

Notas de aula

Física Geral 2 – F 228

Odilon D. D. Couto Jr.

Instituto de Física "Gleb Wataghin"
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP
Departamento de Física da Matéria Condensada

<http://sites.ifi.unicamp.br/odilon>

AULA 6 - ONDAS I

Ondas são vibrações que se propagam (em um meio material ou no vácuo) transportando energia.

Além da oscilação temporal temos que considerar também a espacial.

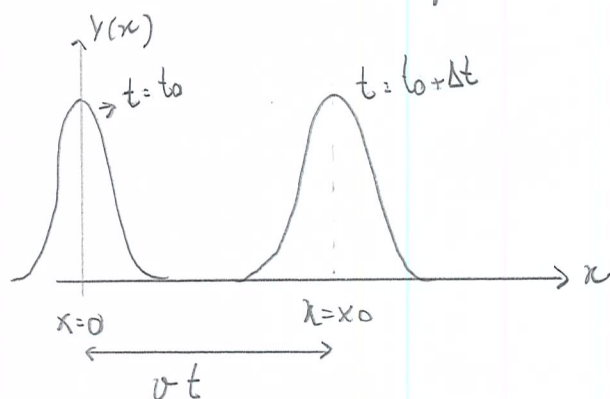
Seja uma forma de onda que se desloca de $x=0$ até $x=x_0 \Rightarrow y=f(x)$

Seja a velocidade de propagação v .

$$y(x,0) = f(x)$$

$$y(x,t) = f(x-x_0)$$

$$\Rightarrow y(x,t) = f(x-vt)$$

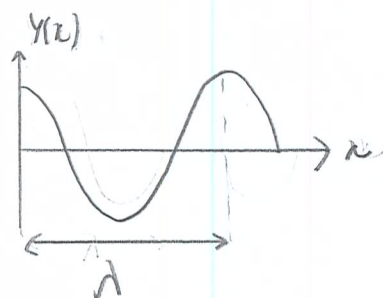


Analogamente, para uma perturbação se propagando no sentido contrário

$$y(x,t) = g(x+vt)$$

Uma oscilação espacial pode ser escrita como:

$$\Rightarrow y(x) = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$



Se a vibração se propaga: $y(x,t) = A \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{\lambda} vt\right]$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{N}^\circ \text{ de onda}$$

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

$$\omega = 2\pi f \rightarrow \text{freq. angular}$$

$$v = \lambda f = \lambda \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$$

$$y(x,t) = A \cos(kx - \omega t) \quad \Rightarrow v > 0$$

$$y(x,t) = A \cos(kx + \omega t) \quad \Rightarrow v < 0$$

↳ Eq. de onda

Um exemplo é uma onda transversal que se propaga em uma corda. Para um elemento da corda, a velocidade de movimento é:

$$v = \frac{dy}{dt} = +wA \sin(Kx - wt)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -w^2 A \cos(Kx - wt)$$

Mostrar:

→ Slides com ondas transversais e longitudinais.

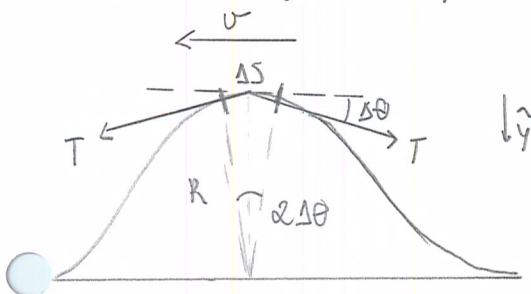
→ Aplicativo: WAVE ON A STRING

→ Oscilação, pulsos, fixo e não fixo.

→ MOSTRAR vídeos de interferência e deixar cordas para o fim

ONDAS EM CORDAS

Consideremos agora um pulso se propagando em uma corda tensionada:



A força resultante no elemento de massa Δm :

$$F_R = 2T \sin \Delta\theta \approx 2T \Delta\theta$$

$$\Delta m = \mu \Delta s = \mu 2\Delta\theta R \quad \mu: \text{dens. linear de massa}$$

A velocidade é tangente $\Rightarrow a = + \frac{v^2}{R} \hat{y}$

$$\Rightarrow 2T \Delta\theta = \mu 2\Delta\theta R \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

v só depende do meio

→ Não depende da amplitude, nem frequência (pelo menos por enquanto).

