Notas de aula

Física Geral 2 - F 228

Odilon D. D. Couto Jr.

Instituto de Física "Gleb Wataghin"
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
Departamento de Física da Matéria Condensada

http://sites.ifi.unicamp.br/odilon

AULA 2

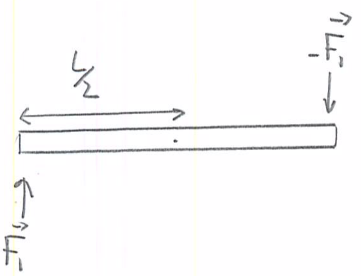
EQUILÍBRIO

As condições físicas para que um sistema seja mantido em equilíbrio estático são basicamente duas:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Rightarrow \text{CM não se move}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{\tau}_i = \vec{0} \quad \Rightarrow \text{sistema não gira em torno de nenhum eixo específico}$$

EXEMPLO:

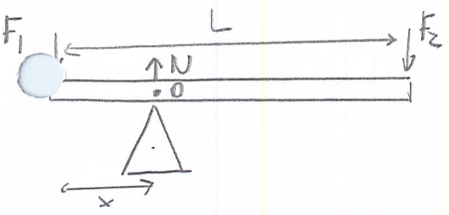


$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

Mas

$$\sum \vec{\tau} = -F_1 \frac{L}{2} - F_1 \frac{L}{2} = -F_1 L \neq 0$$

EXEMPLO: GANGORRA



Quanto deve valer F_2 para manter o sistema estático?

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow N - F_1 - F_2 = 0$$

Tomando o eixo que passa por 0:

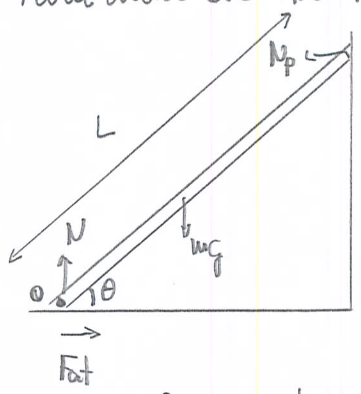
$$\sum \vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow N \cdot 0 + F_1 x - F_2 (L - x) = 0 \Rightarrow F_2 = F_1 \frac{x}{L-x}$$

Se a criança 1 pesa 40Kg $\Rightarrow F_1 = 400N$. Se $x = 1m$ e $L = 3m$

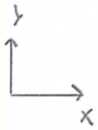
$$\Rightarrow F_2 = 400 \cdot \frac{1}{3-1} = 200\,N \qquad \Rightarrow N = F_1 + F_2 = 600\,N$$

EXEMPLO : ESCADA

Para uma escada de massa m, qual a condição em θ para que a escada não deslize?



Parede sem atrito, chão $\mu = \mu_e$ escada comp: L



Em y: $N = mg$

Em x: $F_{at} = N_p$

Para o torque vamos considerar o ponto de contato com o chão:

$$\Rightarrow \quad N_p \cancel{L} \sin\theta - mg \frac{\cancel{L}}{2} \cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad N_p = \frac{mg}{2\,tg\theta}$$

A condição de não deslizamento: $F_{at} \leq \mu_e N$

$$\Rightarrow \quad N_p \leq \mu_e mg \qquad \frac{\cancel{mg}}{2tg\theta} \leq \mu_e \cancel{mg}$$

$$\Rightarrow \quad tg\theta \geq \frac{1}{2\mu_e}$$

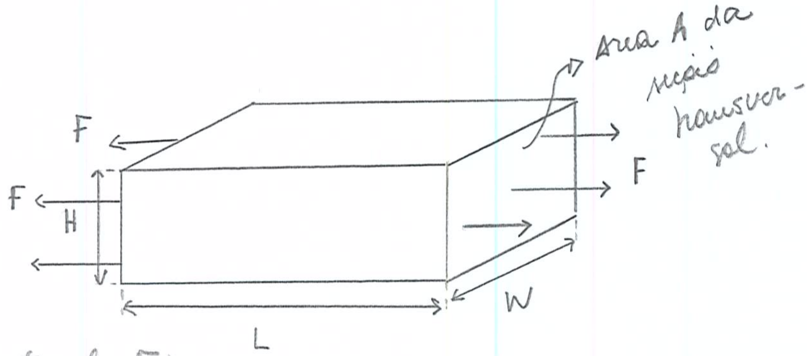
se $\mu_e = 0{,}5 \Rightarrow tg\theta \geq 1 \Rightarrow \theta \geq 45°$

ELASTICIDADE

→ A rigidez dos sólidos advém das forças interatômicas dos átomos que compõem estes sólidos

→ Consideremos uma barra de um material homogêneo e isotrópico:

Da lei de Hooke: $F \propto \Delta L$



Esta não é estritamente correta, pois se dobrarmos L, também dobraremos ΔL.

