Ohm.

• **QUESTÕES PROPOSTAS**

Os exemplos e problemas indicados, referem-se ao livro texto principal (Griffiths, 3a. edição).

5.1 Conceitos Elementares

Questão 1. Explique de forma qualitativa o processo de condução de corrente elétrica num condutor metálico. Quais os processos/efeitos envolvidos?

Questão 2. Um campo eletrostático, atuando sozinho, pode manter uma corrente fluindo através de um circuito fechado? Justifique a resposta.

5.2 Densidades de Corrente e Densidades de Carga - Relações Fundamentais

Questão 3. Dê as definições de Densidades Linear, Superficial e Volumétrica de *Corrente*, $\vec{I}$, $\vec{K}$, $\vec{J}$, respectivamente.

Questão 4. Sendo $\vec{v}$ a velocidade de portadores e λ, σ e ρ, respectivamente, as Densidades Linear, Superficial e Volumétrica de *Carga*, demonstre, em detalhe, as seguintes relações com as densidades de corrente correspondentes

$$\vec{I} = \lambda\, \vec{v}, \qquad \vec{K} = \sigma\, \vec{v}, \qquad \vec{J} = \rho\, \vec{v}.$$

Questão 5. Mostre que a densidade linear de corrente que atravessa uma superfície aberta S é dada pelo fluxo do vetor densidade volumétrica de corrente, através da superfície:

$$I = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, da$$

Questão 6. Exemplo 5.4

5.3 Equação da Continuidade

Questão 7. Discuta os conceitos de leis de conservação global e local.

Questão 8. Mostre que a lei da conservação local da carga elétrica pode ser expressa na forma integral

$$\int_\nu \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau = -\oint_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, da$$

Questão 9. Mostre que a forma diferencial do resultado da questão anterior é dada por

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \qquad \text{(equação da continuidade)}$$

5.4 Lei de Ohm e Características do Processo de Condução

Questão 10. Discuta o significado físico, a origem e as condições de aplicabilidade (materiais) da relação

$$\vec{J} = \sigma\, \vec{E} \qquad \text{(lei de Ohm)}$$

O que significa *resistividade* de um material?

Questão 11. Discuta o conceito e definição de *resistência* R de um material (utilize os exemplos 7.1 e 7.2)

Questão 12. a) Mostre que a taxa de transferência de energia elétrica através de uma corrente I originada por uma ddp ΔV é dada por $P = \Delta V\ I$.
b) No caso de um meio com resistência R, qual é a potência dissipada na forma de energia térmica (efeito Joule)?

Questão 13. Considere uma partícula de massa m, carga q, submetida a um campo eletrostático $\vec{E}$ e a uma força resistiva ao movimento $\vec{f} = -b\vec{v}$, onde b é uma constante positiva. Mostre que velocidade da partícula obedece a seguinte dependência com o tempo:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_d\,[1 - e^{-t/\tau}], \qquad \text{onde} \qquad \vec{v}_d = \frac{q\vec{E}}{b} \qquad \text{e} \qquad \tau = \frac{m}{b}.$$

Questão 14. Discuta a aplicabilidade do resultado da questão anterior no estudo clássico do processo de condução. Em particular, explique o significado físico do parâmetro temporal $\tau = m/b$ e da velocidade $\vec{v}_d = q\vec{E}/b$ (chamada *velocidade de deriva* ou *velocidade de arrasto*, *drift velocity* em Inglês).

Questão 15. Considere o modelo clássico simples para a condução, discutido nas duas questões anteriores. Mostre que no caso de vários portadores de carga, sendo n_i, $i = 1, 2, 3, ...$ o *número de portadores* de cada tipo *por unidade de volume*, pode-se expressar a densidade volumétrica e corrente por

$$\vec{J} = \sum_i n_i q_i \vec{v}_1$$

e a condutividade do material por

$$\sigma = \sum_i \frac{n_i q_i^2 \tau_i}{m_i},$$

Questão 16. O cobre possui densidade de massa $8,92 \times 10^3$ Kg/m^3 e massa atômica $63,5$ g. As camadas eletrônicas 1, 2 e 3 são completamente preenchidas e somente a última camada possui um elétron: $4s^1$.
a) Determine o número de elétrons de condução do por unidade de volume do cobre.

b) Considerando um fio de cobre de área de seção reta 1 mm^2, percorrido por uma corrente de 1 A, determine a velocidade de deriva dos elétrons. Qual a distância percorrida por esses elétrons, ao longo do fio, em uma hora?
c) Com base no resultado do ítem anterior, como você explica o fato de ao se ligar o interruptor de luz de uma sala, a lâmpada acende imediatamente?

Respostas: a) $n \approx 8,46 \times 10^{28}$ m^{-3}; b) $v_d \approx 7,4 \times 10^{-5}$ m/s; $\Delta S \approx 36$ cm.

Questão 17.
Considerando que os elétrons livres de condução possam ser vistos como as moléculas de um gás num recipiente fechado, a velocidade térmica (aleatória) pode ser estimada, na termodinâmica clássica, através do teorema da equipartição da energia,

$$\frac{1}{2}mv_{qm}^2 = \frac{3}{2}KT,$$

onde $v_{qm} = \sqrt{\overline{v^2}}$ é a velocidade quadrática média, T a temperatura absoluta (kelvin) e $K = 1,38 \times 10^{-23}$ J/K é a constante de Boltzmann. Sendo a massa do elétron $9,11 \times 10^{-31}$ Kg, estime a velocidade térmica à temperatura de 25° C (= 298 K).

Resposta: a) $v_{qm} \approx 100$ Km/s.

Questão 18. O livre caminho médio l entre colisões dos elétrons de condução no cobre, pode ser estimado através da v_{qm} e do parâmetro temporal τ das questões 14 e 15, sendo este interpretado como o tempo médio entre colisões. Sendo a resistividade do cobre $1,68 \times 10^{-8}$ Ωm e utilizando resultados numéricos das questões anteriores, mostre que

$$\tau \approx 2,5 \times 10^{-14}\ \text{s} \qquad \text{e} \qquad l \approx 4 \times 10^{-9}\ \text{m} = 4\text{nm}.$$

Questão 19. Considere um condutor de permissividade ϵ, condutividade σ, submetido a um campo aplicado e com densidade volumétrica de carga $\rho = \rho(\vec{r}, t)$. Suponha que num instante $t = 0$ esse campo é desligado e que nesse instante a densidade seja

$$\rho = \rho(\vec{r}, t = 0) = \rho_0.$$

a) Utilizando a forma diferencial da lei de Gauss ($\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon$), a lei de Ohm e a equação da continuidade, mostre que a densidade de carga obedece à seguinte equação diferencial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\epsilon}\rho.$$

b) Mostre que a solução da equação acima é dada por

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho_0 e^{t/tc}, \qquad \text{onde} \qquad t_c = \frac{\epsilon}{\sigma}.$$

c) Qual o significado físico desse resultado? Como ele é utilizado na classificação de um material como condutor ou isolante (dielétrico)?

(consulte Reitz, Milford, Christy, Sec. 7.5)

5.5 Correntes Estacionárias

Questão 20. Dê a definição de *corrente estacionária*.

Questão 21. Mostre que para correntes estacionárias:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0, \qquad \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = 0.$$

(esses resultados podem ser utilizados como definição de corrente estacionária)

Questão 22. Leia a Sec. *7.6 Redes de Resistências e Leis de Kirchhoff* (Reitz, Milford, Christy).

.....