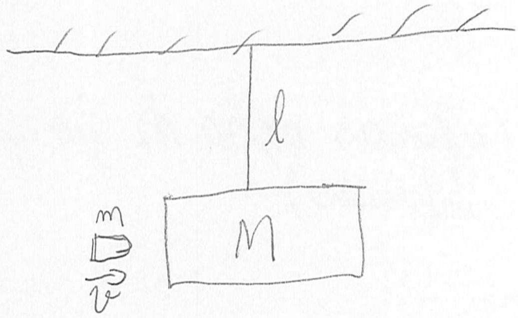
Exemplo de problemas de colisão e explosão

Problema de torque

Problema 4.3 : Symon : calcular v sabendo g, l, M, m e θ

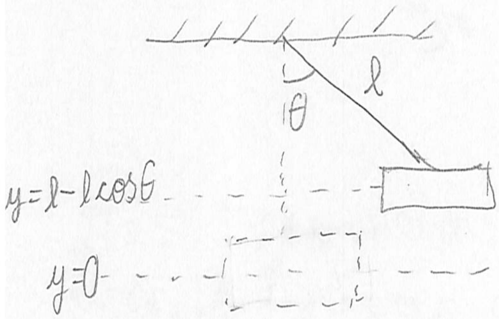


Conservação de momento no impacto (apenas forças internas)

$$m v = (m+M) v_1$$

Energia cinética após impacto

$$T = \frac{m+M}{2} v_1^2 = \frac{m^2 v^2}{2(m+M)} < \underbrace{\frac{m v^2}{2} = T_0}_{\text{energia cinética inicial é perdida.}}$$



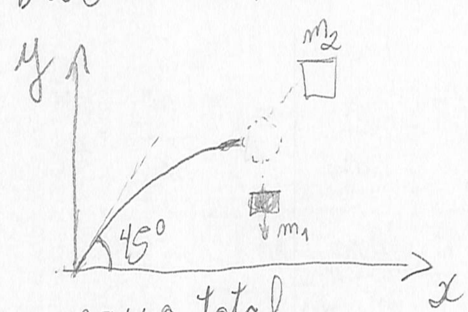
Energia mecânica constante após impacto

$$E = T = (m+M) g l (1-\cos\theta)$$

$$\frac{m^2 v^2}{2(m+M)} = (m+M) g l \, 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$v = 2\left(1 + \frac{M}{m}\right)\sqrt{g l}\, \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Problema 9.9 (Marion)



m: massa total

$m = m_1 + m_2$

Energia cinética inicial: E_0

$$v_{0,x} = v_{0,y} \Rightarrow E_0 = m v_{0,x}^2$$

$$v_{0,x} = \sqrt{\frac{E_0}{m}}$$

A energia é conservada até que o projétil chegue à altura máxima. Neste ponto

$$\vec{p} = m v_{0,x} \hat{x} = \sqrt{m E_0}\, \hat{x}$$

$$T = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} = \frac{E_0}{2}$$

A explosão $\begin{cases} \text{conservo momento (apenas ação de forças internas)} \\ \text{não conserva energia} \end{cases}$

$$\vec{p} = m v_{0,x} \hat{x} = -m_1 v_1 \hat{y} + m_2 (v_x \hat{x} + v_y \hat{y})$$

$$m_2 v_x = m v_{0,x} = \sqrt{m E_0} \implies \boxed{v_x = \sqrt{\frac{m E_0}{m_2^2}}}$$

$$\boxed{m_1 v_1 = m_2 v_y}$$

Uma outra equação é necessária para determinar v_1 e v_y. Do enunciado, a explosão fornece energia cinética E_0 para os dois fragmentos

$$T + E_0 = \frac{3}{2} E_0 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_x^2 + v_y^2)$$

$$= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_y^2 + \frac{1}{2} \frac{m \cdot E_0}{m_2}$$

$$= \frac{1}{2m_1} (m_1 v_1)^2 + \frac{1}{2m_2} (m_2 v_y)^2 + \frac{1}{2} \frac{m}{m_2} E_0$$

$$= \frac{1}{2} (m_2 v_y)^2 \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) + \frac{1}{2} \frac{m}{m_2} E_0$$

$$= \frac{1}{2} m \frac{m_2}{m_1} v_y^2 + \frac{1}{2} \frac{m}{m_2} E_0 \implies E_0 \left(3 - \frac{m}{m_2} \right) = m \frac{m_2}{m_1} v_y^2$$

$$\implies \boxed{v_y = \sqrt{\frac{E_0 m_1 (3m_2 - m)}{m_2^2\, m}}} \qquad \boxed{v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_y = \sqrt{\frac{E_0 (3m_2 - m)}{m_1\, m}}}$$

$$\vec{p}_1 = -\sqrt{\frac{E_0 m_1 (3m_2 - m)}{m}}\;\hat{y}$$

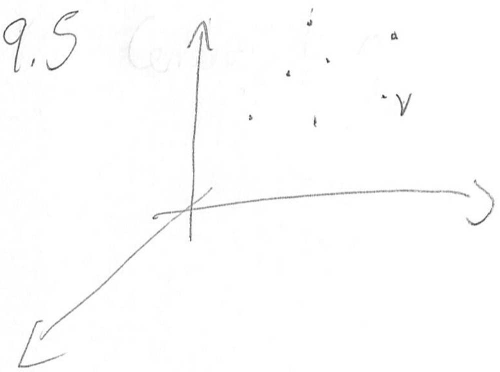
$$\vec{p}_2 = \sqrt{m E_0}\;\hat{x} + \sqrt{\frac{E_0 m_1 (3m_2 - m)}{m}}\;\hat{y}$$

$(3m_2 - m)$ tem que ser positivo ou zero

$$3m_2 - (m_1 + m_2) \geq 0$$

$2m_2 \geq m_1$: valor máximo de m_1 é $m_1 = 2m_2$

9.5



$$M = \sum_\nu m_\nu$$

$$\vec{\tau} = \sum_\nu \vec{\tau}_\nu$$

$$= \sum_\nu (\vec{r}_\nu - \vec{r}_0) \times m_\nu \vec{g}$$

$$= \left(\sum_\nu m_\nu \vec{r}_\nu - \sum_\nu m_\nu \vec{r}_0\right) \times \vec{g}$$

$$= (M\vec{R} - M\vec{r}_0) \times \vec{g}$$

Caso particular: $\vec{r}_0 = \vec{R}_{CM} \Rightarrow \vec{\tau} = 0$