Analogamente, se dobrarmos A (mantendo F) ΔL é dividido por um fator 2.

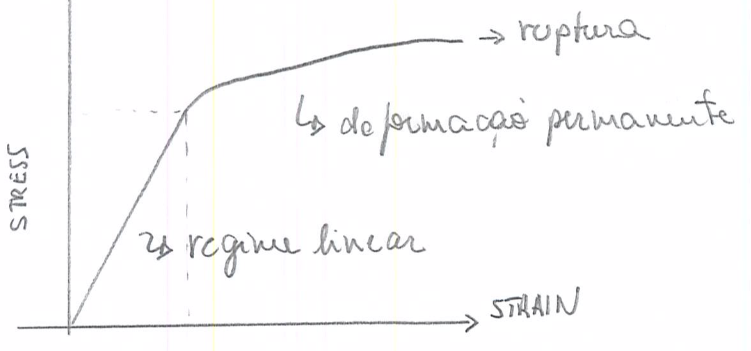
Sendo assim, na prática verificamos que:

$$\boxed{\frac{F}{A} = E\,\frac{\Delta L}{L}}$$

E: módulo de Young do material (N/m^2)

$p = \frac{F}{A}$ → tensão (stress) $\qquad \frac{\Delta L}{L}$ → deformação (strain)

Numa medida experimental, se encontra o seguinte tipo de comportamento:



→ Regime linear é aquele no qual a equação acima é válida

→ Regime linear ≡ pequenos valores de $\frac{\Delta L}{L}$

Em sólidos $E \sim 10^9\ N/m^2$

Se o stress deforma o material de forma que $\Delta L > 0$, nas outras duas direcções o material encolherá, de forma que:

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta H}{H} = -\sigma \frac{\Delta L}{L}$$

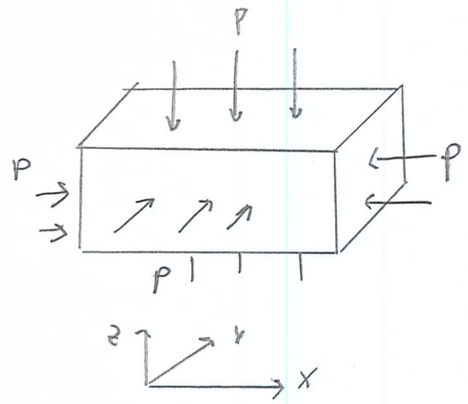
$\sigma > 0$ é conhecida como razão de Poisson.

→ Em sólidos $\sigma \sim 0{,}3$ em geral: $0{,}1 - 0{,}5$

→ A elasticidade de qualquer material pode ser caracterizada medindo E e σ.

→ Em sólidos cristalinos E e σ são TENSORES.

PRESSÃO HIDROSTÁTICA



Consideremos agora o caso de uma pressão hidrostática. Neste caso, o strain é negativo:

$$\frac{\Delta L_1}{L} = -\frac{P}{E}$$

A pressão ao longo das outras secções do bloco contribuem com strain positivo:

$$\frac{\Delta W_1}{W} = -\frac{P}{E} \Rightarrow \frac{\Delta L_2}{L} = -\sigma\left(-\frac{P}{E}\right) = \frac{\sigma P}{E}$$

O mesmo raciocínio vale para $\frac{\Delta H}{H} \Rightarrow \frac{\Delta L_3}{L} = \frac{\Delta L_2}{L}$

Sendo $\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3$

$$\Rightarrow \frac{\Delta L}{L} = -\frac{P}{E} + 2\sigma\frac{P}{E} = -\frac{P}{E}(1-2\sigma)$$

O mesmo raciocínio é válido para as outras faces da barra:

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta H}{H} = -\frac{p}{E}(1-2\sigma)$$