POTÊNCIA → CASO 1.D

Para um ponto na corda que se desloca na direção y :



$$dW = F \cdot dy = T_y dy$$

$$T_y = T \sin \theta \approx T \theta = T \tan \theta = -T \frac{\partial y}{\partial x} \Rightarrow \text{pequenas amplitudes}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow T = \mu v^2$$

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$\Rightarrow P = \frac{dW}{dt} = -T \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$y = A \cos(kx - \omega t) \quad \frac{\partial y}{\partial t} = A \omega \sin(kx - \omega t) \quad \frac{\partial y}{\partial x} = -A k \sin(kx - \omega t)$$

$$P = + \mu v^2 A^2 \omega k \sin^2(kx - \omega t) = \mu v^2 A^2 \omega k \sin^2(kx - \omega t)$$

$$P = \mu v \omega^2 A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$$

~~~~~

## INTERFERÊNCIA

Como vimos na simulação, ondas obedecem o princípio de superposição.

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \quad y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

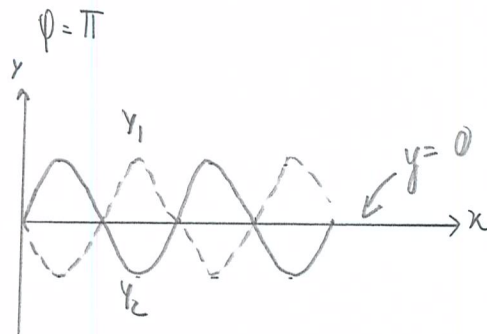
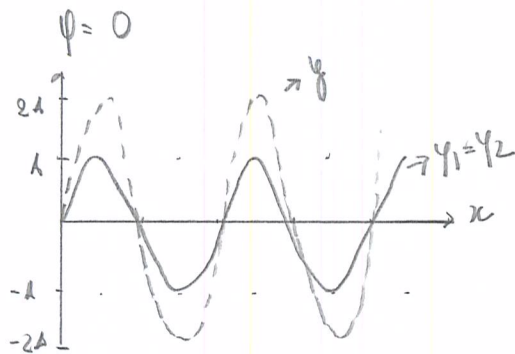
$$\Rightarrow y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = A \underbrace{\sin(kx - \omega t)}_a + A \underbrace{\sin(kx - \omega t + \varphi)}_b$$

$$\sin(a) + \sin(b) = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y(x, t) = 2A \cos\left(-\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right) = 2A \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow y(x, t) = 2A \sin(kx - \omega t) \rightarrow \text{interf. construtiva}$$

$$\Rightarrow \varphi = \pi \Rightarrow y(x, t) = 0 \rightarrow \text{interf. destrutiva.}$$



### ONDAS ESTACIONÁRIAS

Também podemos ter o caso de ondas se propagando em sentidos opostos

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \quad y_2(x, t) = A \sin(kx + \omega t)$$

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = 2A \cos(-\omega t) \sin(kx) = 2A \cos(\omega t) \sin(kx)$$

↳ amplitude em  $x$   
↳ variação temporal

Não tem  $kx - \omega t \Rightarrow$  não é uma onda propagante

Além disso:  $kx = n\pi, n = 0, 1, 2 \Rightarrow y(x, t) = 0 \Rightarrow$  nós.

$$kx = \frac{n\pi}{2} \Rightarrow x = n \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \text{Máx. amplitude} \Rightarrow \text{anti-nós}$$

### REFLEXÃO DE ONDAS

Uma maneira de se formar ondas estacionárias é através da reflexão de ondas.

Quando uma onda se propaga de um meio para outro parte é transmitida e parte refletida na interface.

O parâmetro importante é a impedância acústica:

$$Z = \mu v = \mu \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\mu T}$$

Indo do meio 1 para meio 2

Se  $Z_1 > Z_2 \Rightarrow \mu_1 > \mu_2 \Rightarrow$  onda mantém fase  $\Rightarrow$  mesmo sinal, mesma amplitude

$Z_1 < Z_2 \Rightarrow \mu_1 < \mu_2 \Rightarrow$  mesma amplitude  $\Rightarrow$  muda de sinal

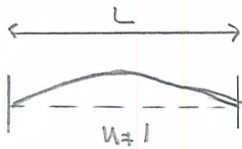
$\Rightarrow$  Mostrar vídeos.

$\Rightarrow$  Mostrar vídeos com ressonâncias

**RESSONÂNCIAS**  $\Rightarrow$  Porque é a interf. entre muitas ondas refletidas

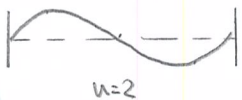
Uma corda com duas extremidades fixas dá origem ao que chamamos de ressonância.

A reflexão repetida nas extremidades fixas faz com que apenas algumas freq. sejam permitidas nesta sistema, como mostra a figura.



$$\Rightarrow L = \lambda/2$$

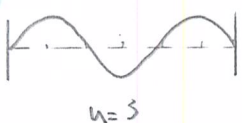
$$\Rightarrow L = \frac{v \lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{v}$$



$$L = \lambda$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2L}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$



$$L = 3\lambda/2$$

$\Rightarrow$  Mostrar aplicação de normal modes