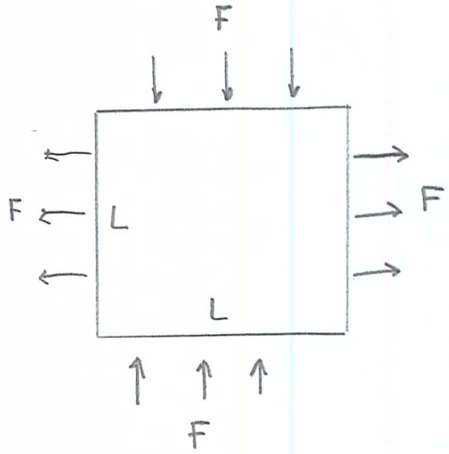
De forma que a variação do volume da barra é: $V = LWH$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta W}{W} + \frac{\Delta H}{H} = -3\,\frac{p}{E}(1-2\sigma)$$

De onde definimos o módulo de elasticidade volumétrico B:

$$p = -\frac{E}{3(1-2\sigma)}\,\frac{\Delta V}{V} \qquad \boxed{B = \frac{E}{3(1-2\sigma)}} \qquad 0 < \sigma < \frac{1}{2}$$

CISALHAMENTO

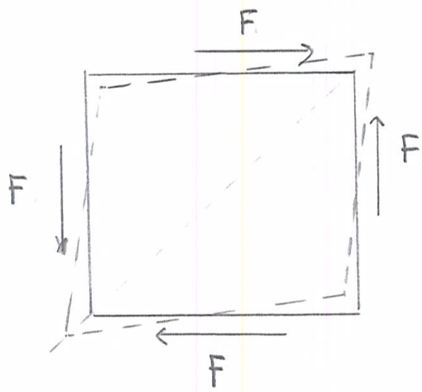


Antes do cisalhamento propriamente dito, vamos resolver o problema da figura ao lado.

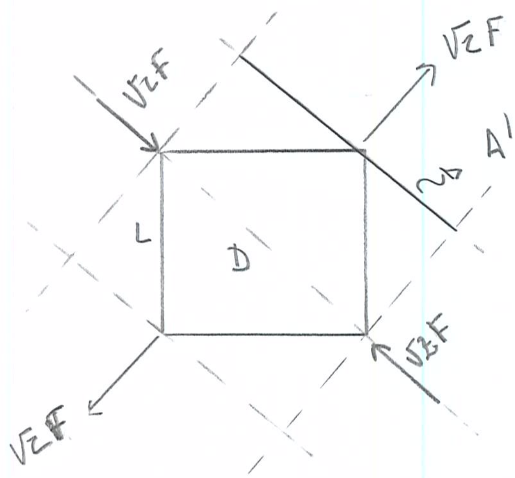
Neste caso:

$$\frac{\Delta L}{L} = +\frac{1}{E}\frac{F}{A} + \sigma\frac{1}{E}\frac{F}{A} = \frac{1+\sigma}{E}\frac{F}{A}$$

Tendo isso em mente, vamos ver o caso do cisalhamento:



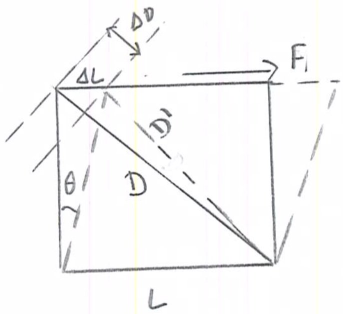
que é análogo a →



Este caso é análogo ao anterior, com a diferença que a área da secção transversal é $\sqrt{2}A = A'$

$$\Rightarrow \frac{\Delta D}{D} = \frac{1+\sigma}{E}\,\frac{\sqrt{2}F}{\sqrt{2}A} \Rightarrow \frac{\Delta D}{D} = \frac{1+\sigma}{E}\,\frac{F}{A}$$

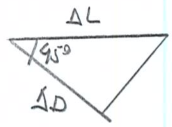
Normalmente estamos interessados em ΔL e não ΔD. Para pequenos ângulos



$$\theta = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\theta = \sqrt{2}\,\frac{\Delta D}{L} = \sqrt{2}\,\frac{\Delta D}{D}\cdot\sqrt{2}$$

$$\frac{\Delta L}{L} = 2\,\frac{\Delta D}{D}$$



$$\Delta D = D - D'$$

Sendo assim: $$\frac{1}{2}\,\frac{\Delta L}{L} = \frac{1+\sigma}{E}\,\frac{F}{A} \Rightarrow \frac{F}{A} = \frac{E}{2(1+\sigma)}\,\frac{\Delta L}{L} = G\,\frac{\Delta L}{L}$$

G é o módulo de cisalhamento.

$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\sigma)}}$$

Sólido $G \sim 10\times10^{9}\ N/m^2$